

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
Международный государственный экологический
университет имени А. Д. Сахарова



Факультет экологической медицины

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
для студентов 1 курса

Минск
2010

УДК 517(076.1)
ББК 22.1 я73
И60

*Рекомендовано к изданию НМС МГЭУ им. А. Д. Сахарова
(протокол № 7 от 20.04.2010)*

Составители:

ст. преподаватель кафедры физики и высшей математики МГЭУ им. А. Д. Сахарова
Шевцова А. В.;
доцент кафедры физики и высшей математики МГЭУ им. А. Д. Сахарова
Кузьменкова Т. Е.

Рецензенты:

доцент, к. п. н., зав. кафедрой математики и МПМ УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина» *Пакутайте В. В.*;
доцент, к. ф.-м. н., заведующий кафедрой экологических информационных систем МГЭУ им. А. Д. Сахарова *Иванюкович В. А.*

И60 Индивидуальные задания по курсу «Высшая математика»: учебно-методич. пособие / сост. А. В. Шевцова, Т. Е. Кузьменкова. – Минск : МГЭУ им. А. Д. Сахарова, 2010. – 64 с.

ISBN 978-985-6931-47-8.

Пособие предназначено для студентов 1 курса факультета экологической медицины. Оно содержит индивидуальные задания по курсу «Высшая математика».

УДК 517(076.1)
ББК 22.1 я73

ISBN 978-985-6931-47-8

© Международный государственный
экологический университет
имени А. Д. Сахарова, 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Индивидуальное задание № 1	5
Индивидуальное задание № 2	17
Индивидуальное задание № 3	24
Индивидуальное задание № 4	32
Индивидуальное задание № 5	38
Индивидуальное задание № 6	46
Дополнительные задачи	53
Задачи с практическим содержанием	58
Список литературы	64

УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

1. Выполнение индивидуальных заданий по высшей математике предусмотрено программой по данному предмету и является обязательным условием допуска к зачету и экзамену.

2. Каждое задание выполняется в сроки, которые определяет преподаватель. Если работа сдана позже указанной даты, то оценка за нее снижается.

3. Индивидуальные задания выполняются на нескольких двойных листах, где указываются номер задания и вариант. Работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается.

4. Перед решением каждой задачи следует полностью записать ее условие. Решение задач нужно излагать подробно и аккуратно, объясняя свои действия.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1

Тема. Определители. Матрицы и действия над ними. Системы линейных уравнений

Задача 1

Вычислить определитель 4-го порядка, разложив его по элементам строки или столбца:

$$\begin{vmatrix} a & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 4 \\ b & 2 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 5 & c \end{vmatrix}, \text{ если}$$

- 1) $a = 1, b = 3, c = 0$;
- 2) $a = -1, b = 3, c = 0$;
- 3) $a = 3, b = 1, c = 0$;
- 4) $a = 3, b = -1, c = 0$;
- 5) $a = 3, b = 3, c = 0$;
- 6) $a = 0, b = 1, c = 4$;
- 7) $a = 0, b = -1, c = -4$;
- 8) $a = 0, b = 1, c = -4$;
- 9) $a = 0, b = 4, c = -1$;
- 10) $a = 0, b = 2, c = 3$;
- 11) $a = -2, b = 0, c = 3$;
- 12) $a = 3, b = 0, c = -2$;
- 13) $a = 1, b = 0, c = 4$;
- 14) $a = -2, b = 0, c = -1$;
- 15) $a = -2, b = 0, c = 1$;
- 16) $a = 0, b = 3, c = 5$;
- 17) $a = 0, b = -3, c = -5$;
- 18) $a = 0, b = 3, c = -5$;
- 19) $a = 0, b = 5, c = -3$;
- 20) $a = 0, b = 1, c = 5$;
- 21) $a = -1, b = 0, c = -5$;
- 22) $a = 1, b = 0, c = 5$;
- 23) $a = -1, b = 0, c = 5$;
- 24) $a = 2, b = 0, c = 5$;
- 25) $a = -2, b = 0, c = -5$;
- 26) $a = 2, b = -5, c = 0$;

$$27) a = 5, b = -2, c = 0;$$

$$28) a = 5, b = 1, c = 0;$$

$$29) a = 1, b = 2, c = 0;$$

$$30) a = 3, b = 1, c = 0.$$

Задача 2

Даны две матрицы A и B . Найти: 1) $A \cdot B$; 2) $B \cdot A$; 3) A^{-1} :

$$1) A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix};$$

$$5) A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$6) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix};$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix};$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$11) A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix};$$

$$12) A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$$15) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$16) A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$17) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$18) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$19) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$20) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$21) A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$22) A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$23) A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$24) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix};$$

$$25) A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix};$$

$$26) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix};$$

$$27) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$28) A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix};$$

$$29) A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$30) A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Задача 3

Проверить совместность системы и в случае совместности решить ее:

- 1) по формулам Крамера;
- 2) матричным методом;
- 3) методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 + 4x_3 = -20; \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases} ;$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases} ;$$

$$8) \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases} ;$$

$$9) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_2 - 7x_3 = -6 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \end{cases} ;$$

$$12) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} ;$$

$$14) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases} ;$$

$$16) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} ;$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \end{cases} ;$$

$$19) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases} ;$$

$$20) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \quad ; \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \quad ; \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11; \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 13 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36; \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16 \\ x_1 + 3x_2 = -6 \quad ; \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases} ;$$

$$29) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases} ;$$

$$30) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \end{cases} .$$

Задача 4

Решить однородную систему линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$3) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$5) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$9) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$10) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0; \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0; \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0; \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0; \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0; \\ 2x_1 - 9x_3 = 0 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0; \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$25) \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$26) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$28) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} ;$$

$$30) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} .$$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 2

Тема. Векторы и действия над ними

Задача 1

Коллинеарны ли векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , построенные по векторам \vec{a} и \vec{b} , если:

1	$\vec{a}(1,-2,3), \vec{b}(3,0,-1), \vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a};$
2	$\vec{a}(1,0,1), \vec{b}(-2,3,5), \vec{c}_1 = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} - \vec{b};$
3	$\vec{a}(-2,4,1), \vec{b}(1,-2,7), \vec{c}_1 = 5\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 2\vec{a} - \vec{b};$
4	$\vec{a}(1,2,-3), \vec{b}(2,-1,-1), \vec{c}_1 = 4\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 8\vec{a} - \vec{b};$
5	$\vec{a}(3,5,4), \vec{b}(5,9,7), \vec{c}_1 = -2\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} - 2\vec{b};$
6	$\vec{a}(1,4,-2), \vec{b}(1,1,-1), \vec{c}_1 = \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}_2 = 4\vec{a} + 2\vec{b};$
7	$\vec{a}(1,-2,5), \vec{b}(3,-1,0), \vec{c}_1 = 4\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a};$
8	$\vec{a}(3,4,-1), \vec{b}(2,-1,1), \vec{c}_1 = 6\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a};$
9	$\vec{a}(-2,-3,-2), \vec{b}(1,0,5), \vec{c}_1 = 3\vec{a} + 9\vec{b}, \vec{c}_2 = -\vec{a} - 3\vec{b};$
10	$\vec{a}(-1,4,2), \vec{b}(3,-2,6), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{b} - 6\vec{a};$
11	$\vec{a}(5,0,-1), \vec{b}(7,2,3), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{b} - 6\vec{a};$
12	$\vec{a}(0,3,-2), \vec{b}(1,-2,1), \vec{c}_1 = 5\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} + 5\vec{b};$
13	$\vec{a}(-2,7,-1), \vec{b}(-3,5,2), \vec{c}_1 = 2\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} + 2\vec{b};$
14	$\vec{a}(3,7,0), \vec{b}(1,-3,4), \vec{c}_1 = 4\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a};$
15	$\vec{a}(-1,2,-1), \vec{b}(2,-7,1), \vec{c}_1 = \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{a} - \vec{b};$
16	$\vec{a}(7,9,-2), \vec{b}(5,4,3), \vec{c}_1 = 4\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = 4\vec{b} - \vec{a};$
17	$\vec{a}(5,0,-2), \vec{b}(6,3,4), \vec{c}_1 = 5\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 6\vec{b} - 10\vec{a};$
18	$\vec{a}(8,3,-1), \vec{b}(4,1,3), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = 2\vec{b} - 4\vec{a};$

19	$\vec{a}(3,-1,6), \vec{b}(5,7,10), \vec{c}_1 = 4\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a};$
20	$\vec{a}(1,-2,4), \vec{b}(7,3,5), \vec{c}_1 = 6\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a};$
21	$\vec{a}(3,7,0), \vec{b}(4,6,-1), \vec{c}_1 = 3\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{c}_2 = 5\vec{a} - 7\vec{b};$
22	$\vec{a}(2,-1,4), \vec{b}(3,-7,-6), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} - 2\vec{b};$
23	$\vec{a}(5,-1,-2), \vec{b}(6,0,7), \vec{c}_1 = 3\vec{a} - 2\vec{b}, \vec{c}_2 = 4\vec{b} - 6\vec{a};$
24	$\vec{a}(-9,5,3), \vec{b}(7,1,-2), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} + 5\vec{b};$
25	$\vec{a}(4,2,9), \vec{b}(0,-1,3), \vec{c}_1 = 4\vec{b} - 3\vec{a}, \vec{c}_2 = 4\vec{a} - 3\vec{b};$
26	$\vec{a}(2,1,0), \vec{b}(3,0,-1), \vec{c}_1 = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{a} - 3\vec{b};$
27	$\vec{a}(5,-1,0), \vec{b}(2,1,1), \vec{c}_1 = 5\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{a} + 3\vec{b};$
28	$\vec{a}(1,2,3), \vec{b}(0,-4,-5), \vec{c}_1 = 2\vec{a} + 3\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{a} - 4\vec{b};$
29	$\vec{a}(5,-1,4), \vec{b}(0,-3,2), \vec{c}_1 = 3\vec{a} - 5\vec{b}, \vec{c}_2 = 6\vec{a} + \vec{b};$
30	$\vec{a}(1,1,-2), \vec{b}(3,5,4), \vec{c}_1 = 2\vec{a} - 4\vec{b}, \vec{c}_2 = \vec{a} + 3\vec{b}.$

Задача 2

Найдите косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} , если:

- 1) $A(1,-2,3), B(0,-1,2), C(3,-4,5);$
- 2) $A(0,-3,6), B(-12,-3,-3), C(-9,-3,-6);$
- 3) $A(3,3,-1), B(5,5,-2), C(4,1,1);$
- 4) $A(-1,2,-3), B(3,4,-6), C(1,1,-1);$
- 5) $A(-4,-2,0), B(-1,-2,4), C(3,-2,1);$
- 6) $A(5,3,-1), B(5,2,0), C(6,4,-1);$
- 7) $A(-3,-7,-5), B(0,-1,-2), C(2,3,0);$
- 8) $A(2,-4,6), B(0,-2,4), C(6,-8,10);$
- 9) $A(0,1,-2), B(3,1,2), C(4,1,1);$
- 10) $A(3,3,-1), B(1,5,-2), C(4,1,1);$
- 11) $A(2,1,-1), B(6,-1,-4), C(4,2,1);$
- 12) $A(-1,-2,1), B(-4,-2,5), C(-8,-2,2);$
- 13) $A(6,2,-3), B(6,3,-2), C(7,3,-3);$
- 14) $A(0,0,4), B(-3,-6,1), C(-5,-10,-1);$

