

Белорусский государственный университет  
Физический факультет

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям  
О.И. Чуприс  
«16» 2019 г.  
Регистрационный № УД- 6823/уч.



## **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 04 08 Компьютерная физика

2019 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 04 08 -2018 и учебного плана № G 31-220/уч. от 13.07.2018

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.Г. Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

**И.А. Тимошенко** – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Г.Ф.Громыко** – Заведующая отделом вычислительной математики Института математики НАН РБ, кандидат физ-мат. наук.

**В.И.Корзюк** – профессор кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, доктор физ-мат. наук, академик НАН РБ, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики  
(протокол № 10 от 30 мая 2019);

Научно-методическим Советом БГУ  
(протокол № 5 от 28 июня 2019)

Заведующая кафедрой



Абрашина-Жадаева Н.Г.



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – формирование знаний и навыков математического моделирования физических процессов, методов решения уравнений в частных производных, возникающих в постановках задач математической физики.

### Задачи учебной дисциплины:

1. обеспечение фундаментальной математической подготовки студентов;
2. выработка навыков построения математических моделей простейших физических явлений и решения получающихся при этом математических задач.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием. В механике, гидродинамике, оптике, электродинамике возникают математические модели в виде дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, называемых уравнениями математической физики. Дисциплина «Уравнения математической физики» содержит необходимый математический аппарат и теорию основных уравнений математической физики. Она вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений, решения получающихся при этом математических задач и составляет математическую основу дисциплин общей и теоретической физики и специальных физических дисциплин, читаемых на физическом факультете.

Учебная дисциплина относится к модулю «Высшая математика 2» государственного компонента.

**Связи** с другими учебными дисциплинами «Уравнения математической физики» базируется на знаниях, приобретенных в результате освоения дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Основы векторного и тензорного анализа», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

**базовые профессиональные** компетенции:

БПК-6. Владеть методами теории вероятностей и математической статистики для обработки экспериментальных данных и результатов мониторинга технологических процессов; демонстрировать способность применять аппарат математической физики для моделирования и решения стандартных задач в области прикладной физики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- ряды Фурье по полным ортогональным системам в гильбертовом пространстве;
- основные свойства и теоремы о преобразованиях Фурье и Лапласа;
- методы решения смешанных задач и задач Коши для гиперболических и параболических уравнений;
- общие свойства гармонических функций и методы решения краевых задач для эллиптических уравнений;

**уметь:**

- раскладывать функции в ряды Фурье;
- применять интегральные преобразования к решению интегро-дифференциальных уравнений;
- поставить начально-краевую задачу для уравнений различных типов;
- решать смешанные и краевые задачи методом разделения переменных, методом функции Грина.

**владеть:**

- методикой построения математических моделей
- методами решения и анализа задач в соответствии с целями образовательной программы

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 240 часов, в том числе 120 аудиторных часов, из них: лекции – 56 часов, практические занятия – 54 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторная) – 8 часов, управляемая самостоятельная работа (ДО) – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Раздел 1. Ряды и интегралы Фурье**

Тема 1.1. Ряд Фурье по ортогональной системе элементов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя. Полные и замкнутые системы.

Тема 1.2. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Сходимость и равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье.

Тема 1.3. Свойства рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Понятие о кратных рядах Фурье.

Тема 1.4. Интеграл Фурье и его комплексная форма. Преобразования Фурье и их свойства.

### **Раздел 2. Основные понятия операционного исчисления**

Тема 2.1. Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений.

Тема 2.2. Связь с преобразованием Фурье и теоремы об обращении.

Тема 2.3. Применение операционного исчисления к решению интегро-дифференциальных уравнений.

### **Раздел 3. Классификация уравнений с частными производными**

Тема 3.1. Общая характеристика математических моделей, адекватных физическим процессам. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с двумя и со многими независимыми переменными.

### **Раздел 4. Уравнения гиперболического типа**

Тема 4.1. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные задачи математической физики.

Тема 4.2. Уравнение колебаний на бесконечной и полубесконечной прямой.

Тема 4.3. Метод распространяющихся волн и метод продолжений. Распространение волн в неограниченном пространстве. Метод спуска.

