ТЕНЗОРНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ДЕЙТРОНА В ЭКСПЕРИМЕНТАХ В НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

А. Я. Силенко

1. Введение

Электрическая и магнитная поляризуемости являются важными свойствами дейтрона и других ядер. Тензорные электрическая и магнитная поляризуемости определяются взаимодействием спинов нуклонов. Измерение тензорной электрической поляризуемости дейтрона дает важную информацию о взаимодействии спинов нуклонов и предоставляет прекрасную возможность проверки теории зависящих от спина ядерных сил.

Метод определения этой важной электромагнитной характеристики дейтрона был предложен В. Г. Барышевским и др. [1, 2, 3]. Если электрическое поле действует на пучок дейтронов, циркулирующий в накопительном кольце, то наличие тензорной электрической поляризуемости ведет к появлению взаимодействия, квадратичного по спину. Когда электрическое поле осциллирует с резонансной частотой, имеет место эффект, аналогичный ядерному магнитному резонансу. Этот эффект стимулирует рост вертикальной поляризации дейтронов [1, 2, 3].

В настоящей работе мы выводим общие формулы, описывающие рост вертикальной поляризации (РВП), обусловленный тензорной электрической поляризуемостью дейтрона в накопительных кольцах (эффект Барышевского). Другой эффект, определяемый тензорной магнитной поляризуемостью дейтрона, заключается во вращении спина в горизонтальной плоскости с двумя частотами вместо ожидаемого вращения с g–2-частотой [1, 2, 3]. В работах [1, 2, 3] был использован подход, основанный на решении уравнений, определяющих динамику вектора и тензора поляризации. Для проверки полученных результатов и вывода общих формул, описывающих эффект, мы следуем совершенно другому методу спиновых амплитуд [4, 5], который в настоящей работе частично изменен. Мы используем матричный гамильтониан для определения эволюции спиновой волновой функции.

Наличие у дейтрона электрического дипольного момента (ЭДМ) также ведет к РВП дейтронного пучка. Эксперимент по поиску ЭДМ (ЭДМ-эксперимент) планируется проводить с пучком дейтронов в накопительном кольце [6, 7, 8]. Поскольку эффект Барышевского может имитировать существование ЭДМ, он должен быть учтен в ЭДМ-эксперименте с пучком дейтронов. Наличие у дейтрона тензорной электрической поляризуемости существенно влияет на проведение этого эксперимента [1, 2, 3].

Мы используем систему единиц $\hbar = c = 1$.

2. Гамильтонов подход в методе спиновых амплитуд

Метод спиновых амплитуд использует формализм квантовой механики для упрощения описания динамики спина [4, 5]. Использование этого формализма для частиц со спином 1/2 математически более выгодно, поскольку определить динамику двухкомпонентной волновой функции (спинора) проще, чем динамику трехкомпонентного вектора поляризации $\mathbf{P}$. Соотношение между ними определяется средним значением оператора $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\mathbf{P} = \Psi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \Psi, \quad \Psi = \begin{pmatrix} C_{+1/2}(t) \\ C_{-1/2}(t) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $C_{+1/2}(t)$ и $C_{-1/2}(t)$ – зависящие от времени амплитуды. Матрицы Паули вместе с единичной матрицей являются генераторами неприводимого представления группы SU(2).

Алгебраически группа SU(2) является двойным покрытием трехмерной группы вращений SO(3). Поэтому формализм, основанный на матрицах Паули, применим к частицам и ядрам с произвольным спином, если анализируется только вращение спина. Оно может быть исчерпывающе описано с помощью вектора поляризации $\mathbf{P}$:

$$P_i = \frac{< S_i >}{S}, \quad i, j = x, y, z, \tag{2}$$

где S_i – это соответствующие спиновые матрицы и S – спиновое квантовое число. Вектор поляризации, или средний спин, является классической величиной [9], эволюция которой может быть исследована в рамках классической физики спина.

Частицы со спином $S \geq 1$ имеют также тензорную поляризацию. Она характеризуется тензором поляризации P_{ij}, который имеет вид [10]

$$P_{ij} = \frac{3 < S_i S_j + S_j S_i > - 2S(S+1)\delta_{ij}}{2S(2S-1)}, \quad i, j = x, y, z. \tag{3}$$

Поскольку тензор поляризации удовлетворяет соотношениям $P_{ij} = P_{ji}$ и $P_{xx} + P_{yy} + P_{zz} = 1$, то он имеет пять независимых компонент. Дополнительные тензоры, состоящие из произведений трех и более спиновых матриц, необходимы только для полного описания поляризации частиц и ядер со спином $S \geq 3/2$.

Матрицы спина для частиц со спином 1 имеют вид

$$S_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Возможно, нетривиальная динамика спина, обнаруженная в работах [1, 2, 3] и обусловленная тензорной электрической поляризуемостью дейтрона, является первым примером важной роли, которую могут играть спин-тензорные взаимодействия в физике поляризованных пучков. Тензорное взаимодействие дейтрона также может быть описано с помощью метода спиновых амплитуд. В этом случае нужно использовать трехкомпонентные спиноры и матрицы 3×3. Использование метода спиновых амплитуд математически выгодно, поскольку значительно проще производить анализ эволюции трехкомпонентных спиноров, чем трехкомпонентного вектора поляризации $\mathbf{P}$ и пяти независимых компонент тензора поляризации P_{ij} вместе взятых.