- 15) $A(2, -8, -1), B(4, -6, 0), C(-2, -5, -1)$;
- 16) $A(3, -6, 9), B(0, -3, 6), C(9, -12, 15)$;
- 17) $A(0, 2, -4), B(8, 2, 2), C(6, 2, 4)$;
- 18) $A(3, 3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, 1)$;
- 19) $A(-4, 3, 0), B(0, 1, 3), C(-2, 4, -2)$;
- 20) $A(1, -1, 0), B(-2, -1, 4), C(8, -1, -1)$;
- 21) $A(7, 0, 2), B(7, 1, 3), C(8, -1, 2)$;
- 22) $A(2, 3, 2), B(-1, -3, -1), C(-3, -7, -3)$;
- 23) $A(2, 2, 7), B(0, 0, 6), C(-2, 5, 7)$;
- 24) $A(-1, 2, -3), B(0, 1, -2), C(-3, 4, -5)$;
- 25) $A(0, 3, -6), B(9, 3, 6), C(12, 3, 3)$;
- 26) $A(1, 2, 1), B(0, -1, 3), C(-1, 3, 4)$;
- 27) $A(5, 1, 0), B(3, -3, 2), C(2, -1, 0)$;
- 28) $A(4, -1, 2), B(5, 1, 2), C(0, 4, 3)$;
- 29) $A(2, 0, 3), B(1, 1, 1), C(5, -1, 4)$;
- 30) $A(5, 2, -3), B(2, 3, 6), C(0, 3, -1)$.

Задача 3

Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , где $\alpha = \widehat{(\vec{p}, \vec{q})}$, если:

1	$\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 1, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{6}$;
2	$\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{\pi}{4}$;
3	$\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}; \vec{p} = \frac{1}{5}, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{\pi}{2}$;
4	$\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = \frac{1}{2}, \alpha = \frac{5\pi}{6}$;
5	$\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}; \vec{p} = 2, \vec{q} = 3, \alpha = \frac{3\pi}{4}$;
6	$\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}; \vec{p} = 2, \vec{q} = 3, \alpha = \frac{\pi}{3}$;

7	$\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}; \vec{p} = 3, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{2};$
8	$\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 7, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{4};$
9	$\vec{a} = \vec{p} - 4\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}; \vec{p} = 1, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{6};$
10	$\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 7, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{3};$
11	$\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 10, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{\pi}{2};$
12	$\vec{a} = 4\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}; \vec{p} = 5, \vec{q} = 4, \alpha = \frac{\pi}{4};$
13	$\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}; \vec{p} = 6, \vec{q} = 7, \alpha = \frac{\pi}{3};$
14	$\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}; \vec{p} = 3, \vec{q} = 4, \alpha = \frac{\pi}{3};$
15	$\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}; \vec{p} = 2, \vec{q} = 3, \alpha = \frac{\pi}{4};$
16	$\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{\pi}{6};$
17	$\vec{a} = 5\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}; \vec{p} = 1, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{3};$
18	$\vec{a} = 7\vec{p} - 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}; \vec{p} = \frac{1}{2}, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{2};$
19	$\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + \vec{q}; \vec{p} = 3, \vec{q} = 4, \alpha = \frac{\pi}{4};$
20	$\vec{a} = 10\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{\pi}{6};$
21	$\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}; \vec{p} = 8, \vec{q} = \frac{1}{2}, \alpha = \frac{\pi}{3};$
22	$\vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{q}, \vec{b} = \vec{q} - \vec{p}; \vec{p} = 2,5, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{2};$
23	$\vec{a} = 7\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}; \vec{p} = 3, \vec{q} = 1, \alpha = \frac{3\pi}{4};$
24	$\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 3, \vec{q} = 5, \alpha = \frac{2\pi}{3};$

25	$\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}; \vec{p} = 7, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{4};$
26	$\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 5\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = 5, \alpha = \frac{\pi}{3};$
27	$\vec{a} = 5\vec{p} - \vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} + 3\vec{q}; \vec{p} = 2, \vec{q} = 10, \alpha = \frac{\pi}{6};$
28	$\vec{a} = 4\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 5, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{4};$
29	$\vec{a} = \vec{p} + 5\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}; \vec{p} = 4, \vec{q} = 3, \alpha = \frac{2\pi}{3};$
30	$\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 4\vec{p} - \vec{q}; \vec{p} = 6, \vec{q} = 2, \alpha = \frac{\pi}{2}.$

Задача 4

Компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , если:

1	$\vec{a}(2,3,1), \vec{b}(-1,0,-1), \vec{c}(2,2,2);$
2	$\vec{a}(3,2,1), \vec{b}(2,3,4), \vec{c}(3,1,-1);$
3	$\vec{a}(1,5,2), \vec{b}(-1,1,-1), \vec{c}(1,1,1);$
4	$\vec{a}(1,-1,-3), \vec{b}(3,2,1), \vec{c}(2,3,4);$
5	$\vec{a}(3,3,1), \vec{b}(1,-2,1), \vec{c}(1,1,1);$
6	$\vec{a}(3,1,-1), \vec{b}(-2,-1,0), \vec{c}(5,2,-1);$
7	$\vec{a}(4,3,1), \vec{b}(1,-2,1), \vec{c}(2,2,2);$
8	$\vec{a}(4,3,1), \vec{b}(6,7,4), \vec{c}(2,0,-1);$
9	$\vec{a}(3,2,1), \vec{b}(1,-3,-7), \vec{c}(1,2,3);$
10	$\vec{a}(3,7,2), \vec{b}(-2,0,-1), \vec{c}(2,2,1);$
11	$\vec{a}(1,-2,6), \vec{b}(1,0,1), \vec{c}(2,-6,17);$
12	$\vec{a}(6,3,4), \vec{b}(-1,-2,-1), \vec{c}(2,1,2);$
13	$\vec{a}(7,3,4), \vec{b}(-1,-2,-1), \vec{c}(4,2,4);$

14	$\vec{a}(2,3,2), \vec{b}(4,7,5), \vec{c}(2,0,-1);$
15	$\vec{a}(5,3,4), \vec{b}(-1,0,-1), \vec{c}(4,2,4);$
16	$\vec{a}(3,10,5), \vec{b}(-2,-2,-3), \vec{c}(2,4,3);$
17	$\vec{a}(-2,-4,-3), \vec{b}(4,3,1), \vec{c}(6,7,4);$
18	$\vec{a}(3,1,-1), \vec{b}(1,0,-1), \vec{c}(8,3,-2);$
19	$\vec{a}(4,2,2), \vec{b}(-3,-3,-3), \vec{c}(2,1,2);$
20	$\vec{a}(4,1,2), \vec{b}(9,2,5), \vec{c}(1,1,-1);$
21	$\vec{a}(5,3,4), \vec{b}(4,3,3), \vec{c}(9,5,8);$
22	$\vec{a}(3,4,2), \vec{b}(1,1,0), \vec{c}(8,1,6);$
23	$\vec{a}(4,-1,-6), \vec{b}(1,-3,-7), \vec{c}(2,-1,-4);$
24	$\vec{a}(3,1,0), \vec{b}(-5,-4,-5), \vec{c}(4,2,4);$
25	$\vec{a}(3,0,3), \vec{b}(8,1,6), \vec{c}(1,1,-1);$
26	$\vec{a}(1,2,0), \vec{b}(0,-1,3), \vec{c}(3,1,2);$
27	$\vec{a}(-1,-2,3), \vec{b}(1,1,2), \vec{c}(4,0,-3);$
28	$\vec{a}(0,1,3), \vec{b}(-2,-3,1), \vec{c}(6,1,0);$
29	$\vec{a}(-5,4,0), \vec{b}(1,0,-3), \vec{c}(2,1,2);$
30	$\vec{a}(-4,1,-3), \vec{b}(1,-1,0), \vec{c}(0,3,4).$

Задача 5

Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, если:

1	$A_1(1, 3, 6)$	$A_2(2, 2, 1)$	$A_3(-1, 0, 1)$	$A_4(-4, 6, -3)$
2	$A_1(-4, 2, 6)$	$A_2(2, -3, 0)$	$A_3(-10, 5, 8)$	$A_4(-5, 2, -4)$
3	$A_1(7, 2, 4)$	$A_2(7, -1, -2)$	$A_3(3, 3, 1)$	$A_4(-4, 2, 1)$
4	$A_1(2, 1, 4)$	$A_2(-1, 5, -2)$	$A_3(-7, -3, 2)$	$A_4(-6, -3, 6)$
5	$A_1(-1, -5, 2)$	$A_2(-6, 0, -3)$	$A_3(3, 6, -3)$	$A_4(-10, 6, 7)$
6	$A_1(0, -1, -1)$	$A_2(-2, 3, 5)$	$A_3(1, -5, -9)$	$A_4(-1, -6, 3)$

