

# БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

« 05 » 06 2018 г.

Регистрационный № УД- 6318/уч.

## ПРИКЛАДНОЙ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 03	Прикладная математика (по направлениям) направления специальности
1-31 03 03-01	научно-производственная деятельность

2018 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2013 и учебных планов УВО № G31-173/уч. 2013 г. от 30.05.2013, № G31и-190/уч. 2013 г. от 30.05.2013

**СОСТАВИТЕЛЬ**

Б.В. Фалейчик, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой вычислительной математики (протокол № 14 от 19.04.2018);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 5 от 04.05.2018)



Зав. кафедрой



В.А. Резников

## Пояснительная записка

Учебная дисциплина «Прикладной вейвлет-анализ» посвящена изучению основ теории вейвлетов (всплесков) – одного из наиболее интересных современных направлений прикладной математики. Дисциплина включает необходимые сведения об интегральном и дискретном преобразованиях Фурье, базовые понятия вейвлет-анализа, обзор наиболее популярных семейств вейвлетов, построение алгоритма дискретного вейвлет-преобразования и примеры его приложений. Основной акцент сделан на практическом применении всплесков для задач сжатия информации, решения интегральных уравнений и задач линейной алгебры.

Содержание дисциплины по уровню научной новизны материала отвечает современному состоянию вопроса.

**Цель учебной дисциплины «Прикладной вейвлет-анализ»** – изучение теоретических основ и принципов анализа сигналов на основе Фурье- и вейвлет-преобразований, приобретение навыков их практического применения при решении конкретных задач прикладной математики.

**Основные задачи**, решаемые при изучении учебной дисциплины «Прикладной вейвлет-анализ»:

- обучить теоретическим основам построения и исследования свойств вейвлетов;
- сформировать представление о наиболее часто используемых на практике семействах вейвлетов;
- выработать навыки практического использования вейвлет-преобразований.

Учебная дисциплина «Прикладной вейвлет-анализ» относится к циклу дисциплин специализации (1-31 03 03-01 11 математическая кибернетика).

Основой для изучения излагаемых в дисциплине методов и методик являются учебные дисциплины «Функциональный анализ», «Геометрия и алгебра» и «Методы численного анализа».

Учебный материал, излагаемый в данной дисциплине, тесно связан с учебной дисциплиной «Спектральные методы прикладной математики» цикла дисциплин специализации.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

**знать:**

- принципы анализа сигналов с использованием Фурье- и вейвлет-преобразований;
- основные семейства вейвлетов, применяемые в практическом анализе;

**уметь:**

- строить вейвлеты с заданными свойствами;
- применять аппарат вейвлет-анализа для решения задач прикладной математики;

**владеть:**

- алгоритмами вычисления дискретных преобразований сигналов.

- подходами к выбору конкретного семейства всплесков, практически пригодного для решения конкретной задачи.

Освоение учебной дисциплины «Прикладной вейвлет-анализ» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

**академические компетенции:**

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

**социально-личностные компетенции:**

СЛК-1. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

**профессиональные компетенции:**

ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-2. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области прикладной математики

В соответствии с учебным планом специальности 1- 31 03 03 Прикладная математика (по направлениям) учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 54 учебных часа, в том числе 34 аудиторных часа (лекции).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 1,5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – зачет в 6 семестре.

# **Содержание учебного материала**

## **Раздел I. Фурье-анализ**

### ***Тема 1.1. Введение***

О задаче обработки сигналов, частотно-временной анализ. Предварительные сведения из функционального анализа: банаховы и гильбертовы пространства, базисы Рисса и Шаудера, ряды Фурье, обобщенные функции, линейные операторы.

### ***Тема 1.2. Преобразование Фурье***

Прямое и обратное преобразования Фурье и его свойства, связь преобразования Фурье и рядов Фурье, свертка функций и ее свойства. Оконное преобразование Фурье.

### ***Тема 1.3. Дискретное преобразование Фурье***

Дискретное преобразование Фурье и его связь с тригонометрической интерполяцией, теорема Шеннона, функции с ограниченной шириной полосы. Быстрое преобразование Фурье.

## **Раздел II. Вейвлет-анализ**

### ***Тема 2.1. Основные принципы вейвлет-анализа***

Непрерывное вейвлет-преобразование и его связь с оконным преобразованием Фурье. Дискретизация непрерывного вейвлет-преобразования, фреймы вейвлетов. Кратномасштабный анализ, масштабирующая функция, материнский вейвлет и их свойства. Двойственные вейвлеты.

### ***Тема 2.2. Ортонормированные системы вейвлетов***

Ортонормированные базисы вейвлетов, вейвлет Хаара. Построение и свойства ортонормированных вейвлетов Добеши с компактным носителем и нулевыми моментами.

### ***Тема 2.3. Сплайн-вейвлеты***

Базисные В-сплайны, вейвлеты Батла-Лемарье, построение и свойства базисных сплайн-вейвлетов.

## ***Тема 2.4. Дискретное вейвлет-преобразование и его приложения***

Каскадный алгоритм дискретного вейвлет-разложения и восстановления. Построение графиков вейвлетов и масштабирующих функций. Матричная форма дискретного вейвлет-преобразования, двумерные базисы вейвлетов, «стандартная» и «нестандартная» формы вейвлет-преобразования для двумерного случая. Применение дискретного вейвлет-преобразования для сжатия данных. Быстрое решение систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. Применение вейвлетов для решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
<b>1</b>	<b>Фурье-анализ</b>				Коллоквиум
1.1	Введение	2			
1.2	Преобразование Фурье	2			Экспресс-опрос
1.3	Дискретное преобразование Фурье	4			Экспресс-опрос
<b>2</b>	<b>Вейвлет-анализ</b>				Коллоквиум
2.1	Основные принципы вейвлет-анализа	6			Экспресс-опрос
2.2	Ортонормированные системы вейвлетов	4			Экспресс-опрос
2.3	Сплайн-вейвлеты	4			Экспресс-опрос
2.4	Дискретное вейвлет-преобразование и его приложения	12			Экспресс-опрос
	<b>Всего</b>	<b>34</b>			

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Перечень основной литературы**

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.
2. Чуи Ч. Введение в вэйвлеты: Пер. с англ. – М.: Мир, 2001.
3. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005.

### **Перечень дополнительной литературы**

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс ; пер. с англ. под ред. П. А. Чочиа. - Москва : Техносфера, 2005.
2. С. Уэлстид. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. Учебное пособ. – М.: Издательство Триумф, 2003.



## **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- коллоквиумы;
- устные экспресс-опросы.

**Коллоквиум** представляет собой персональную устную беседу преподавателя со студентом с целью определения уровня знаний по пройденным темам. Для более точной оценки коллоквиум может включать дополнительный письменный этап. По результатам коллоквиума выставляется оценка по 10-балльной шкале.

**Устный экспресс-опрос** студентов проводится в свободной форме в течение лекции. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

## **Методика формирования итоговой оценки**

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29 мая 2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015)
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.)

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Спектральные методы прикладной математики	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменений не требуется, протокол № 14 от 19.04.2018