Мы следуем традиционному квантово-механическому подходу, прекрасно изложенному Р. Фейнманом [11] и используем матричное уравнение Гамильтона и матричный гамильтониан H для расчета эволюции спиновой волновой функции:

$$i\frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad \Psi = \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_0(t) \\ C_{-1}(t) \end{pmatrix}, \quad H_{ij} = <i|H|j>, \tag{5}$$

где H – это матрица 3×3, Ψ – трехкомпонентная спиновая волновая функция, $H_{ij} = H^*_{ji}$ и $i, j = 1, 0, -1$. В данном уравнении H_{ij} – это матричные элементы оператора Гамильтона H .

Определение динамики спина может быть разделено на несколько этапов, а именно:

а) решение уравнения Гамильтона (5) и определение собственных значений и собственных векторов (собственных волновых функций) матричного гамильтониана H ;

б) вывод формулы для спиновой волновой функции, заключающийся в решении системы трех линейных алгебраических уравнений;

в) расчет эволюции вектора и тензора поляризации.

3. Оператор Гамильтона в цилиндрической системе координат

Использование цилиндрических координат может быть весьма успешным, когда накопительное кольцо или имеет форму круга, или разделено на круговые секторы с промежутками между ними. Движение спина частиц в накопительных кольцах обычно определяется относительно траектории частиц, а основные поля, как правило, заданы относительно осей цилиндрической системы координат. Поэтому использование данной системы упрощает анализ вращения спина в горизонтальной плоскости ($g-2$-прецессии) и других спиновых эффектов. Движение спина в цилиндрической системе координат отличается от движения спина в лабораторной системе, поскольку горизонтальные оси цилиндрической системы координат, соответствующие определенной частице, вращаются с циклотронной частотой. Уравнение движения спина в накопительных кольцах в цилиндрической системе координат имеет вид [12]

$$\begin{gathered}\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_\mathbf{a}\times\mathbf{S}, \quad \boldsymbol{\omega}_\mathbf{a} = -\frac{e}{m}\left\{a\mathbf{B} - \frac{a\gamma}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{B}) + \left(\frac{1}{\gamma^2-1} - a\right)(\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E}) + \right.\\ \left. +\frac{1}{\gamma}\left[\mathbf{B}_\parallel - \frac{1}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E})_\parallel\right] + \frac{\eta}{2}\left(\mathbf{E} - \frac{\gamma}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E}) + \boldsymbol{\beta}\times\mathbf{B}\right)\right\},\end{gathered} \tag{6}$$

где $a = (g-2)/2, g = 2\mu m/(eS)$, $\eta = 2dm/(eS)$ и d – ЭДМ. Символ || означает горизонтальную проекцию соответствующего вектора. В данной работе мы не рассматриваем спиновые эффекты, обусловленные явной зависимостью величины $\boldsymbol{\omega}_a$ от радиальной и вертикальной компонент импульса частиц, которыми обычно можно пренебречь [12].

Исходя из работы [12] величина ω_a также равна

$$\boldsymbol{\omega}_a = \boldsymbol{\Omega} - \dot{\phi}\mathbf{e}_z, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ – это угловая скорость, определяемая уравнением Томаса – Баргмана – Мишеля – Телегди (Т-БМТ) [13] с поправкой на ЭДМ [12, 14, 15, 16] и $\dot{\phi}\mathbf{e}_z$ – это мгновенная угловая скорость орбитального вращения.

Если бы мы использовали гамильтониан имеющей ЭДМ частицы, заданный в лабораторной системе [16], мы должны были бы использовать следующее представление матриц S_ρ и S_ϕ:

$$S_\rho = S_x \cos\phi + S_y \sin\phi, \quad S_\phi = -S_x \sin\phi + S_y \cos\phi. \tag{8}$$

Однако это представление спиновых матриц ведет к громоздким вычислениям, поскольку азимут ϕ, определяемый местоположением частицы, зависит от времени. Поэтому удобно рассматривать спиновые эффекты в системе отсчета, вращающейся с мгновенной частотой орбитального вращения, которая почти равна циклотронной частоте. Движение частиц в этой системе отсчета является относительно медленным, поскольку оно может быть обусловлено только осцилляциями пучка и другими отклонениями частиц от идеальной траектории. Уравнения движения спина во вращающейся системе отсчета и в цилиндрической системе координат совпадают, поскольку горизонтальные оси цилиндрической системы координат вращаются с мгновенной частотой орбитального вращения.

Гамильтонианы частицы во вращающейся системе отсчета и в лабораторной системе (H и H_{lab} соответственно) связаны соотношением [17, 18]

$$H = H_{lab} - \mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\omega}, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения наблюдателя. В рассматриваемом случае эта угловая скорость совпадает с мгновенной угловой скоростью орбитального вращения. Соотношение между гамильтонианом в лабораторной системе и угловой скоростью, определяемой уравнением Т-БМТ, имеет вид

$$H_{lab} = H_0 + \mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\Omega},$$

где H_0 является суммой всех не зависящих от спина операторов. Следовательно, гамильтониан частицы во вращающейся системе отсчета имеет вид

$$H = H_0 + \mathbf{S}\cdot\boldsymbol{\omega}_a, \tag{10}$$

где $\boldsymbol{\omega}_a$ определяется уравнением (6). Очевидно, что гамильтониан (10) согласуется с уравнением (6).

Частица во вращающейся системе отсчета локализована и в идеале покоится. Следовательно, мы можем направить оси x и y в этой системе соответственно вдоль радиальной и продольной осей. Такая процедура обычно используется для частиц со спином 1/2 [4, 5, 10]. В данном случае она приводит к прямой подстановке спиновых матриц (4) вместо S_ρ и S_ϕ:

$$S_\rho = S_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_\phi = S_y = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Матрица S_z остается неизменной.

Использование подстановки (11) существенно упрощает вычисления.

Если какое-либо взаимодействие приводит к поправке к оператору Гамильтона (10) и не оказывает заметного влияния на движение частицы, то данная поправка имеет тот же самый вид в лабораторной системе и во вращающейся системе отсчета.