7	$A_1(5, 2, 0)$	$A_2(2, 5, 0)$	$A_3(1, 2, 4)$	$A_4(-1, 1, 1)$
8	$A_1(2, -1, -2)$	$A_2(1, 2, 1)$	$A_3(5, 0, -6)$	$A_4(-10, 9, -7)$
9	$A_1(-2, 0, -4)$	$A_2(-1, 7, 1)$	$A_3(4, -8, -4)$	$A_4(1, -4, 6)$
10	$A_1(14, 4, 5)$	$A_2(-5, -3, 2)$	$A_3(-2, -6, -3)$	$A_4(-2, 2, -1)$
11	$A_1(1, 2, 0)$	$A_2(3, 0, -3)$	$A_3(5, 2, 6)$	$A_4(8, 4, -9)$
12	$A_1(2, -1, 2)$	$A_2(1, 2, -1)$	$A_3(3, 2, 1)$	$A_4(-4, 2, 5)$
13	$A_1(1, 1, 2)$	$A_2(-1, 1, 3)$	$A_3(2, -2, 4)$	$A_4(-1, 0, -2)$
14	$A_1(2, 3, 1)$	$A_2(4, 1, -2)$	$A_3(6, 3, 7)$	$A_4(7, 5, -3)$
15	$A_1(1, 1, -1)$	$A_2(2, 3, 1)$	$A_3(3, 2, 1)$	$A_4(5, 9, -8)$
16	$A_1(1, 5, -7)$	$A_2(-3, 6, 3)$	$A_3(-2, 7, 3)$	$A_4(-4, 8, -12)$
17	$A_1(-3, 4, -7)$	$A_2(1, 5, -4)$	$A_3(-5, -2, 0)$	$A_4(2, 5, 4)$
18	$A_1(-1, 2, -3)$	$A_2(4, -1, 0)$	$A_3(2, 1, -2)$	$A_4(3, 4, 5)$
19	$A_1(4, -1, 3)$	$A_2(-2, 1, 0)$	$A_3(0, -5, 1)$	$A_4(3, 2, -6)$
20	$A_1(1, -1, 1)$	$A_2(-2, 0, 3)$	$A_3(2, 1, -1)$	$A_4(2, -2, -4)$
21	$A_1(1, 2, 0)$	$A_2(1, -1, 2)$	$A_3(0, 1, -1)$	$A_4(-3, 0, 1)$
22	$A_1(1, 0, 2)$	$A_2(1, 2, -1)$	$A_3(2, -2, 1)$	$A_4(2, 1, 0)$
23	$A_1(1, 2, -3)$	$A_2(1, 0, 1)$	$A_3(-2, -1, 6)$	$A_4(0, -5, -4)$
24	$A_1(3, 10, -1)$	$A_2(-2, 3, -5)$	$A_3(-6, 0, -3)$	$A_4(1, -1, 2)$
25	$A_1(-1, 2, 4)$	$A_2(-1, -2, -4)$	$A_3(3, 0, -1)$	$A_4(7, -3, 1)$
26	$A_1(3, 2, 5)$	$A_2(4, 0, 6)$	$A_3(2, 6, 5)$	$A_4(6, 4, -1)$
27	$A_1(2, 1, 6)$	$A_2(1, 4, 9)$	$A_3(2, -5, 8)$	$A_4(5, 4, 2)$
28	$A_1(2, 1, 7)$	$A_2(3, 3, 6)$	$A_3(2, -3, 9)$	$A_4(1, 2, 5)$
29	$A_1(2, -1, 7)$	$A_2(6, 3, 1)$	$A_3(3, 2, 8)$	$A_4(2, -3, 7)$
30	$A_1(0, 4, 5)$	$A_2(3, -2, 1)$	$A_3(4, 5, 6)$	$A_4(3, 3, 2)$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 3

Тема. Прямая на плоскости.

Линии второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве. Поверхности второго порядка

Задача 1

Задан треугольник ABC координатами своих вершин. Найдите:

- а) периметр треугольника;
- б) точку пересечения медиан;
- в) уравнение стороны AB ;
- г) уравнение высоты, опущенной из вершины C ;
- д) длину этой высоты.

1	$A(1,2)$	$B(3,4)$	$C(-2,-3)$
2	$A(-5,2)$	$B(3,6)$	$C(4,-6)$
3	$A(1,2)$	$B(8,4)$	$C(-1,4)$
4	$A(3,5)$	$B(-3,4)$	$C(5,1)$
5	$A(3,7)$	$B(-4,0)$	$C(1,4)$
6	$A(-4,5)$	$B(2,7)$	$C(1,1)$
7	$A(-3,2)$	$B(-5,-4)$	$C(2,1)$
8	$A(3,-5)$	$B(-2,-7)$	$C(0,2)$
9	$A(1,-3)$	$B(5,4)$	$C(-1,0)$
10	$A(-1,2)$	$B(-2,-2)$	$C(5,-2)$
11	$A(1,-1)$	$B(3,-5)$	$C(2,4)$
12	$A(-3,-2)$	$B(1,-2)$	$C(0,4)$
13	$A(1,-2)$	$B(-3,2)$	$C(-1,3)$
14	$A(1,2)$	$B(3,4)$	$C(-2,-3)$
15	$A(-2,7)$	$B(3,-3)$	$C(2,5)$
16	$A(3,4)$	$B(1,2)$	$C(-1,-4)$
17	$A(2,0)$	$B(-3,3)$	$C(-1,0)$

18	$A(2,-5)$	$B(7,-3)$	$C(6,1)$
19	$A(-2,3)$	$B(4,5)$	$C(6,-5)$
20	$A(1,1)$	$B(3,-1)$	$C(2,7)$
21	$A(1,-2)$	$B(2,-3)$	$C(4,-3)$
22	$A(7,-3)$	$B(6,1)$	$C(-2,3)$
23	$A(2,3)$	$B(0,-3)$	$C(5,-2)$
24	$A(1,0)$	$B(2,1)$	$C(3,-2)$
25	$A(0,-3)$	$B(5,-2)$	$C(6,-3)$
26	$A(-2,4)$	$B(3,1)$	$C(10,7)$
27	$A(7,0)$	$B(1,4)$	$C(-8,-4)$
28	$A(1,-3)$	$B(0,7)$	$C(-2,4)$
29	$A(-5,1)$	$B(8,-2)$	$C(1,4)$
30	$A(2,5)$	$B(-3,1)$	$C(0,4)$

Задача 2

Составьте каноническое уравнение эллипса (для вариантов 1–15) или каноническое уравнение гиперболы (для вариантов 16–30), фокусы которых расположены на оси OX симметрично началу координат, если:

- 1) расстояние между фокусами равно 10, большая ось равна 26;
- 2) большая ось равна 20, эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$;
- 3) расстояние между директрисами равно 18, большая ось равна 12;
- 4) прямые $x = \pm 12,5$ являются директрисами, малая ось равна 12;

5) точки $M(3, 2)$, $N(3\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{2})$ принадлежат эллипсу;

6) точка $M(3, 4)$ принадлежит эллипсу, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{1}{2}$;

7) большая полуось равна 5, расстояние между фокусами равно 6;

8) расстояния от фокуса до концов большой оси равны 1 и 9;

9) сумма длин полуосей равна 8, и расстояние между фокусами равно 8;

10) директрисы задаются уравнениями $x = \pm 12$, эксцентриситет

$$\varepsilon = \frac{1}{3};$$

11) точки $M(2, 2)$, $N(3, 1)$ принадлежат эллипсу;

- 12) расстояние между фокусами равно 4, малая полуось равна 5;
- 13) длина малой полуоси равна 3, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 14) точка $M(2, -2)$ принадлежит эллипсу, большая полуось равна 4;
- 15) точка $M(1, 1)$ принадлежит эллипсу, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
- 16) расстояние между фокусами равно 20, действительная ось равна 12;
- 17) действительная ось равна 6, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{3}$;
- 18) расстояние между фокусами равно 20, уравнения асимптот имеют вид $y = \pm \frac{3}{4}x$;
- 19) расстояние между директрисами равно 14, расстояние между фокусами равно 16;
- 20) расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$, эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{2}$;
- 21) точка $M(4, 2)$ принадлежит гиперболе, действительная ось равна $2\sqrt{2}$;
- 22) точка $M(6, 2)$ принадлежит гиперболе, уравнения асимптот имеют вид $x \pm 2y = 0$;
- 23) точка $M(-5, 3)$ принадлежит гиперболе, эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{2}$;
- 24) даны уравнения асимптот $y = \pm \frac{x}{2}$ и уравнения директрис $x = \pm \frac{24}{\sqrt{15}}$;
- 25) фокусы имеют координаты $(\pm 10, 0)$, точка $M(12, 3\sqrt{5})$ принадлежит гиперболе;
- 26) даны уравнения асимптот $y = \pm \frac{12}{5}x$ и координаты фокусов $(\pm 13, 0)$;
- 27) левая вершина $A_1(-3, 0)$ и левый фокус $F_1(-5, 0)$;
- 28) расстояние между фокусами равно 26, эксцентриситет $\varepsilon = 2,6$;
- 29) действительная полуось равна 5, эксцентриситет $\varepsilon = 1,4$;
- 30) расстояние между фокусами равно 16, мнимая ось равна 12.

Задача 3

Найдите расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через три точки M_1, M_2, M_3 :

1	$M_1(-3, 4, -7)$	$M_2(1, 5, -4)$	$M_3(-5, -2, 0)$	$M_0(-12, 7, -1)$
2	$M_1(-1, 2, -3)$	$M_2(4, -1, 0)$	$M_3(2, 1, -2)$	$M_0(1, -6, -5)$
3	$M_1(-3, -1, 1)$	$M_2(-9, 1, -2)$	$M_3(3, -5, 4)$	$M_0(-7, 0, -1)$
4	$M_1(1, -1, 1)$	$M_2(-2, 0, 3)$	$M_3(2, 1, -1)$	$M_0(-2, 4, 2)$
5	$M_1(1, 2, 0)$	$M_2(1, -1, 2)$	$M_3(0, 1, -1)$	$M_0(2, -1, 4)$
6	$M_1(1, 0, 2)$	$M_2(1, 2, -1)$	$M_3(2, -2, 1)$	$M_0(-5, -9, 1)$
7	$M_1(1, 2, -3)$	$M_2(1, 0, 1)$	$M_3(-2, -1, 6)$	$M_0(3, -2, -9)$
8	$M_1(3, 10, -1)$	$M_2(-2, 3, -5)$	$M_3(-6, 0, -3)$	$M_0(-6, 7, -10)$
9	$M_1(-1, 2, 4)$	$M_2(-1, -2, -4)$	$M_3(3, 0, -1)$	$M_0(-2, 3, 5)$
10	$M_1(0, -3, 1)$	$M_2(-4, 1, 2)$	$M_3(2, -1, 5)$	$M_0(-3, 4, -5)$
11	$M_1(1, 3, 0)$	$M_2(4, -1, 2)$	$M_3(3, 0, 1)$	$M_0(4, 3, 0)$
12	$M_1(-2, -1, -1)$	$M_2(0, 3, 2)$	$M_3(3, 1, -4)$	$M_0(-21, 20, -16)$
13	$M_1(-3, -5, 6)$	$M_2(2, 1, -4)$	$M_3(0, -3, -1)$	$M_0(3, 6, 68)$
14	$M_1(2, -4, -3)$	$M_2(5, -6, 0)$	$M_3(-1, 3, -3)$	$M_0(2, -10, 8)$
15	$M_1(1, -1, 2)$	$M_2(2, 1, 2)$	$M_3(1, 1, 4)$	$M_0(-3, 2, 7)$
16	$M_1(1, 3, 6)$	$M_2(2, 2, 1)$	$M_3(-1, 0, 1)$	$M_0(5, -4, 5)$
17	$M_1(-4, 2, 6)$	$M_2(2, -3, 0)$	$M_3(-10, 5, 8)$	$M_0(-12, 1, 8)$
18	$M_1(7, 2, 4)$	$M_2(7, -1, -2)$	$M_3(-5, -2, -1)$	$M_0(10, 1, 8)$
19	$M_1(2, 1, 4)$	$M_2(3, 5, -2)$	$M_3(-7, -3, 2)$	$M_0(-3, 1, 8)$
20	$M_1(-1, -5, 2)$	$M_2(-6, 0, -3)$	$M_3(3, 6, -3)$	$M_0(10, -8, -7)$
21	$M_1(0, -1, -1)$	$M_2(-2, 3, 5)$	$M_3(1, -5, -9)$	$M_0(-4, -13, 6)$
22	$M_1(5, 2, 0)$	$M_2(2, 5, 0)$	$M_3(1, 2, 4)$	$M_0(-3, -6, -8)$
23	$M_1(2, -1, -2)$	$M_2(1, 2, 1)$	$M_3(5, 0, -6)$	$M_0(14, -3, 7)$
24	$M_1(-2, 0, -4)$	$M_2(-1, 7, 1)$	$M_3(4, -8, -4)$	$M_0(-6, 5, 5)$
25	$M_1(14, 4, 5)$	$M_2(-5, -3, 2)$	$M_3(-2, -6, -3)$	$M_0(-1, -8, 7)$
26	$M_1(3, 1, 4)$	$M_2(-1, 6, 1)$	$M_3(-1, 1, 6)$	$M_0(0, 4, -1)$
27	$M_1(3, -1, 2)$	$M_2(-1, 0, 1)$	$M_3(1, 7, 3)$	$M_0(8, 5, 8)$
28	$M_1(3, 5, 4)$	$M_2(5, 8, 3)$	$M_3(1, 2, -2)$	$M_0(-1, 0, 2)$
29	$M_1(2, 4, 3)$	$M_2(1, 1, 5)$	$M_3(4, 9, 3)$	$M_0(3, 6, 7)$
30	$M_1(9, 5, 5)$	$M_2(-3, 7, 1)$	$M_3(5, 7, 8)$	$M_0(6, 9, 2)$