Тема 4.4. Уравнение колебаний в ограниченной области. Теорема единственности. Интеграл энергии.

Тема 4.5. Метод разделения переменных. Вынужденные колебания.

### **Раздел 5. Уравнения параболического типа**

Тема 5.1. Задачи о распространении тепла и диффузии газов. Постановка краевых задач. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.

Тема 5.2. Общая схема метода разделения переменных.

Тема 5.3. Задачи теплопроводности для бесконечного и конечного цилиндра.

Тема 5.4. Уравнение теплопроводности на бесконечной и полубесконечной прямой. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

### **Раздел 6. Уравнения эллиптического типа**

Тема 6.1. Общие свойства гармонических функций. Внутренние и внешние краевые задачи для уравнений Лапласа, Пуассона.

Тема 6.2. Единственность и устойчивость решения.

Тема 6.3. Метод Фурье для круговых, прямоугольных и цилиндрических областей.

Тема 6.4. Частные решения уравнения Лапласа. Шаровые функции.

Тема 6.5. Уравнение Шредингера.

Тема 6.6. Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Свойства потенциалов.

Тема 6.7. Решение краевых задач методом функций Грина.

Тема 6.8. Уравнение Гельмгольца; принцип максимума, фундаментальные решения и потенциалы, построение решения в неограниченных областях, условия излучения и предельного поглощения.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер темы	Название темы	Количество аудиторных часов			Количество часов УСР (ДО)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Аудиторный контроль УСР		
<b>1</b>	<b>Ряды и интегралы Фурье</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			
1.1	Ряд Фурье по ортогональной системе элементов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя. Полные и замкнутые системы.	2				Устный опрос
1.2	Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Сходимость и равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье.	2	4			Устный опрос
1.3	Свойства рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Понятие о кратных рядах Фурье.	2	2			Устный опрос
1.4	Интеграл Фурье и его комплексная форма. Преобразования Фурье и их свойства.	2	2			Устный опрос
<b>2</b>	<b>Основные понятия операционного исчисления</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			
2.1	Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений.	2	2			Устный опрос
2.2	Связь с преобразованием Фурье и теоремы об обращении.	2	2			Устный опрос
2.3	Применение операционного исчисления к решению интегро-дифференциальных уравнений.	2	2			Устный опрос
<b>3</b>	<b>Классификация уравнений с частными производными</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		
3.1	Общая характеристика математических моделей, адекватных физическим процессам. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с двумя и со многими независимыми переменными.	4	4	2		Контрольная работа по разделам 1-3
				2		Компьютерный тест по разделам 1-3
<b>4</b>	<b>Уравнения гиперболического типа</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>2</b>	
4.1	Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные задачи математической физики.	2	2			Устный опрос

4.2	Уравнение колебаний на бесконечной и полубесконечной прямой.	2				Устный опрос
4.3	Метод распространяющихся волн и метод продолжений. Распространение волн в неограниченном пространстве. Метод спуска.	2			2	Отчет
4.4	Уравнение колебаний в ограниченной области. Теорема единственности. Интеграл энергии.	2				Устный опрос
4.5	Метод разделения переменных. Вынужденные колебания	2	8			Устный опрос
<b>5</b>	<b>Уравнения параболического типа</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			
5.1	Задачи о распространении тепла и диффузии газов. Постановка краевых задач. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.	2				Устный опрос
5.2	Общая схема метода разделения переменных.	2	4			Устный опрос
5.3	Задачи теплопроводности для бесконечного и конечного цилиндра.	4	4			Устный опрос
5.4	Уравнение теплопроводности на бесконечной и полубесконечной прямой. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	2	2			Устный опрос
<b>6</b>	<b>Уравнения эллиптического типа</b>	<b>18</b>	<b>16</b>	<b>4</b>		
6.1	Общие свойства гармонических функций. Внутренние и внешние краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.	2	2			Устный опрос
6.2	Единственность и устойчивость решения.	2				Устный опрос
6.3	Метод Фурье для круговых, прямоугольных и цилиндрических областей.	2	6			Устный опрос
6.4	Частные решения уравнения Лапласа. Шаровые функции.	4	4			Устный опрос
6.5	Уравнение Шредингера	2				Устный опрос
6.6	Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Свойства потенциалов.	2				Устный опрос
6.7	Решение краевых задач методом функций Грина.	2	2			Устный опрос
6.8	Уравнение Гельмгольца; принцип максимума, фундаментальные решения и потенциалы, построение решения в неограниченных областях, условия излучения и предельного поглощения	2	2	2		Контрольная работа по разделам 4-6
				2		Компьютерный тест по разделам 4-6