Мы полагаем, что вектор **B** направлен вверх. Для дейтрона $a < 0$ и $(\omega_a)_z > 0$.

4. Поправки к оператору Гамильтона на электрическую и магнитную поляризуемости дейтрона

Поправки к оператору Гамильтона на электрическую и магнитную поляризуемости дейтрона содержат скалярные и тензорные части. Скалярные части не зависят от спина и могут не учитываться. В работах [1, 2, 3] получены общие формулы, применимые при расчетах с точностью до членов первого порядка по нормализованной скорости $\beta = v/c$. В настоящей работе мы выводим точные формулы для конфигурации основных полей, соответствующей эксперименту по поиску ЭДМ дейтрона резонансным методом [6, 7]. Поскольку планируется, что лоренц-фактор будет равен $\gamma = 1.28$ [8], точные релятивистские формулы необходимы.

С точностью до слагаемых первого порядка по β, гамильтониан взаимодействия, зависящий от электрической и магнитной поляризуемостей, имеет вид

$$V = V_e + V_m = -\frac{1}{2}\alpha_{ik} E'_i E'_k - \frac{1}{2}\beta_{ik} B'_i B'_k, \qquad \mathbf{E}' = \mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{B}' = \mathbf{B} - \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}, \tag{12}$$

где α_{ik} и β_{ik} – электрическая и магнитная поляризуемости, $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{B}'$ – эффективные поля, действующие на частицу (поля во вращающейся системе отсчета, практически равные полям в системе покоя частицы). В этом приближении зависящая от спина часть гамильтониана, определяемая электрической и магнитной тензорными поляризуемостями [1–3] равна

$$V = -\alpha_T (\mathbf{S} \cdot \mathbf{E}')^2 - \beta_T (\mathbf{S} \cdot \mathbf{B}')^2, \tag{13}$$

где α_T и β_T – электрическая и магнитная тензорные поляризуемости.

Эффект Барышевского имеет место при стимулировании когерентных продольных колебаний частиц с резонансной частотой. Угловая частота стимулированных продольных колебаний ω равна разности между двумя радиочастотами [8]. Она должна быть очень близка к угловой частоте вращения спина ($g-2$-частоте) ω_0 и близка к собственной частоте свободных синхротронных колебаний (синхротронной частоте) [8]. Резонансное электрическое поле в системе покоя частицы имеет осциллирующую продольную компоненту E'_ϕ, определяемую преобразованием Лоренца продольного электрического поля в точке нахождения осциллирующей частицы, и радиальную компоненту E'_ρ, определяемую преобразованием Лоренца вертикального магнитного поля. Последняя компонента имеет резонансную часть вследствие модуляции скорости частицы. В настоящей работе мы исследуем влияние резонансных полей на РВП в идеальных условиях и не рассматриваем систематические ошибки, указанные в разделе VII. Поэтому мы учитываем только основные поля – постоянное вертикальное магнитное и осциллирующее продольное электрическое.

Релятивистские формулы для полей в системе покоя частицы $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{B}'$, имеют вид

$$\mathbf{E}' = \beta\gamma B_z \mathbf{e}_\rho + E_\phi \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{B}' = \gamma B_z \mathbf{e}_z. \tag{14}$$

Поля и электромагнитные моменты в лабораторной системе даны без штрихов.

Индуцированные электрический и магнитный дипольные моменты в системе покоя частицы, обусловленные тензорными поляризуемостями, равны

$$\mathbf{d}' = \alpha_T \{\mathbf{S},(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}')\}, \quad \mathbf{m}' = \beta_T \{\mathbf{S},(\mathbf{S}\cdot\mathbf{B}')\}, \tag{15}$$

где $\{...,...\}$ обозначает антикоммутатор.

Поправка к оператору Гамильтона на тензорные поляризуемости дейтрона равна

$$V = V_{lab} = -\frac{1}{2}\left(\mathbf{d}\cdot\mathbf{E} + \mathbf{m}\cdot\mathbf{B}\right). \tag{16}$$

Эта поправка не меняет угловую частоту орбитального движения. В соответствии с уравнением (9), поправка во вращающейся системе отсчета и в лабораторной системе является той же самой. Поскольку индуцированные дипольные моменты пропорциональны эффективным полям в системе покоя частицы, появляется множитель 1/2.

Для нахождения дипольных моментов в лабораторной системе, $\mathbf{d}$ и $\mathbf{m}$, можно использовать оператор Гамильтона для релятивистских частиц с электрическим и магнитным дипольными моментами. Для частиц со спином 1/2 он был выведен в работе [16]. Оператор Гамильтона для частиц со спином 1 имеет аналогичный вид, поскольку он должен соответствовать уравнению движения спина (обобщенному уравнению Т-БМТ), которое справедливо для частиц с произвольным спином.

Если мы пренебрегаем нормальным магнитным моментом $\mu_0 = eS/m$, который мал для ядер, соотношения между электромагнитными моментами в двух системах отсчета имеют вид

$$\mathbf{d}=\mathbf{d}'-\frac{\gamma}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta}(\mathbf{d}'\cdot\boldsymbol{\beta})-\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{m}',\quad \mathbf{m}=\mathbf{m}'-\frac{\gamma}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta}(\mathbf{m}'\cdot\boldsymbol{\beta})+\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{d}'. \tag{17}$$

Когда $\mathbf{d}=e\mathbf{l}$, соотношение между $\mathbf{d}$ и $\mathbf{d}'$ следует из преобразования Лоренца для длины электрического диполя $\mathbf{l}$, поскольку заряд e – релятивистский инвариант. Формула (17) остается справедливой для индуцированных электромагнитных моментов.