Задача 4

Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой (для вариантов 1–15) или плоскости (для вариантов 16–30):

1	$M(0, -3, -2),$	$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$
2	$M(2, -1, 1),$	$\frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$
3	$M(1, 1, 1),$	$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}$
4	$M(1, 2, 3),$	$\frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$
5	$M(1, 0, -1),$	$\frac{x-3,5}{2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$
6	$M(2, 1, 0),$	$\frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$
7	$M(-2, -3, 0),$	$\frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$
8	$M(-1, 0, -1),$	$\frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$
9	$M(0, 1, 2),$	$\frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$
10	$M(3, -3, -1),$	$\frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$
11	$M(3, 3, 3),$	$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$
12	$M(-1, 2, 0),$	$\frac{x+0,5}{1} = \frac{y+0,7}{-0,2} = \frac{z-2}{2}$
13	$M(2, -2, -3),$	$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}$
14	$M(-1, 0, 1),$	$\frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}$
15	$M(0, -3, -2),$	$\frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$
16	$M(1, 0, 1),$	$4x + 6y + 4z - 25 = 0$

17	$M(-1, 0, -1),$	$2x + 6y - 2z + 11 = 0$
18	$M(0, 2, 1),$	$2x + 4y - 3 = 0$
19	$M(2, 1, 0),$	$y + z + 2 = 0$
20	$M(-1, 2, 0),$	$4x - 5y - z - 7 = 0$
21	$M(2, -1, 1),$	$x - y + 2z - 2 = 0$
22	$M(1, 1, 1),$	$x + 4y + 3z + 5 = 0$
23	$M(1, 2, 3),$	$2x + 10y + 10z - 1 = 0$
24	$M(0, -3, -2),$	$2x + 10y + 10z - 1 = 0$
25	$M(1, 0, -1),$	$2y + 4z - 1 = 0$
26	$M(3, 1, -1),$	$x + 2y + 3z - 30 = 0$
27	$M(6, -5, 5),$	$2x - 3y + z - 4 = 0$
28	$M(4, -3, 1),$	$x - 2y - z - 15 = 0$
29	$M(1, -1, 2),$	$3x + y - z + 12 = 0$
30	$M(0, -2, 3),$	$2x - y + 3z - 1 = 0$

Задача 5

Исследуйте данную поверхность методом сечений.

1	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + z^2 = 1;$
2	$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 2z;$
3	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} - z^2 = 1;$
4	$2x^2 + 3y^2 - 6z = 0;$
5	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1;$
6	$\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 2y;$
7	$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1;$
8	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 2z;$

9	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1;$
10	$x^2 - y^2 = 2z;$
11	$x^2 + y^2 = 2z;$
12	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 2z;$
13	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1;$
14	$2x^2 + y^2 + z^2 - 4z + 2 = 0;$
15	$\frac{x^2}{4} + y^2 - z^2 = -1;$
16	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1;$
17	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1;$
18	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{36} = 1;$
19	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} + z^2 = 1;$
20	$x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 6y - 12 = 0;$
21	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1;$
22	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 2z;$
23	$4x^2 + y^2 - 8z = 0;$
24	$x^2 + y^2 + 2z^2 + 4x - 8 = 0;$
25	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1;$
26	$9x^2 + y^2 - 8z = 0;$
27	$x^2 - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1;$
28	$\frac{x^2}{16} + y^2 - \frac{z^2}{4} = 1;$

29	$\frac{x^2}{9} - y^2 - z^2 = 1;$
30	$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1.$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 4

Тема. **Функция.**

Предел функции в точке. Производная

Задача 1

Построить график функции:

1	$y = \sin x + 3$	11	$y = \cos x $	21	$y = 2 + \sqrt{x}$
2	$y = 1 - 2^x$	12	$y = 2^{- x }$	22	$y = 3(x+1)^2$
3	$y = \sin 2x$	13	$y = \log_2 x $	23	$y = \sqrt{-x}$
4	$y = x^2 + 3x $	14	$y = x - 1 $	24	$y = \cos 2x - 2$
5	$y = \cos 3x$	15	$y = x - 1 - 2$	25	$y = -(x + 2)^2$
6	$y = 2 \sin x + 1$	16	$y = x + 1$	26	$y = \sin(-x)$
7	$y = \lg 2x$	17	$y = \lg x + 1$	27	$y = \frac{1}{2}x^3$
8	$y = \sin x - 2$	18	$y = \sqrt{x+1}$	28	$y = -2 \cos 3x$
9	$y = -5x^2$	19	$y = 1 + 2^{-x}$	29	$y = \lg(x - 4)$
10	$y = \lg(3 - x)$	20	$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$	30	$y = (x - 5)^2$

Задача 2

Вычислить пределы:

	а	б	в	г
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - 25}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$
2	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{x - 10}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \operatorname{tg} x}$
3	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{2n+1}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 + 4x - 12}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x - 2} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$

	a	б	в	г
4	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x-3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+2}{2n+1} \right)^n$	$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin 2x \operatorname{ctg}^2 3x$
6	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-6}{3n+2} \right)^{-n+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{14+x} - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$
7	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+5} \right)^{n/2}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{49 - x^2}{1 - \sqrt{8-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$
8	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$	$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \sin x}$
9	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}$	$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+x}}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \operatorname{tg} 2x}$
10	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+7} \right)^{2n+5}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{1 - \cos 3x}$
11	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{-n}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x-3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$
12	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+7}{5n+3} \right)^n$	$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \cdot \operatorname{tg} x}$
13	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n-2}$	$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 5x}{\sin 3x}$
14	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n+3} \right)^n$	$\lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x+5} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\operatorname{tg} x - \sin x}$
15	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}$	$\lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2 + 13x + 21}{2x + 7}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$
16	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+7}{2n+3} \right)^{-n}$	$\lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2}$
17	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}$	$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x \operatorname{ctg} 3x$

	а	б	в	г
18	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^{2n}$	$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x+1/2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin^2 3x}$
19	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-7}{2n+9} \right)^{2n+1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x-11}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$
20	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n-1} \right)^{5n}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x-5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$
21	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-5}{3n+7} \right)^{n+1}$	$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x+7}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$
22	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n}$	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x+4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 7x}$
23	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n+5}{6n-5} \right)^{3n+2}$	$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}$
24	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n$	$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x+5}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 5x}$
25	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+15}{7n+11} \right)^{n+2}$	$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x-8}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin 3x}$
26	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+1}$	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x-10}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^3 + x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 2x}$
27	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{2n}$	$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x-1/2}$	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{5x^2}$
28	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}$	$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x+6}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{8+x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 3x}$
29	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{3n-7}$	$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x-1/3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{5x^2}$
30	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{\frac{n+1}{6}}$	$\lim_{x \rightarrow -1/5} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x+1/5}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$	$\lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg} 3x$

Задача 3

Найти производные указанных функций:

№	a	б	в	г
1	$y = \frac{6}{x^4} + 3x^2 - \sqrt{x^5}, y'(1)$	$y = \sin^2 x, y''\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$y = (\sqrt{x})^x$	$\begin{cases} x = te^t, \\ y = te^{-t}. \end{cases}$
2	$y = \frac{7}{x} - \sqrt[5]{x^3} - 2x^6, y'(1)$	$y = \arctg x, y''(1)$	$y = (x^2 + 1)^{\frac{1}{x}}$	$\begin{cases} x = t \ln t, \\ y = t^3 + 3t, \end{cases}$
3	$y = 4x^3 + \frac{3}{x} - \sqrt[3]{x^5}, y'(1)$	$y = \ln(2 + x^2), y''(0)$	$y = x^{2x}$	$\begin{cases} x = e^t + e^{-t}, \\ y = t^2 + 2t, \end{cases}$
4	$y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x} + 3x^2, y'(1)$	$y = e^x \cos x, y''(0)$	$y = x^x + (\sin x)^{\cos x}$	$\begin{cases} x = t^4 + 2t, \\ y = \ln t, \end{cases}$
5	$y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[5]{x^4}, y'(1)$	$y = e^x \sin 2x, y''(0)$	$y = (x^2 + 2)^{x^2 + 2}$	$\begin{cases} x = t^2 + 4t, \\ y = (t+1)^2, \end{cases}$
6	$y = 8x^3 - \frac{4}{x} + \sqrt[4]{x^3}, y'(1)$	$y = e^{-x} \cos x, y''(0)$	$y = x^{\sin(2x+3)}$	$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t, \end{cases}$
7	$y = 7x^2 + \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^3}, y'(1)$	$y = \sin 2x, y''(\pi)$	$y = x^{x^2}$	$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin t, \end{cases}$
8	$y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - 5x^3, y'(1)$	$y = (2x+1)^5, y''(1)$	$y = x^{\sin x}$	$\begin{cases} x = t + \ln t \\ y = \ln^2 t \end{cases}$
9	$y = 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^2} - 7x^2, y'(1)$	$y = \ln(x+1), y''(2)$	$y = (\sin x)^{\cos x}$	$\begin{cases} x = e^{-3t}, \\ y = e^{3t}, \end{cases}$
10	$y = 9x^3 + \frac{5}{x} - \sqrt[5]{x}, y'(1)$	$y = \frac{1}{2}x^2 e^x, y''(0)$	$y = (\cos x)^x$	$\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t, \end{cases}$
11	$y = \sqrt{x^5} + \frac{3}{x} - 3x^2, y'(1)$	$y = \arcsin x, y''(0)$	$y = (\cos(x + 2))^{\ln x}$	$\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$
12	$y = \sqrt[3]{(x+1)^2}, y'(1)$	$y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}}$	$y = (\sin 3x)^{\arccos x}$	$\begin{cases} x = e^t, \\ y = \arcsin t, \end{cases}$
13	$y = 5x^2 + \frac{4}{x} - \sqrt{x^7}, y'(1)$	$y = x \sin x, y''\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$y = (\sin x)^x$	$\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t} \end{cases}$
14	$y = \frac{8}{x^3} - 4\sqrt{x} + 2x^2, y'(1)$	$y = x^2 \ln x, y''(e)$	$y = (\cos 5x)^{\arctg \sqrt{x}}$	$\begin{cases} x = \arctg t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$