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. — М.: Наука, 2004. — 798 с.
2. Лебедев, Н.Н. Специальные функции и их приложения. / Н.Н. Лебедев. — СПб.: Лань, 2010.— 358 с.
3. Русак, В.Н. Математическая физика / В.Н. Русак. — М.: Комкнига, 2006.— 245 с.
4. Будаков, Б.М. Сборник задач по математической физике / Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. — М.: Физматлит, 2003.— 688 с.
5. Арсенин, В.Я. Методы математической физики и специальные функции / В.Я. Арсенин. — М.: Наука, 1984.— 367 с.
6. Кошляков, Н.С. Основные дифференциальные уравнения математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. — М.: Физматгиз, 1962.— 767 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Курант Р. Методы математической физики / Р. Курант, Д. Гильберт. — М.—Л.: Гостехиздат. — 1951.
2. Соболев, С.Л. Уравнения математической физики / С.Л. Соболев. — М.: Наука, 1966.— 474 с.
3. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. — М.: Наука, 1981.— 435 с.
4. Никифоров, А.Ф. Основы специальных функций / А.Ф. Никифоров, В.Б. Уваров. — М.: Наука, 1974.— 470 с.
5. Смирнов, М.М. Задачи по уравнениям математической физики / М.М. Смирнов. — М.: Наука, 1968. — 112 с.
6. Смирнов, В.И. Курс высшей математики, Т.2 / В.И. Смирнов. — М.: Наука, 1981.— 682 с.
7. Русак, В.Н. Задачи по математической физике и их решение / В.Н. Русак, Н.К. Филиппова. — Мн: БГУ, 2007. — 112 с.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- компьютерное тестирование – 2 шт.;
- письменные контрольные работы – 2 шт.;
- отчет (ДО).

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать контрольные работы по разделам дисциплины,

компьютерные тесты. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольные работы проводятся в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин.

Компьютерное тестирование рекомендуется проводить в компьютерном классе с использованием теста в соответствующем курсе на образовательном портале физического факультета ([eduphys.bsu.by](http://eduphys.bsu.by)).

Отчет по результатам дистанционного изучения заданной темы загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале физического факультета ([eduphys.bsu.by](http://eduphys.bsu.by)).

Оценка контрольных работ, компьютерного тестирования и отчета (ДО) проводится по десятибалльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Уравнения математической физики» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- контрольная работа 1 – 25 %;
- контрольная работа 2 – 25 %;
- компьютерный тест 1 – 15 %;
- компьютерный тест 2 – 15 %.
- отчет (ДО) – 20 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов Вес оценка по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационная оценка – 60 %.

## **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

В качестве управляемой самостоятельной работы студентов планируется решение задач, проведение расчетов, выполнение упражнений. Форма контроля: компьютерные тесты, контрольные и отчет по теме ДО. УСР будет обеспечена инструкциями, тренажерами на образовательном портале БГУ.

*Примерный перечень тем контрольных работ:*

1. Ряды и преобразования Фурье.
2. Преобразование Лапласа. Свойства и применение.
3. Приведение к каноническому виду уравнений 2-го порядка.
4. Метод Фурье для уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов.

*Примерный перечень тем компьютерного тестирования:*

1. Ряды и преобразования Фурье.
2. Преобразование Лапласа. Свойства и применение.
3. Приведение к каноническому виду уравнений 2-го порядка.
4. Уравнения гиперболического типа.
5. Уравнения параболического типа.
6. Гармонические функции и уравнения эллиптического типа.