В результате поправка к оператору Гамильтона во вращающейся системе отсчета имеет вид

$$V=-\frac{1}{2\gamma}\left(\mathbf{d}'\cdot\mathbf{E}'+\mathbf{m}'\cdot\mathbf{B}'\right)=-\frac{\alpha_T}{\gamma}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}')^2-\frac{\beta_T}{\gamma}(\mathbf{S}\cdot\mathbf{B}')^2. \tag{18}$$

Уравнение (13) – это приближенная версия уравнения (18).

Уравнение колебательного движения частицы имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=e\mathbf{E}. \tag{19}$$

Величина $\mathbf{E}$ в уравнении (19) – это электрическое поле в точке нахождения частицы. В результате когерентных колебаний пучка это поле осциллирует в системе покоя частицы. Угловая частота модуляции скорости ω существенно отличается от угловой частоты резонатора [6, 8], но должна быть очень близка к угловой частоте вращения спина ω_0. Последняя величина почти равна вертикальной компоненте $\boldsymbol{\omega}_a$, поскольку другие компоненты этого вектора сравнительно малы:

$$\omega_0\equiv\left(\omega_a\right)_z=-\frac{ea}{m}B_z. \tag{20}$$

Для дейтрона $\omega_0>0$.

Модуляция нормализованной скорости характеризуется выражением [6, 8]:

$$\boldsymbol{\beta}=\frac{\mathbf{p}}{\sqrt{m^2+p^2}}=\boldsymbol{\beta}_0+\Delta\beta_0\cdot\cos(\omega t+\varphi)\mathbf{e}_\varphi, \tag{21}$$

где

$$\boldsymbol{\beta}_0=\frac{\mathbf{p}_0}{\sqrt{m^2+p_0^2}},\quad \gamma_0=\frac{\sqrt{m^2+p_0^2}}{m}.$$

Вследствие этой модуляции радиальное электрическое поле в системе покоя частицы имеет осциллирующую часть. Влияние модуляции на РВП описывается последним слагаемым в уравнении (6), пропорциональным $\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{B}$.

Можно произвести расчет электрического поля, действующего на частицу, с точностью до слагаемых первого порядка по $\Delta\beta_0$. Импульс частицы определяется выражением

$$\mathbf{p}=\frac{m\boldsymbol{\beta}}{\sqrt{1-\beta^2}}=\mathbf{p}_0+\gamma_0^3 m\Delta\beta_0\cdot\cos(\omega t+\varphi)\mathbf{e}_\varphi. \tag{22}$$

В результате дифференцирования уравнения (22) по времени и подстановки в уравнение (19) последнее приобретает вид

$$\mathbf{E} = -E_0 \sin(\omega t + \varphi)\mathbf{e}_{\varphi}, \tag{23}$$

где

$$E_0 = \frac{\gamma_0^3 m\omega}{e}\Delta\beta_0. \tag{24}$$

Уравнение (18) может быть преобразовано к виду

$$V = -\frac{\alpha_T}{\gamma}(\beta\gamma B_z S_\rho + E_\phi S_\phi)^2 - \beta_T \gamma B_z^2 S_z^2. \tag{25}$$

Оценка двух слагаемых в формуле для эффективного электрического поля $\mathbf{E}'$ (см. уравнение (14)) показывает, что член, пропорциональный магнитному полю B_z, для дейтрона значительно больше. Для упрощения вычислений мы пренебрегаем вкладом продольного электрического поля в это уравнение и используем приближение

$$V = -\gamma B_z^2(\alpha_T \beta^2 S_\rho^2 + \beta_T S_z^2). \tag{26}$$

Величины γ и $\beta^2\gamma$ могут быть разложены в ряд по степеням $\Delta\beta_0$:

$$\begin{gathered}\gamma = \gamma_0 + \beta_0\gamma_0^3 \cdot \Delta\beta_0 \cos(\omega t + \varphi) + \frac{1}{4}(1 + 3\beta_0^2\gamma_0^2)\gamma_0^3(\Delta\beta_0)^2\left\{1 + \cos\left[2(\omega t + \varphi)\right]\right\},\\ \beta^2\gamma = \beta_0^2\gamma_0 + (2 + \beta_0^2\gamma_0^2)\beta_0\gamma_0 \cdot \Delta\beta_0 \cos(\omega t + \varphi) + \\ + \frac{1}{4}(2 + 5\beta_0^2\gamma_0^2 + 3\beta_0^4\gamma_0^4)\gamma_0(\Delta\beta_0)^2\left\{1 + \cos\left[2(\omega t + \varphi)\right]\right\}.\end{gathered} \tag{27}$$

Уравнения (26), (27) определяют поправки к оператору Гамильтона на тензорные поляризуемости дейтрона.

5. Решение матричного уравнения Гамильтона

Ненулевые матричные элементы, содержащиеся в уравнении (26), равны

$$(S_\rho^2)_{11} = (S_\rho^2)_{1,-1} = (S_\rho^2)_{-1,1} = (S_\rho^2)_{-1,-1} = \frac{1}{2}, \quad (S_\rho^2)_{00} = 1, \quad (S_z^2)_{11} = (S_z^2)_{-1,-1} = 1. \tag{28}$$

Следовательно, матричный гамильтониан (5) имеет вид

$$H = \begin{pmatrix} E_0 + \omega_0 + A + B & 0 & A \\ 0 & E_0 + 2A & 0 \\ A & 0 & E_0 - \omega_0 + A + B \end{pmatrix}, \tag{29}$$