№	a	б	в	г
15	$y = \frac{4}{x^5} + \sqrt{x^3} - 7x^3, y'(1)$	$y = x \sin 2x, y''\left(\frac{-\pi}{4}\right)$	$y = (\sqrt{3x+2})^{\arccos 3x}$	$\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$
16	$y = \frac{9}{x^2} + \sqrt[4]{x} + 5x^4, y'(1)$	$y = x \cos 2x, y''\left(\frac{\pi}{12}\right)$	$y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}$	$\begin{cases} x = 5 \operatorname{tg} t \\ y = 5 \operatorname{ctg} t \end{cases}$
17	$y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}, y'(1)$	$y = x^4 \ln x, y''(1)$	$y = (\arcsin 5x)^{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$	$\begin{cases} x = 5 \cos^2 t \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$
18	$y = 4x^3 - \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^2}, y'(1)$	$y = x + \arctg x, y''(1)$	$y = (\arccos 5x)^{\ln x}$	$\begin{cases} x = 4 \sin t \\ y = 5 \cos t \end{cases}$
19	$y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x} + 3x^2, y'(1)$	$y = \cos^2 x, y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}$	$\begin{cases} x = \ln t + t^2 \\ y = 2^t \end{cases}$
20	$y = 4x^6 + \frac{5}{x} - \sqrt[3]{x^7}, y'(1)$	$y = \ln(x^2 - 4), y''(3)$	$y = (\operatorname{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}}$	$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$
21	$y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x}, y'(1)$	$y = x^2 \cos x, y''\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$y = (\cos(x+5))^{\arcsin 3x}$	$\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t \ln t \end{cases}$
22	$y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{x} - 4x^6, y'(1)$	$y = x \arccos x, y''\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$y = (\sqrt{x+5})^{\arccos 3x}$	$\begin{cases} x = 4t + 2t^2 \\ y = 5t^3 - 3t \end{cases}$
23	$y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3}, y'(1)$	$y = (x+1) \ln(x+1), y''(0)$	$y = (\sin 4x)^{\arctg \frac{1}{x}}$	$\begin{cases} x = \sqrt{t^2+1} \\ y = t^3 + t \end{cases}$
24	$y = 5x^2 - \sqrt[3]{x} + \frac{4}{x^2}, y'(1)$	$y = 3 \ln^2 x, y''(e)$	$y = (\operatorname{tg} 3x^4)^{\sqrt{x+3}}$	$\begin{cases} x = \frac{2}{t} \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$
25	$y = 7x^2 - \frac{4}{x} + \sqrt[4]{x^3}, y'(1)$	$y = (4x-3)^5, y''(1)$	$y = (\operatorname{ctg} 2x^3)^{\sin \sqrt{x}}$	$\begin{cases} x = t^3 + t \\ y = t^2 - 2 \end{cases}$
26	$y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[4]{x}, y'(1)$	$y = x \sin 2x, y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$y = (\operatorname{tg} 7x^5)^{\sqrt{x+2}}$	$\begin{cases} x = e^{4t} \\ y = e^{-2t} \end{cases}$
27	$y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^4} - 3x^3, y'(1)$	$y = x \operatorname{arccotg} x, y''(2)$	$y = (\arccos x)^{\sqrt{\cos x}}$	$\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - 4t \end{cases}$

№	а	б	в	г
28	$y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x}, y'(1)$	$y = (7x-4)^4, y''(1)$	$y = (\ln(5x - 4))^{\arctg x}$	$\begin{cases} x = 6 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$
29	$y = \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2} - 4x^3, y'(1)$	$y = (5x-2)^3, y''(1)$	$y = (\ln(7x + 4))^{\lg x}$	$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$
30	$y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}, y'(1)$	$y = e^x \sin x, y''(0)$	$y = (\arccos(x+2))^{\lg 3x}$	$\begin{cases} x = (2t+3) \cos t \\ y = 3t^3 \end{cases}$

Задача 4

Провести полное исследование функции и построить ее график:

1	$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$	2	$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$	3	$y = \frac{2}{x^2 + 2x}$
4	$y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$	5	$y = \frac{12x}{9 + x^2}$	6	$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$
7	$y = \frac{4 - x^3}{x^2}$	8	$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$	9	$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$
10	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$	11	$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$	12	$y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$
13	$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$	14	$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$	15	$y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$
16	$y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$	17	$y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$	18	$y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$
19	$y = \frac{4x}{(x+1)^2}$	20	$y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$	21	$y = \frac{1}{x^4 - 1}$
22	$y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$	23	$y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}$	24	$y = \frac{3x - 2}{x^3}$
25	$y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$	26	$y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$	27	$y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$
28	$y = \frac{4(x+1)^2}{x^2 + 2x + 4}$	29	$y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$	30	$y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 5

Тема. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла

Задача 1

Найти неопределенный интеграл:

1	$\int \frac{3-5x^2+x^3}{x} dx$	13	$\int \frac{x^3-x+4}{x} dx$
2	$\int \frac{x^5-2x^3+4}{x^2} dx$	14	$\int \frac{5x^2-x^3+2}{x} dx$
3	$\int \frac{3x^2-x+2}{x} dx$	15	$\int \frac{2x^3-x+4}{x^2} dx$
4	$\int \frac{x^3-x^4+2}{x} dx$	16	$\int \frac{x^5-x^4-2}{x^3} dx$
5	$\int \frac{x^4-2x+5}{x^2} dx$	17	$\int \frac{x^5-5x^2+3}{x^2} dx$
6	$\int \frac{6x-x^4+3}{x} dx$	18	$\int \frac{x^6-2x^2+3}{x} dx$
7	$\int \frac{x-3x^2+2}{x^2} dx$	19	$\int \frac{x^2+x^6-3}{x^3} dx$
8	$\int \frac{x^3-2x^5+3}{x} dx$	20	$\int \frac{2x^3-x^5+5}{x} dx$
9	$\int \frac{x^2-2x-1}{3x} dx$	21	$\int \frac{x+4x^2-5}{x} dx$
10	$\int \frac{x^7-7x^2+5}{x^3} dx$	22	$\int \frac{x^4-x^2+1}{x} dx$
11	$\int \frac{x^3-2+x}{x} dx$	23	$\int \frac{x^3-3x^5+4}{x^2} dx$
12	$\int \frac{x^5-2x^3+4}{x^2} dx$	24	$\int \frac{x^5-2x^3+4}{x} dx$

25	$\int \frac{3x^2 - x + 7}{x} dx$	28	$\int \frac{x - 2x^3 + 6}{x^2} dx$
26	$\int \frac{2x - x^2 + 3}{x} dx$	29	$\int \frac{x^3 - x + 1}{x} dx$
27	$\int \frac{2x^3 - 5x + 6}{x^2} dx$	30	$\int \frac{2x^3 - x + 1}{x^2} dx$

Задача 2

Найти неопределенный интеграл:

1	$\int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^2 x}$	11	$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 25}$
2	$\int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx$	12	$\int \frac{\ln^5(x+1)}{x+1} dx$
3	$\int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}$	13	$\int \frac{\ln^3(1-x)}{x-1} dx$
4	$\int \frac{\sqrt[3]{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx$	14	$\int \frac{5x+1}{x^2 - 4x + 1} dx$
5	$\int \frac{\ln^7(x+1)}{x+1} dx$	15	$\int \frac{2x-1}{3x^2 - 6x - 9} dx$
6	$\int \frac{\ln^4(x-5)}{x-5} dx$	16	$\int \frac{\ln(x+4)}{x+4} dx$
7	$\int \frac{\arctg^4 5x}{1+25x^2} dx$	17	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x}$
8	$\int \frac{xdx}{2x^2 + 2x + 5}$	18	$\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 4}$
9	$\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 10}$	19	$\int \frac{dx}{(x-4)\ln^5(x-4)}$
10	$\int \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx$	20	$\int \frac{\ln^4(x+3)}{x+3} dx$

21	$\int \frac{dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}$	26	$\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$
22	$\int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx$	27	$\int \frac{\operatorname{tg}^5 4x}{\cos^2 4x} dx$
23	$\int \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{1+4x^2} dx$	28	$\int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}}$
24	$\int \frac{\ln^3(x+6)}{x+6} dx$	29	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$
25	$\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}x}$	30	$\int \frac{\ln^5(x+3)}{x+3} dx$

Задача 3

Найти неопределенный интеграл:

1	$\int x \cos 2x dx.$	14	$\int \ln(x+4) dx.$
2	$\int \frac{xdx}{\sin^2 x}.$	15	$\int (x+1) \ln x dx.$
3	$\int (x+4)e^{2x} dx.$	16	$\int (x-4) \sin 5x dx.$
4	$\int x \sin 2x dx.$	17	$\int \frac{xdx}{\cos^2 x}.$
5	$\int (x-4)e^{3x} dx.$	18	$\int (x-3) \cos 4x dx.$
6	$\int x \sin(3x-2) dx.$	19	$\int (x+2)e^{-3x} dx.$
7	$\int (x+2)e^{-x} dx.$	20	$\int x^2 \ln x dx.$
8	$\int x \sin 4x dx.$	21	$\int (x-1)e^{4x} dx.$
9	$\int x \cos 3x dx.$	22	$\int (x+2) \ln x dx.$
10	$\int \operatorname{arctg} 2x dx.$	23	$\int (x-3) \ln x dx.$
11	$\int (x-3) \cos 2x dx.$	24	$\int (3x+2)e^x dx.$
12	$\int (3x-5) \sin x dx.$	25	$\int xe^{2x} dx.$
13	$\int \operatorname{arctg} 4x dx.$	26	$\int (x-1)e^x dx.$

27	$\int (5-x)e^x dx.$	29	$\int (x\sqrt{2}-3)\cos 2x dx.$
28	$\int x \sin 3x dx.$	30	$\int x \cdot \arctg x dx.$

Задача 4

Найти неопределенный интеграл:

1	$\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx.$	13	$\int \frac{2x^3+1}{x^2(x+1)} dx.$
2	$\int \frac{x^3-2x^2-2x+1}{x^3-x^2} dx.$	14	$\int \frac{x^3-3}{(x-1)(x^2-1)} dx.$
3	$\int \frac{3x^2+1}{(x-1)(x^2-1)} dx.$	15	$\int \frac{x^2-3x+2}{x^3+2x^2+x} dx.$
4	$\int \frac{x+2}{x^3-x^2} dx.$	16	$\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+x} dx.$
5	$\int \frac{4x^4+8x^3-3x-3}{x^3+2x^2+x} dx.$	17	$\int \frac{4x^4+8x^3-1}{(x^2+x)(x+1)} dx.$
6	$\int \frac{x+2}{x^3+x^2} dx.$	18	$\int \frac{4x}{(x^2-1)(x+1)} dx.$
7	$\int \frac{4x^2}{(x+1)(x^2-2x+1)} dx.$	19	$\int \frac{dx}{x^2+x^3}.$
8	$\int \frac{2x^2-2x-1}{x^2-x^3} dx.$	20	$\int \frac{x^3-4x^2+2x-1}{x^3-x^2} dx.$
9	$\int \frac{2x^2-5x+1}{x^3-2x^2+x} dx.$	21	$\int \frac{6x-2x^2-1}{x^3-2x^2+x} dx.$
10	$\int \frac{4x^4+8x^3-x-2}{x(x+1)^2} dx.$	22	$\int \frac{2x^3+2x^2+4x+3}{x^3+x^2} dx.$
11	$\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)x} dx.$	23	$\int \frac{x^3-4x+5}{(x^2-1)(x-1)} dx.$
12	$\int \frac{3x-x^2-2}{x(x+1)^2} dx.$	24	$\int \frac{3x^2+2}{x(x+1)^2} dx.$

25	$\int \frac{x+5}{x^3-x^2-x+1} dx.$	28	$\int \frac{dx}{x^3-x^2}$
26	$\int \frac{3x^2-7x+2}{(x^2-x)(x-1)} dx.$	29	$\int \frac{2x^2+1}{x^3-2x^2+x} dx.$
27	$\int \frac{x^2+x+2}{x^3+x^2} dx.$	30	$\int \frac{2x^3+5x^2-1}{x^3+x^2} dx.$

Задача 5

Найти неопределенный интеграл:

1	$\int \sin^4 x \cos x dx$	16	$\int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$
2	$\int \sin \frac{7}{2} x \sin \frac{3}{2} x dx$	17	$\int \cos 7x \cos 5x dx$
3	$\int \cos x \sin 9x dx$	18	$\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
4	$\int \sin^5 x \cos^2 x dx$	19	$\int \sin^5 x dx$
5	$\int \sin x \cos^3 x dx$	20	$\int \cos x \cos 4x dx$
6	$\int \cos^4 x \sin^3 x dx$	21	$\int \sin 2x \cos 3x dx$
7	$\int \sin 5x \sin 7x dx$	22	$\int \sin 7x \cos 6x dx$
8	$\int \sin x \cos 4x dx$	23	$\int \cos^5 x dx$
9	$\int \sin^2 x \cos^3 x dx$	24	$\int \sin 2x \sin 3x dx$
10	$\int \sin 5x \cos x dx$	25	$\int \sin^4 x \cos^3 x dx$
11	$\int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} dx$	26	$\int \sin 5x \cos 2x dx$
12	$\int \sin 3x \cos 2x dx$	27	$\int \cos^4 x dx$
13	$\int \cos 3x \cos x dx$	28	$\int \sin 5x \cos x dx$
14	$\int \cos 2x \cos 5x dx$	29	$\int \sin 4x \sin 2x dx$
15	$\int \cos x \sin 9x dx$	30	$\int \sin^4 x dx$

Задача 6

Вычислить определенный интеграл с точностью до двух знаков после запятой:

1	$\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx.$	11	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos^2 x}.$
2	$\int_0^{\sqrt[3]{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6 + 1}}.$	12	$\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$
3	$\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx.$	13	$\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx.$
4	$\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx.$	14	$\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx.$
5	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx.$	15	$\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx.$
6	$\int_{\sqrt[3]{4}}^{\sqrt[4]{3}} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}.$	16	$\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$
7	$\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$	17	$\int_0^1 3(x^2 + x^2 e^{x^3}) dx.$
8	$\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 4}} dx.$	18	$\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$
9	$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$	19	$\int_1^{\sqrt[3]{3}} \frac{x^2 dx}{x^6 + 1}.$
10	$\int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 1} dx.$	20	$\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$

21	$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$	26	$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$
22	$\int_3^8 \sqrt{x+1} dx.$	27	$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$
23	$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx.$	28	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}.$
24	$\int_{\pi/18}^{\pi/6} 12 \operatorname{ctg} 3x dx.$	29	$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x \sin^3 x dx.$
25	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}.$	30	$\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{xdx}{\cos^2 x^2}.$

Задача 7

С точностью до двух знаков после запятой вычислить: площадь фигуры, ограниченной линиями (варианты 1–15); объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат (варианты 16–30):

1	$y = x^2, y = 2 - x.$	10	$xy = 6, x + y - 7 = 0.$
2	$y = \sqrt{x}, y = x^3.$	11	$4y = x^2, y = \frac{8}{x^2 + 4}.$
3	$y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}.$	12	$y = 2x^2 + 1, y = x + 4.$
4	$y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x.$	13	$y = e^x - 1, y = 0, x = 2.$
5	$y^2 = 9x, y = 3x.$	14	$y = x^2, y = 2x - x^2.$
6	$y^2 = 4x, x^2 = 4y.$	15	$y = 3x - x^2, y = x.$
7	$y^2 = x^3, x = 2.$	16	$\Phi: y^2 = 4 - x, x = 0, Oy$
8	$y = x^2 - 4x, y = x.$	17	$\Phi: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, Oy$
9	$y = x^3, y = 1, x = 0.$	18	$\Phi: y^3 = x^2, y = 1, Ox$

19	$\Phi: y^2 = (x-1)^3, x = 2, Ox$	25	$\Phi: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1, Ox$
20	$\Phi: y^2 = 4x, x^2 = 4y, Ox$	26	$\Phi: xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox$
21	$\Phi: y = x^2, 8x = y^2, Oy$	27	$\Phi: y = 2 - x^2, y = x^2, Ox$
22	$\Phi: y = e^x, x = 0, y = 0, x = 1, Ox$	28	$\Phi: y = -x^2 + 8, y = x^2, Ox$
23	$\Phi: y^2 = \frac{4x}{3}, x = 3, Ox$	29	$\Phi: y = x^3, x = 0, y = 8, Oy$
24	$\Phi: y = 2x - x^2, y = 0, Ox$	30	$\Phi: y = x - x^2, y = 0, Ox$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 6

Тема. Функция нескольких переменных. Дифференциальные уравнения

Задача 1

Найти частные производные первого порядка и полный дифференциал функции. Для данной функции убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$:

1	$z = \ln(y^2 - e^{-x})$	13	$z = \sin \sqrt{x - y^3}$
2	$z = \arcsin \sqrt{xy}$	14	$z = \operatorname{tg}(x^3 y^4)$
3	$z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$	15	$z = \operatorname{ctg}(3x - 2y)$
4	$z = \cos(x^3 - 2xy)$	16	$z = e^{2x^2 - y^3}$
5	$z = \sin \sqrt{\frac{y}{x^3}}$	17	$z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$
6	$z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2)$	18	$z = \arcsin(2x^3 y)$
7	$z = \operatorname{ctg}(xy^3)$	19	$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$
8	$z = e^{-x^2 + y^2}$	20	$z = \cos\left(x - \sqrt{xy^3}\right)$
9	$z = \ln(3x^2 - y^4)$	21	$z = \sin\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$
10	$z = \arccos\left(\frac{y}{x}\right)$	22	$z = \operatorname{tg} \frac{2x - y^2}{x}$
11	$z = \operatorname{arcctg}(xy^2)$	23	$z = \operatorname{ctg} \frac{x}{x-y}$
12	$z = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$	24	$z = e^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$

25	$z = \ln(3x^2 - y^2)$	28	$z = \cos \frac{x-y}{x^2+y^2}$
26	$z = \arccos(x - y^2)$	29	$z = \sin \frac{y}{x+y}$
27	$z = \operatorname{arcctg} \frac{x^3}{y}$	30	$z = e^{-(x^3+y^3)}$

Задача 2

Исследовать функцию на экстремум:

1	$z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$	16	$z = x\sqrt{y} - y - x^2 + 6x + 3$
2	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$	17	$z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$
3	$z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$	18	$z = xy(12 - x - y)$
4	$z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$	19	$z = xy - x^2 - y^2 + 9$
5	$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$	20	$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$
6	$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$	21	$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$
7	$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$	22	$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
8	$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1$	23	$z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20$
9	$z = 4(x - y) - x^2 - y^2$	24	$z = xy(6 - x - y)$
10	$z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$	25	$z = x^2 + y^2 - xy + x + y$
11	$z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$	26	$z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y$
12	$z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$	27	$z = (x - 1)^2 + 2y^2$
13	$z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$	28	$z = xy - 3x^2 - 2y^2$
14	$z = x^3 + y^3 - 3xy$	29	$z = 3(y + 2)^2 + x^2$
15	$z = -2x^2 - 4y^2 + 2xy$	30	$z = 2(x + y) - x^2 - y^2$

Задача 3

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

1	$e^{x+3y} dy = x dx$	16	$ctg x \cos^2 y dx + \sin^2 x \cdot tg y dy = 0$
2	$y' \cdot \sin x = y \cdot \ln y$	17	$\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x$
3	$y' = (2x-1)ctg y$	18	$1 + (1 + y')e^y = 0$
4	$(1 + e^x)y dy - e^y dx = 0$	19	$y' \cdot ctg x + y = 2$
5	$(y^2 + 3)dx - \frac{e^x}{x} y dy = 0$	20	$\frac{e^{-x^2}}{x} dy + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$
6	$\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$	21	$(1 + e^{3y})x dx = e^{3y} dy$
7	$y' = (2y + 1)tg x$	22	$(\sin(2x + y) - \sin(2x - y))dx = \frac{dy}{\sin y}$
8	$(\sin(x + y) + \sin(x - y))dx + \frac{dy}{\cos y} = 0$	23	$y' \sqrt{1 - x^2} - \cos^2 y = 0$
9	$(1 + e^x)y \cdot y' = e^x$	24	$(xy + x^3 y)y' = 1 + y^2$
10	$\sin x \cdot tg y \cdot dx - \frac{dy}{\sin x} = 0$	25	$\frac{y'}{7^{y-x}} = 3$
11	$3e^x \sin y dx + (1 - e^x) \cos y dy = 0$	26	$(x + 4)dy - xy dx = 0$
12	$y' = \frac{e^{2x}}{\ln y}$	27	$y' + y + y^2 = 0$
13	$3^{x^2+y} dy + x dx = 0$	28	$(x^2 + x)y dx + (y^2 + 1)dy = 0$
14	$(\cos(x - 2y) + \cos(x + 2y))y' = \frac{1}{\cos x}$	29	$(xy^3 + x)dx + (x^2 y^2 - y^2)dy = 0$
15	$y' = e^{x^2} x(1 + y^2)$	30	$y' = 2xy + x$