*Примерный перечень заданий для отчета (ДО):*

1. Описать (изобразить, создать анимацию) процесс распространения волн по неограниченной струне, если заданы ее начальная форма и скорость.
2. Описать (изобразить, создать анимацию) процесс распространения волн по полубесконечной струне, если заданы ее начальная форма и скорость, а в начале координат задано отклонение струны от положения равновесия.
3. Описать (изобразить, создать анимацию) процесс распространения волн по полубесконечной струне, если заданы ее начальная форма и скорость, а в начале координат задана скорость струны.
4. Описать (изобразить, создать анимацию) процесс распространения волн по конечной струне, если заданы ее начальная форма и скорость, а на концах струны заданы условия первого или второго родов.

Отчет с выполненными заданиями загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале БГУ (eduphys.bsu.by).

### **Примерная тематика практических занятий**

1. Ряд Фурье по ортогональной системе элементов гильбертова пространства.
2. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.
3. Свойства рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье.
4. Преобразования Фурье и их свойства.
5. Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений.

6. Связь с преобразованием Фурье и теоремы об обращении.
7. Применение операционного исчисления к решению интегро-дифференциальных уравнений.
8. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
9. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.
10. Постановка краевых задач.
11. Метод разделения переменных. Свободные колебания. Однородные граничные условия.
12. Метод разделения переменных. Вынужденные колебания.
13. Метод разделения переменных. Неоднородные граничные условия.
14. Метод разделения переменных для уравнений параболического типа в прямоугольных областях.
15. Цилиндрические функции.
16. Задачи теплопроводности для бесконечного и конечного цилиндра.
17. Уравнение теплопроводности на бесконечной и полубесконечной прямой.
18. Общие свойства гармонических функций. Внутренние и внешние краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона.
19. Метод Фурье для прямоугольных и цилиндрических областей.
20. Метод Фурье для круговых областей.
21. Метод Фурье для цилиндрических областей.
22. Шаровые функции.
23. Частные решения уравнения Лапласа.
24. Решение краевых задач методом функций Грина.
25. Уравнение Гельмгольца.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. Практико-ориентированный подход, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.
2. Развитие критического мышления: формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, кроме подготовки к экзамену, подготовка к зачету**

Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине предполагает проработку основной и дополнительной литературы, самостоятельный поиск сведений, расширение конспекта лекций по результатам данной проработки,

подготовку к практическим занятиям, выполнение домашнего задания. Самостоятельную работу студентов следует организовывать на основе принципов системности и регулярности. В помощь студентам рекомендуется разрабатывать и совершенствовать дистанционный курс на образовательном портале физического факультета.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Ряд Фурье по ортогональной системе элементов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя. Полные и замкнутые системы.
2. Сходимость и равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье.
3. Интеграл Фурье, преобразования Фурье и их свойства.
4. Преобразование Лапласа и его применения
5. Общая характеристика математических моделей, адекватных физическим процессам. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с двумя и со многими независимыми переменными.
6. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные задачи математической физики.
7. Уравнение колебаний на бесконечной и полубесконечной прямой.
8. Метод распространяющихся волн и метод продолжений. Распространение волн в неограниченном пространстве. Метод спуска.
9. Уравнение колебаний в ограниченной области. Теорема единственности. Интеграл энергии.
10. Метод разделения переменных. Вынужденные колебания.
11. Задачи о распространении тепла и диффузии газов. Постановка краевых задач. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения.
12. Общая схема метода разделения переменных.
13. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.
14. Общие свойства гармонических функций.
15. Внутренние и внешние краевые задачи для уравнений Лапласа, Пуассона. Единственность и устойчивость решения.
16. Метод Фурье для круговых, прямоугольных и цилиндрических областей.
17. Частные решения уравнения Лапласа. Шаровые функции.
18. Уравнение Шредингера.
19. Объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя. Свойства потенциалов.
20. Решение краевых задач методом функций Грина.
21. Уравнение Гельмгольца; принцип максимума, фундаментальные решения и потенциалы, построение решения в неограниченных областях, условия излучения и предельного поглощения.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО**  
на 2020/2021 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
высшей математики и математической физики  
(протокол № от 2020 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики  
и математической физики \_\_\_\_\_ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ  
Декан физического факультета  
к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ М.С. Тиванов