где

$$A = a_0 + a_1 \cos(\omega t + \varphi) + a_2 \cos\left[2(\omega t + \varphi)\right],$$

$$B = b_0 + b_1 \cos(\omega t + \varphi) + b_2 \cos\left[2(\omega t + \varphi)\right],$$

$$a_0 = -\frac{1}{2}\alpha_T B_z^2 \gamma_0 \left[\beta_0^2 + \frac{1}{4}(2 + 5\beta_0^2\gamma_0^2 + 3\beta_0^4\gamma_0^4)(\Delta\beta_0)^2 \right], \tag{30}$$

$$a_1 = -\frac{1}{2}\alpha_T B_z^2 (2 + \beta_0^2\gamma_0^2)\beta_0\gamma_0 \cdot \Delta\beta_0,$$

$$a_2 = -\frac{1}{8}\alpha_T B_z^2 (2 + 5\beta_0^2\gamma_0^2 + 3\beta_0^4\gamma_0^4)\gamma_0 (\Delta\beta_0)^2,$$

$$b_0 = -\beta_T B_z^2 \gamma_0 \left[1 + \frac{1}{4}(1 + 3\beta_0^2\gamma_0^2)\gamma_0^2 (\Delta\beta_0)^2 \right],$$

$$b_1 = -\beta_T B_z^2 \beta_0 \gamma_0^3 \cdot \Delta\beta_0,$$

$$b_2 = -\frac{1}{4}\beta_T B_z^2 (1 + 3\beta_0^2\gamma_0^2)\gamma_0^3 (\Delta\beta_0)^2,$$

E_0 – нулевой уровень энергии.

Вклад ЭДМ в гамильтониане (29) не учитывается.

Мы рассматриваем динамику спина вблизи резонанса. На первом этапе удобно перейти к новым амплитудам [11]. Это преобразование делает действительные части диагональных элементов матричного гамильтониана равными нулю. Однако мнимые части диагональных элементов для нестабильных частиц остаются ненулевыми [19]. Очевидно, что гамильтониан (29) – действительный, и новые амплитуды равны:

$$\begin{gathered}
\gamma_1(t) = \exp\left\{ i \left[k_1 t + \frac{a_1 + b_1}{\omega} f(t) + \frac{a_2 + b_2}{2\omega} g(t) \right] \right\} C_1(t), \\
\gamma_0(t) = \exp\left\{ i \left[k_0 t + \frac{2a_1}{\omega} f(t) + \frac{a_2}{\omega} g(t) \right] \right\} C_0(t), \\
\gamma_{-1}(t) = \exp\left\{ i \left[k_{-1} t + \frac{a_1 + b_1}{\omega} f(t) + \frac{a_2 + b_2}{2\omega} g(t) \right] \right\} C_{-1}(t), \\
k_1 = E_0 + \omega_0 + a_0 + b_0, \quad k_0 = E_0 + 2a_0, \quad k_{-1} = E_0 - \omega_0 + a_0 + b_0, \\
f(t) = \sin(\omega t + \varphi) - \sin(\varphi), \quad g(t) = \sin\left[2(\omega t + \varphi)\right] - \sin(2\varphi).
\end{gathered} \tag{31}$$

Динамика этих амплитуд не зависит от тензорной магнитной поляризуемости и определяется уравнением

$$\begin{cases}
i\dfrac{d\gamma_1}{dt} = A\exp(2i\omega_0 t)\gamma_{-1}, \\
i\dfrac{d\gamma_0}{dt} = 0, \\
i\dfrac{d\gamma_{-1}}{dt} = A\exp(-2i\omega_0 t)\gamma_1.
\end{cases} \tag{32}$$

Уравнения (31), (32) приводят к следующему соотношению:

$$C_0(t) = \exp\left\{-i\left[k_0 t + \frac{2a_1}{\omega} f(t) + \frac{a_2}{\omega} g(t)\right]\right\} C_0(0). \qquad (33)$$

Компонента с нулевой проекцией спина не смешивается с другими компонентами.

На втором этапе можно усреднить по времени, значительно превышающему период продольных колебаний частиц [11]. Может быть использовано соотношение

$$\cos(\zeta t + \eta) = \frac{1}{2}\left\{\exp[i(\zeta t + \eta)] + \exp[-i(\zeta t + \eta)]\right\}.$$

Существуют две резонансные частоты: $\omega = \omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$. Первая из них соответствует условию резонанса в эксперименте по поиску ЭДМ дейтрона [6, 7]. Вначале мы рассмотрим именно этот случай.

Когда $\omega \approx \omega_0$, усреднение по времени приводит к уравнению

$$\begin{cases} i\dfrac{d\gamma_1}{dt} = \dfrac{a_2}{2}\gamma_{-1}\exp\left\{2i[(\omega_0 - \omega)t - \varphi]\right\} \\ i\dfrac{d\gamma_{-1}}{dt} = \dfrac{a_2}{2}\gamma_1\exp\left\{-2i[(\omega_0 - \omega)t - \varphi]\right\} \end{cases}. \qquad (34)$$

На третьем этапе мы используем следующее преобразование:

$$\begin{aligned} D_1(t) &= \exp\left[-i(\omega_0 - \omega)t\right]\gamma_1(t), \\ D_{-1}(t) &= \exp\left[i(\omega_0 - \omega)t\right]\gamma_1(t). \end{aligned} \qquad (35)$$

Преобразованное уравнение (34) может быть записано в матричном виде:

$$i\frac{dD}{dt} = H'D, \quad H' = \begin{pmatrix} \omega_0 - \omega & \dfrac{a_2}{2}\exp(-2i\varphi) \\ \dfrac{a_2}{2}\exp(2i\varphi) & -(\omega_0 - \omega) \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} D_1(t) \\ D_{-1}(t) \end{pmatrix}. \qquad (36)$$