Задача 4

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

1	$2xydx + (y^2 - 3x^2)dy = 0$	16	$y' - y = e^x$
2	$(x + 2y)dx - xdy = 0$	17	$xy' + y = x \cdot e^{-x^2}$
3	$(x - y)dx + (x + y)dy = 0$	18	$x^2y' + xy + 1 = 0$
4	$(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$	19	$x(y' - y) = e^x$
5	$y^2 + x^2y' = xyy'$	20	$xy' - 2y + x^2 = 0$
6	$xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$	21	$(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$
7	$xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$	22	$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} - 1 \right) dx - \frac{ydy}{\sqrt{x^2 - y^2}} = 0$
8	$xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$	23	$\frac{2x}{y^3} dx + \left(\frac{y^2 - 3x^2}{y^4} \right) dy = 0$
9	$(y + \sqrt{xy})dx = xdy$	24	$x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0$
10	$y' = \frac{y}{x} - 1$	25	$(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$
11	$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$	26	$\left(\frac{\sin 2x}{y} + x \right) dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2} \right) dy = 0$
12	$y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$	27	$(3x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0$
13	$(1 - x)(y' + y) = e^{-x}$	28	$(3x^2y + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2)dy = 0$
14	$xy' - 2y = 2x^4$	29	$\left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0$
15	$y' = 2x \cdot (x^2 + y)$	30	$(3x^2 - y \cos xy + y)dx + (x - x \cos xy)dy = 0$

Задача 5

Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

1	$(1-x^2)y'' - xy' = 2$	16	$y'' = y'e^y$
2	$2xy'y'' = (y')^2 - 1$	17	$2yy'' + (y')^2 = 0$
3	$x^3y'' + x^2y' = 1$	18	$yy'' + (y')^2 = 0$
4	$y'' + y'tgx = \sin 2x$	19	$y'' + 2y(y')^3 = 0$
5	$y''x \ln x = y'$	20	$2yy'' = (y')^2$
6	$xy'' - y' = x^2e^x$	21	$(y'')^2 = y'$
7	$y''x \ln x = 2y'$	22	$2yy'' = (y')^2 + 1$
8	$x^2y'' + xy' = 1$	23	$y'' = 2 - y$
9	$y'' = \frac{-x}{y'}$	24	$y'' = \frac{1}{y^3}$
10	$xy'' = y'$	25	$yy'' - 2(y')^2 = 0$
11	$y'' = y' + x$	26	$y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$
12	$xy'' = y' + x^2$	27	$y''(1+y) = 5(y')^2$
13	$xy'' + y' = \ln x$	28	$y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0$
14	$y''tgx = y' + 1$	29	$(y-1)y'' = 2(y')^2$
15	$y'' + 2x(y')^2 = 0$	30	$yy'' - (y')^2 = 0$

Задача 6

Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям:

1	$y'' - 2y' + y = -9 \sin 2x - 12 \cos 2x.$ $y(0) = -2, y'(0) = 0$	2	$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65.$ $y(0) = -1, y'(0) = 1$
---	--	---	---

3	$y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6.$ $y(0) = 1, y'(0) = 4$	4	$y'' - 6y' + 25y = -24 \cos 4x$ $+ +9 \sin 4x.$ $y(0) = 2, y'(0) = -2$
5	$y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 +$ $+ 59x - 14$ $y(0) = 0, y'(0) = 7$	6	$y'' + 16y = e^x(-8 \sin 4x + \cos 4x).$ $y(0) = 0, y'(0) = 5$
7	$y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}.$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$	8	$y'' - 12y' + 36y = 32 \cos 2x +$ $y(0) = 2, y'(0) = 4$
9	$y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10.$ $y(0) = 2, y'(0) = 3$	10	$y'' - y = (14 - 16x) \cdot e^{-x}.$ $y(0) = 0, y'(0) = -1$
11	$y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x +$ $y(0) = 3, y'(0) = 0$	12	$y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}.$ $y(0) = 0, y'(0) = 6$
13	$y'' - 6y' + 25y = (32x - 12) \sin$ $y(0) = 4, y'(0) = 0$	14	$y'' + 25y = e^x(\cos 5x - 10 \sin$ $y(0) = 3, y'(0) = -4$
15	$y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x}.$ $y(0) = 2, y'(0) = 6$	16	$y'' - 10y' + 25y = e^{5x}.$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$
17	$y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}.$ $y(0) = 3, y'(0) = 5$	18	$y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$ $y(0) = 0, y'(0) = 2$
19	$y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 -$ $y(0) = 1, y'(0) = 3$	20	$y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x.$ $y(0) = 0, y'(0) = 6$
21	$y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3.$ $y(0) = -1, y'(0) = 14$	22	$y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18.$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$

23	$y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}.$ $y(0) = 0, y'(0) = 2$	24	$y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x.$ $y(0) = 0, y'(0) = 2$
25	$y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3.$ $y(0) = 5, y'(0) = 2$	26	$y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x.$ $y(0) = 2, y'(0) = 7$
27	$y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1.$ $y(0) = 2, y'(0) = 2$	28	$y'' + 16y = 32e^{4x}.$ $y(0) = 2, y'(0) = 0$
29	$y'' + 5y' + 6y = 52\sin 2x.$ $y(0) = -2, y'(0) = -2$	30	$y'' - 4y = 8e^{2x}.$ $y(0) = 0, y'(0) = -8$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 1

Найти неопределенный интеграл:

$$1) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$$

$$2) \int \frac{1+\ln x}{x} dx.$$

$$3) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$$

$$4) \int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$$

$$5) \int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}.$$

$$6) \int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$7) \int \operatorname{tg} x \ln \cos x dx.$$

$$8) \int \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$$

$$9) \int \frac{x^3}{(x^2+1)^2} dx.$$

$$10) \int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2} dx.$$

$$11) \int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^5} dx.$$

$$12) \int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx.$$

$$13) \int \frac{x^3+x}{x^4+1} dx.$$

$$14) \int \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}.$$

$$15) \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-1}}.$$

$$16) \int \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx.$$

$$17) \int \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^5}.$$

$$18) \int \frac{4\operatorname{arctg}x - x}{1+x^2} dx.$$

$$19) \int \frac{x^3}{x^2+4} dx.$$

$$20) \int \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$$

$$21) \int \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx.$$

$$22) \int \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$23) \int \frac{1/(2\sqrt{x})+1}{(\sqrt{x}+x)^2} dx.$$

$$24) \int \frac{x}{x^4+1} dx.$$

$$25) \int \frac{x+1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$26) \int \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$27) \int \frac{\operatorname{arctg}x + x}{1+x^2} dx.$$

$$28) \int \frac{x - (\operatorname{arctg}x)^4}{1+x^2} dx.$$

$$29) \int \frac{x^3}{x^2 + 1} dx.$$

$$30) \int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Задача 2

Найти общий интеграл дифференциального уравнения. Ответ представить в виде $f(x, y) = C$.

$$1. 4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

$$2. x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$$

$$3. \sqrt{4+y^2} dx - ydy = x^2 ydy.$$

$$4. \sqrt{3+y^2} dx - ydy = x^2 ydy.$$

$$5. 6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

$$6. x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0.$$

$$7. (e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0.$$

$$8. y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$$

$$9. 6xdx - 6ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

$$10. x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0.$$

$$11. y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$$

$$12. y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$$

$$13. 2xdx - 2ydy = x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

$$14. x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0.$$

$$15. (e^x + 8)dy - ye^x dx = 0.$$

$$16. \sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0.$$

$$17. 6xdx - ydy = yx^2 dy - 3xy^2 dx.$$

$$18. y \ln y + xy' = 0.$$

$$19. (1 + e^x)y' = ye^x.$$

$$20. \sqrt{1-x^2}y' + xy^2 + x = 0.$$

$$21. 6xdx - 2ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

$$22. y(1 + \ln y) + xy' = 0.$$

$$23. (3 + e^x)yy' = e^x.$$

$$24. \sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2}yy' = 0.$$

$$25. xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx.$$

$$26. \sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y)dy = 0.$$

$$27. (1 + e^x)yy' = e^x.$$

$$28. 3(x^2 y + y)dy + \sqrt{2+y^2} dx = 0.$$

$$29. 2xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx.$$

$$30. 2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2}y' = 0.$$

Задача 3

Найти решение задачи Коши)

$$1) y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0;$$

$$2) y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y(\pi/2) = 0;$$

$$3) y' - y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0;$$

$$4) y' - y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\pi/4) = \frac{1}{2};$$

- 5) $(y^2 + y \sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg}x)dy = 0$;
- 6) $(3x^2 y + 2y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0$;
- 7) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$;
- 8) $(\sin 2x - 2 \cos(x + y))dx - 2 \cos(x + y)dy = 0$;
- 9) $\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right)dx + \left(x^2 y - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0$;
- 10) $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0$;
- 11) $\frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} dx - \left(\frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + 2y\right) dy = 0$;
- 12) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)dy = 0$;
- 13) $\frac{1 + xy}{x^2 y} dx + \frac{1 - xy}{xy^2} dy = 0$;
- 14) $\frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0$;
- 15) $\frac{y}{x^2} dx - \frac{xy + 1}{x} dy = 0$;
- 16) $\left(xe^x + \frac{y}{x^2}\right)dx - \frac{1}{x} dy = 0$;
- 17) $\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right)dy = 0$;
- 18) $\left(\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x\right)dx - \frac{xdy}{x^2 + y^2} dy = 0$;
- 19) $e^y dx + (\cos y + xe^y)dy = 0$;
- 20) $(y^3 + \cos x)dx + (3xy^2 + e^y)dy = 0$;
- 21) $xe^{y^2} dx + (x^2 ye^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y)dy = 0$;
- 22) $(5xy^2 - x^3)dx + (5x^2 y - y)dy = 0$;

$$23) (\cos(x + y^2) + \sin x)dx + 2y \cos(x + y^2)dy = 0;$$

$$24) (x^2 - 4xy - 2y^2)dx + (y^2 - 4xy - 2x^2)dy = 0;$$

$$25) \left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0;$$

$$26) \left(1 + \frac{1}{y} e^{\frac{x}{y}} \right) dx + \left(1 - \frac{x}{y^2} e^{\frac{x}{y}} \right) dy = 0;$$

$$27) \frac{(x - y)dx + (x + y)dy}{x^2 + y^2} = 0;$$

$$28) 2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0;$$

$$29) (3x^3 + 6x^2y + 3xy^2)dx + (2x^3 + 3x^2y)dy = 0;$$

$$30) xy^2dx + y(x^2 + y^2)dy = 0.$$

ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Векторы и действия над ними

1. На материальную точку действуют две силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , направленные под углом $\pi/2$ друг к другу. Найдите модуль равнодействующей силы, если $|\vec{F}_1| = 3H$, $|\vec{F}_2| = 4H$.