Уравнение (36) может быть решено аналитически, и его решение имеет вид:

$$\begin{aligned} D_1(t) = {} & \left[\frac{\omega' + \omega_0 - \omega}{2\omega'} D_1(0) + \frac{E}{2\omega'} D_{-1}(0)\right]\exp(-i\omega' t) + \\ & + \left[\frac{\omega' - (\omega_0 - \omega)}{2\omega'} D_1(0) - \frac{E}{2\omega'} D_{-1}(0)\right]\exp(i\omega' t), \\ D_{-1}(t) = {} & \left[\frac{E^*}{2\omega'} D_1(0) + \frac{\omega' - (\omega_0 - \omega)}{2\omega'} D_{-1}(0)\right]\exp(-i\omega' t) + \\ & + \left[-\frac{E^*}{2\omega'} D_1(0) + \frac{\omega' + \omega_0 - \omega}{2\omega'} D_{-1}(0)\right]\exp(i\omega' t) \end{aligned}$$

или

$$D_1(t)=\left[\cos(\omega' t)-i\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\sin(\omega' t)\right]D_1(0)-i\frac{E}{\omega'}\sin(\omega' t)D_{-1}(0),$$

$$D_{-1}(t)=-i\frac{E^*}{\omega'}\sin(\omega' t)D_1(0)+\left[\cos(\omega' t)+i\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\sin(\omega' t)\right]D_{-1}(0),$$

где

$$\omega'=\sqrt{(\omega_0-\omega)^2+EE^*},\quad E=\frac{a_2}{2}\exp(-2i\varphi). \tag{37}$$

Угловая частота осцилляций спина равна $2\omega'$.

Исходные спиновые амплитуды приобретают вид:

$$C_1(t)=\exp\left\{-i\left[(E_0+\omega+a_0+b_0)t+\frac{a_1+b_1}{\omega}f(t)+\frac{a_2+b_2}{2\omega}g(t)\right]\right\}D_1(t),$$

$$C_{-1}(t)=\exp\left\{-i\left[(E_0-\omega+a_0+b_0)t+\frac{a_1+b_1}{\omega}f(t)+\frac{a_2+b_2}{2\omega}g(t)\right]\right\}D_{-1}(t), \tag{38}$$

$$C_1(0)=D_1(0),\quad C_{-1}(0)=D_{-1}(0).$$

Резонанс на удвоенной частоте может быть исследован аналогично. Эволюция спиновых амплитуд определяется уравнениями:

$$C_1(t)=\exp\left\{-i\left[(E_0+\frac{\omega}{2}+a_0+b_0)t+\frac{a_1+b_1}{\omega}f(t)+\frac{a_2+b_2}{2\omega}g(t)\right]\right\}D_1(t),$$

$$C_0(t)=\exp\left\{-i\left[(E_0+2a_0)t+\frac{2a_1}{\omega}f(t)+\frac{a_2}{\omega}g(t)\right]\right\}C_0(0), \tag{39}$$

$$C_{-1}(t)=\exp\left\{-i\left[(E_0-\frac{\omega}{2}+a_0+b_0)t+\frac{a_1+b_1}{\omega}f(t)+\frac{a_2+b_2}{2\omega}g(t)\right]\right\}D_{-1}(t),$$

$$C_1(0)=D_1(0),\quad C_{-1}(0)=D_{-1}(0),$$

где

$$D_1(t)=\left(\cos\frac{\omega'' t}{2}-i\frac{2\omega_0-\omega}{\omega''}\sin\frac{\omega'' t}{2}\right)D_1(0)-i\frac{2E'}{\omega''}\sin\frac{\omega'' t}{2}D_{-1}(0),$$

$$D_{-1}(t)=-i\frac{2E'^*}{\omega''}\sin\frac{\omega'' t}{2}D_1(0)+\left(\cos\frac{\omega'' t}{2}+i\frac{2\omega_0-\omega}{\omega''}\sin\frac{\omega'' t}{2}\right)D_{-1}(0),$$

$$E'=\frac{a_1}{2}\exp(-i\varphi)$$

и угловая частота осцилляций спина равна

$$\omega''=\sqrt{(2\omega_0-\omega)^2+4E'E'^*}. \tag{40}$$

6. Динамика спина, обусловленная тензорными поляризуемостями дейтрона

Для частиц со спином 1 три компоненты вектора поляризации и необходимые для расчета компоненты тензора поляризации имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}
P_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_1C_0^* + C_1^*C_0 + C_0C_{-1}^* + C_0^*C_{-1}), \\
P_\phi = \frac{i}{\sqrt{2}}(C_1C_0^* - C_1^*C_0 + C_0C_{-1}^* - C_0^*C_{-1}), \\
P_z = (C_1C_1^* - C_{-1}C_{-1}^*), \\
P_{\rho\rho} = \frac{3}{2}(C_1C_{-1}^* + C_1^*C_{-1} + C_0C_0^*) - \frac{1}{2}, \\
P_{\phi\phi} = -\frac{3}{2}(C_1C_{-1}^* + C_1^*C_{-1} - C_0C_0^*) - \frac{1}{2}, \\
P_{\rho\phi} = i\frac{3}{2}(C_1C_{-1}^* - C_1^*C_{-1}).
\end{gathered} \tag{41}$$

Горизонтальные компоненты P_ρ и P_ϕ не дают необходимой информации об исследуемом эффекте, поскольку они испытывают быстрые осцилляции, обусловленные $g-2$-прецессией. Изменение вертикальной компоненты P_z является сравнительно медленным процессом.

Величина P_z не зависит от C_0. Поскольку $C_1C_1^* = D_1D_1^*, C_{-1}C_{-1}^* = D_{-1}D_{-1}^*$, РВП обусловлен тензорной электрической поляризуемостью и не зависит от тензорной магнитной. Однако это заключение неверно, если дейтрон обладает ЭДМ. В этом случае тензорная магнитная поляризуемость приводит к расщеплению резонансной частоты [1, 2, 3].

Когда $\omega \approx 2\omega_0$, эволюция вертикальной компоненты вектора поляризации описывается формулой

$$\begin{gathered}
P_z(t) = \left[1 - \frac{E_0^2}{\omega'^2}\big(1-\cos(2\omega' t)\big)\right]P_z(0) + \\
+\frac{2E_0}{3\omega'}\left\{\frac{1}{2}[P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)]\left[\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\cos(2\varphi)\big(1-\cos(2\omega' t)\big) - \sin(2\varphi)\sin(2\omega' t)\right] + \right. \\
\left. +P_{\rho\phi}(0)\left[\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\sin(2\varphi)\big(1-\cos(2\omega' t)\big) + \cos(2\varphi)\sin(2\omega' t)\right]\right\}, \quad E_0 = \frac{a_2}{2},
\end{gathered} \tag{42}$$

где величины a_2 и ω' определяются уравнениями (30) и (37) соответственно.

Для векторно-поляризованного пучка дейтронов необходимые для расчета компоненты вектора и тензора поляризации определяются уравнением:

$$P_z = \cos(\theta), \quad P_{\rho\rho} = \frac{1}{2}\left[3\sin^2(\theta)\cos^2(\psi) - 1\right],$$
$$P_{\phi\phi} = \frac{1}{2}\left[3\sin^2(\theta)\sin^2(\psi) - 1\right], \quad P_{\rho\phi} = \frac{3}{4}\sin^2(\theta)\sin(2\psi), \tag{43}$$

где θ и ψ – сферические углы, определяющие направление спина во вращающейся системе отсчета. Азимут $\psi = 0$ характеризует спин, направленный радиально наружу.

Проекция спина дейтрона на выделенное направление может быть равной нулю. Пучок, обладающий такой поляризацией, является тензорно поляризованным. Его векторная поляризация равна нулю. Компоненты вектора и тензора поляризации имеют вид:

$$P_\rho = P_\phi = P_z = 0, \quad P_{\rho\rho} = -3\sin^2(\theta)\cos^2(\psi) + 1,$$
$$P_{\phi\phi} = -3\sin^2(\theta)\sin^2(\psi) + 1, \quad P_{\rho\phi} = -\frac{3}{2}\sin^2(\theta)\sin(2\psi), \tag{44}$$

где θ и ψ – сферические углы, определенные выше. Когда пучок имеет векторную поляризацию, уравнения (42), (43) приводят к соотношению:

$$P_z(t) = \left[1 - \frac{E_0^2}{\omega'^2}\left(1 - \cos(2\omega' t)\right)\right]\cos(\theta) +$$
$$+\frac{E_0}{2\omega'}\sin^2(\theta)\left\{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega'}\cos\left[2(\psi - \varphi)\right]\left[1 - \cos(2\omega' t)\right] + \sin\left[2(\psi - \varphi)\right]\sin(2\omega' t)\right\}. \tag{45}$$

Если условие резонанса соблюдается точно, начальная поляризация пучка горизонтальна $[P_z(0) = 0]$ и $\omega'' t << 0$, уравнение (42) приобретает вид

$$P_z(t) = \frac{2}{3}a_2 t\left[P_{\rho\phi}(0)\cos(2\varphi) - \frac{P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)}{2}\sin(2\varphi)\right]. \tag{46}$$

В этом случае вертикальная компонента вектора поляризации растет линейно по времени и

$$\frac{dP_z}{dt} = \frac{2}{3}a_2\left[P_{\rho\phi}(0)\cos(2\varphi) - \frac{P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)}{2}\sin(2\varphi)\right]. \tag{47}$$

Для резонанса на удвоенной частоте $\omega \approx 2\omega_0$ эволюция вертикальной компоненты вектора поляризации определяется формулой

$$P_z(t) = \left[1 - \frac{4E_0'^2}{\omega''^2}\left(1 - \cos(\omega'' t)\right)\right]P_z(0) +$$
$$+\frac{2E'_0}{3\omega''}\left\{[P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)]\left[\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega''}\cos(\varphi)\left(1 - \cos(\omega'' t)\right) - \sin(\varphi)\sin(\omega'' t)\right] + \right. \tag{48}$$
$$\left. +2P_{\rho\phi}(0)\left[\frac{2\omega_0 - \omega}{\omega''}\sin(\varphi)\left(1 - \cos(\omega'' t)\right) + \cos(\varphi)\sin(\omega'' t)\right]\right\}, \quad E'_0 = \frac{a_1}{2},$$

где величины a_1 и ω'' определяются уравнениями (30) и (40) соответственно.

Если условие резонанса соблюдается точно, начальная поляризация пучка горизонтальна и $\omega'' t << 0$, уравнение (48) приобретает вид

$$P_z(t) = \frac{2}{3} a_1 t \left[P_{\rho\phi}(0)\cos(\varphi) - \frac{P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)}{2} \sin(\varphi) \right]. \tag{49}$$

Уравнения (30), (46) и (49) показывают, что удвоение резонансной частоты приводит к резкому усилению эффекта Барышевского. В то же время при удвоении частоты эффект ЭДМ становится нерезонансным и не оказывает влияния на динамику спина.

7. Измерение тензорной электрической поляризуемости дейтрона в экспериментах в накопительных кольцах

Чтобы обнаружить эффект Барышевского, необходимо стимулировать РВП, обусловленный тензорной электрической поляризуемостью дейтрона и избежать аналогичного эффекта, вызванного наличием магнитного момента. Известно, что магнитный резонанс имеет место, когда на частицу, помещенную в однородное вертикальное магнитное поле, также действует горизонтальное магнитное поле, осциллирующее на частоте, близкой к частоте вращения спина (см., например, [20]). Для горизонтально поляризованного пучка магнитный резонанс приводит к РВП.