[5H]

2. Найдите модуль равнодействующей трех взаимно перпендикулярных сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, приложенных к одной точке, если $|\vec{F}_1| = 2H$, $|\vec{F}_2| = 3H$, $|\vec{F}_3| = 6H$.

[7H]

3. Найдите работу силы \vec{F} на перемещении \vec{s} , если $|\vec{F}| = 2$, $|\vec{s}| = 5$, $\varphi = (\vec{F}, \vec{s}) = \pi/3$.

[5]

4. Даны три силы $\vec{F}_1(5, 3, -2)$, $\vec{F}_2(2, -4, 6)$, $\vec{F}_3(1, 7, 3)$, приложенные в одной точке. Вычислить, какую работу производит равнодействующая этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $M_1(4, 4, 6)$ в положение $M_2(7, 5, 2)$.

[2]

5. Вычислить работу силы $\vec{F}(3, 6, 6)$, зная, что перемещение ее точки приложения изображается вектором $\vec{s}(2, -1, 2)$.

[12]

6. Сила $\vec{F}(4, 2, -3)$ приложена в точке $A(2, -3, 1)$. Найти ее момент относительно начала координат.

$$[\vec{M} = 7\vec{i} + 10\vec{j} + 16\vec{k}]$$

7. Даны три силы $\vec{F}_1(1, 1, 1)$, $\vec{F}_2(3, 1, -1)$, $\vec{F}_3(-3, -2, 1)$, приложенные в точке $A(1, 2, 3)$. Определить момент их равнодействующей относительно точки $B(0, -1, -1)$.

Функции

8. Из формулы $v = v_0(1 + kt)$ выразите t через v . Какой характер имеет эта зависимость?

$$\left[t = \frac{v - v_0}{kv_0} \right]$$

9. Зависимость между четырьмя переменными имеет вид $F = \frac{mM}{r^2}$.

Определите характер зависимостей для каждой пары переменных, считая две другие постоянными.

10. Из формулы Ван-дер-Ваальса $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = kT$ выразите параметр a .

$$\left[a = v^2 \left(\frac{kt}{v - b} \right) - p \right]$$

11. При свободном падении с нулевой начальной скоростью зависимости между расстоянием s , скоростью v и временем t таковы: $s = \frac{gt^2}{2}$, $v = gt$. Найдите зависимость между расстоянием и скоростью.

Какой характер имеет эта зависимость?

$$\left[S = \frac{v^2}{2g} \right]$$

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

12. Лифт после включения движется по закону $s = 1,5t^2 + 2t + 12$, где s – путь (в метрах), t – время (в секундах). Найдите скорость лифта в момент времени $t = 2$.

$$\left[8 \frac{м}{с} \right]$$

13. Закон движения точки по прямой описывается уравнением $s = t^3 - 3t^2 + 3t + 5$, где s – путь (в метрах), t – время (в секундах). В какие моменты времени t скорость V точки равна нулю?

$$[t = 1]$$

14. Высота камня, брошенного вертикально вверх со скоростью v_0 с начальной высоты h_0 , меняется по закону $x = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение силы тяжести. Найдите зависимость скорости камня от времени.

15. Тело удаляется от Земли по закону $s = A(t + c)^{\frac{2}{3}}$. Вычислите ускорение тела.

16. Тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону $s = t^2 - 3t + 2$, где t измеряется в секундах, s – в метрах. Найдите кинетическую энергию тела через 10 с после начала движения.

17. Количество электричества, протекающее через проводник начиная с момента $t = 0$, задается формулой $q = 3t^2 + t + 2$. Найдите силу тока в момент времени $t = 3$.

18. В какие моменты времени ток в цепи равен нулю, если количество электричества, протекающего через проводник, задается формулой $q = t - \sqrt{t} + 1$?

19. Разложение некоторого химического вещества протекает в соответствии с уравнением $m = m_0 e^{-kt}$, где m – количество вещества в момент времени t , k – положительная постоянная. Найдите скорость v разложения вещества и выразите ее как функцию m .

$$[v = -km]$$

20. Зависимость количества Q вещества, получаемого в химической реакции, от времени t определяется формулой $Q = a(1 + be^{-kt})$. Определить скорость v реакции и выразить ее как функцию от Q .

$$[v = k(a - Q)]$$

21. Атмосферное давление воздуха p на высоте h над уровнем моря можно вычислить по формуле $p = p_0 e^{-h/a}$, где p_0 – давление над уровнем моря и a – постоянная. Найти скорость v изменения давления с высотой и выразить ее как функцию от p .

$$\left[v = -\frac{p}{a} \right]$$

22. Размер популяции насекомых в момент t (время выражено в днях) задается величиной $p(t) = 1000 - 9000(1+t)^{-1}$. Вычислить скорость роста $p'(t)$ в момент t .

$$\left[p'(t) = \frac{9000}{(1+t)^2} \right]$$

23. Размер популяции бактерий в момент t (время выражено в часах) задается формулой $p(t) = 10^6 + 10^4 t - 10^3 t^2$. Найти скорость роста популяции, когда $t = 1$ ч.

[8 000 бактерий в час]

24. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Каковы должны быть размеры этого окна, чтобы при данном его периметре $2p$ оно пропускало наибольшее количество света?

$$\left[\begin{array}{l} \text{Радиус полукруга должен быть равен} \\ \text{высоте прямоугольника : } R = H = \frac{2p}{4 + \pi} \end{array} \right]$$

25. Нужно изготовить коническую воронку с образующей l . Какова должна быть высота H воронки, чтобы ее объем был наибольшим?

$$\left[H = \frac{l\sqrt{3}}{3} \right]$$

26. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $s(t) = 18t + 9t^2 - t^3$, где s – путь (в метрах), t – время (в секундах). В какой момент времени t скорость v движения точки будет наибольшей и какова величина этой наибольшей скорости?

[$t = 3$ с; $v = 45$ м/с]

27. Скорость роста популяции x задана формулой $y = 0,001 \times (100 - x)$, когда время выражается в днях. При каком размере популяции эта скорость максимальна?

[50]

28. Реакции организма на два лекарства как функции t (время выражается в часах) составляют $r_1(t) = te^{-t}$ и $r_2(t) = t^2 e^{-t}$. У какого из лекарств выше максимальная реакция?

[У второго лекарства максимальная реакция выше]

29. На странице книги печатный текст должен занимать 150 см^2 . Верхнее и нижнее поля страницы – по 3 см, правое и левое – по 2 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

Интегральное исчисление функции одной переменной

30. Найти путь, пройденный точкой за четвертую секунду, зная скорость ее прямолинейного движения $v = 3t^2 - 2t - 3$ (м/с).

[27 м]

31. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки, зная скорость ее прямолинейного движения $v = 18t - 6t^2$ (м/с).

[27 м]

32. Сила упругости пружины, растянутой на 0,05 м, равна 3 Н. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на эти 0,05 м?

[0,075 Дж]

33. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м?

[12,5 Дж]

34. Рессора прогибается под нагрузкой 20 кН на 4 см. Определить прогиб рессоры, если при ее деформации совершена работа в 900 Дж.

[6 см]

35. Два тела движутся по одной прямой в противоположных направлениях со скоростями: $v_1 = 3t^2 + 2t$; $v_2 = -6t + 12$. За сколько секунд до встречи ($t_{\text{нач}} = 0$) оба тела находились на равном расстоянии от места встречи и чему равно это расстояние, если скорости выражены в м/с?

[6 с, 180 м]

36. Скорость прямолинейного движения тела $v = (2t^2 + t) \frac{см}{с}$. Найти путь, пройденный им за 6 с от начала движения.

[162 см]

37. Скорость прямолинейного движения тела $v = \left(4t - \frac{6}{t^2}\right) \frac{см}{с}$. Определить его путь за третью секунду.

[9 см]

38. Скорость тела пропорциональна пройденному пути. За первые 10 с тело проходит 100 м, за 15 с – 200 м. Какой путь пройдет тело за время t ?

$\left[s = 25 \cdot 2^{1/5} \right]$

Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

39. При лечении некоторого заболевания одновременно назначаются два препарата. Реакция на инъекцию x ед. первого препарата и y ед. второго препарата выражается функцией $z = x^2 y^2 (a - x)(b - y)$. Какое количество y второго препарата вызывает максимальную реакцию при фиксированном количестве x первого препарата?

$$\left[\frac{2b}{3} \right]$$

40. В химической реакции участвуют три вещества с концентрациями x , y и z . Скорость реакции V в любой момент времени выражается законом $v = kxuz$. Найти концентрации x , y и z , при которых скорость течения реакции максимальная.

$$[x = 25 \%, y = 50 \%, z = 25 \%]$$

Дифференциальные уравнения

41. В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак со скоростью 3 л в минуту подается вода и одновременно со скоростью 2 л в минуту раствор выливается из бака, причем концентрация раствора остается все время равномерной благодаря перемешиванию. Сколько соли в баке останется через час?

$$[3,9 \text{ кг}]$$

42. Тело движется прямолинейно с ускорением $\frac{d^2 s(t)}{dt^2} = 4$. Найти закон движения тела, если в начальный момент движения пройденный путь и скорость равнялись нулю.

$$\left[s(t) = 2t^2 \right]$$

43. Ускорение прямолинейного движения пропорционально времени. Найти зависимость между пройденным расстоянием и временем, если при $t = 0$ $v = 0$ и $s = 0$, а также при $t = 1$ $s = 1/3$.

$$\left[s = \frac{t^3}{3} \right]$$

44. Ускорение прямолинейного движения пропорционально квадрату времени. Найти зависимость между s и t , если при $t = 0$ $v = 0$, $s = 1$ и при $t = 1$ $s = 2$.

$$\left[s = t^4 + 1 \right]$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Индивидуальные задания по курсу «Высшая математика» / сост.: Е. П. Борботко, Т. Е. Кузьменкова. – Минск, 2003. – Часть 1: Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – 20 с.

2. Баврин, И. И. Высшая математика: учеб. для студ. естественно-научных специальностей педагогических вузов / И. И. Баврин. – 3-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2003. – 616 с.

3. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие: в 3 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск: Выш. шк., 1990. – Часть 1. – 270 с.: ил.

4. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие: в 3 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск: Выш. шк., 1991. – Часть 2. – 352 с.: ил.

Учебное издание

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО КУРСУ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *М. Ю. Мошкова*
Корректор *М. Ю. Мошкова*
Компьютерная верстка *М. Ю. Мошкова*

Подписано в печать 25.07.2010. Формат 60×90 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Ризография.
Усл. печ. л. 4. Уч.-изд. л. 0,56.
Тираж 99 экз. Заказ № 134.

Издатель и полиграфическое исполнение
учреждение образования «Международный государственный
экологический университет имени А. Д. Сахарова»

ЛИ № 02330/0131580 от 28.07.2005 г.
Республика Беларусь, 220070, г. Минск, ул. Долгобродская, 23

E-mail: info@iseu.by
<http://www.iseu.by>