Очевидно, магнитный резонанс не может иметь места для продольного электрического поля, поскольку только осциллирующее электрическое поле появляется в системе покоя частицы. Бетатронные колебания не могут вызвать резонансного эффекта, поскольку их частоты выбираются далекими от резонанса. Однако резонанс создается тензорной электрической поляризуемостью дейтрона. Электрическое поле в системе покоя частицы имеет осциллирующую продольную компоненту E'_ϕ и радиальную компоненту E'_ρ, обусловленную преобразованием Лоренца вертикального магнитного поля. Последняя компонента имеет резонансную часть вследствие модуляции скорости частицы.

Для создания резонанса должны быть использованы радиочастотные резонаторы. Электрическое поле генерируется вдоль центральной линии резонатора, а магнитное поле направлено перпендикулярно [21]. Магнитное поле вдоль центральной линии резонатора равно нулю. Если радиочастотные резонаторы идеально размещены и продольно ориентированы, магнитное поле не может стимулировать какой-либо резонансный эффект. В этом случае наблюдаемый РВП соответствует определенному значению тензорной электрической поляризуемости.

Однако как смещение, так и угловое отклонение центральной линии резонатора относительно усредненной траектории частиц приводят к РВП, имитирующему эффект Барышевского. В результате они создают систематические ошибки измерения тензорной электрической поляризуемости. Однако, как правило, вызванное этими систематическими ошибками движение спина находится не в резонансе с прецессией спина в горизонтальной плоскости. Поэтому наличие систематических ошибок создает шум и приводит к быстрым осцилляциям вертикальной компоненты вектора поляризации [6–8, 22]. Помимо этих эффектов, систематическая ошибка может создаваться радиальным магнитным полем в системе покоя частицы, осциллирующим с резонансной частотой. В эксперименте по поиску ЭДМ дейтрона аналогичная ошибка будет устраняться путем попеременного создания двух пучков с различными частотами бетатронных колебаний [6, 8, 22]. В эксперименте по измерению тензорной электрической поляризуемости наличие резонансного радиального магнитного поля в системе покоя частицы значительно менее существенно при использовании тензорно поляризованного пучка (см. ниже). Мы рассчитываем только эффекты, создаваемые резонансными полями в идеальных условиях и не рассматриваем систематические ошибки. Таким образом, мы учитываем только постоянное вертикальное магнитное и осциллирующее продольное электрическое поля в лабораторной системе отсчета.

Для измерения тензорной электрической поляризуемости дейтрона в накопительных кольцах необходима конфигурация полей, аналогичная конфигурации, предложенной для ЭДМ-эксперимента [6, 7, 8]. Однако резонансная частота должна быть вдвое большей ($\omega \approx 2\omega_0$). Удвоение резонансной частоты не может быть произведено в накопительном кольце, разработанном для ЭДМ-эксперимента. В указанном эксперименте [8] собственная частота свободных синхротронных колебаний должна быть близка к $g-2$-частоте ω_a, и резонанс создается биениями между двумя радиочастотами. Следовательно, для измерения тензорной электрической поляризуемости дейтрона требуется другое накопительное кольцо или, по крайней мере, радиочастотные резонаторы, отличные от резонаторов, разрабатываемых для ЭДМ-эксперимента.

Однако эффект Барышевского, обусловленный тензорной электрической поляризуемостью дейтрона, должен приниматься во внимание при проведении ЭДМ-эксперимента [1, 2, 3]. Этот эффект приводит к аналогичному РВП и может имитировать наличие ЭДМ порядка $d \sim 10^{-29}$ $e \cdot$см. Достижение именно такой точности является целью ЭДМ-эксперимента в накопительных кольцах [6, 7, 8].

Детальный расчет зависящей от ЭДМ эволюции спина дейтрона был выполнен в работе [23]. Динамика вертикальной компоненты вектора поляризации определяется уравнением

$$P_z^{(EDM)}(t) = \frac{E_0}{\Omega'}\left\{\frac{\omega_0 - \omega}{\Omega'}\cos(\psi - \varphi)\left[1 - \cos(\Omega' t)\right] + \sin(\psi - \varphi)\sin(\Omega' t)\right\}, \tag{50}$$

где

$$\Omega' = |\mathbf{\Omega}'| = \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + E_0{}^2}, \tag{51}$$

$$E_0 = \frac{1}{2} dB_z \cdot \Delta\beta_0 \left(1 + \frac{a\gamma_0^2 \omega}{\omega_0}\right) \tag{52}$$

и азимут ψ определяет направление спина в начальный момент времени. Предполагается, что начальная поляризация пучка горизонтальна.

Если $\Omega' t \ll 1$,

$$P_z^{(EDM)} = E_0 t \sin(\psi - \varphi) =$$
$$= -\frac{1}{2} dB_z \Delta\beta_0 \left(1 + \frac{a\gamma_0^2 \omega}{\omega_0}\right) t \sin(\psi - \varphi). \tag{53}$$

Можно определить ожидаемую чувствительность при измерении тензорной электрической поляризуемости дейтрона путем сравнения уравнений (48) и (50) и использования уравнения (43) и сделанной в [8] оценки чувствительности эксперимента по поиску ЭДМ дейтрона. Для дейтрона $a = a_d = -0.14299$. Чувствительность к ЭДМ величины $d = 1 \times 10^{-29}$ е·см соответствует измерению тензорной электрической поляризуемости с точностью $\delta\alpha_T = 1.2 \times 10^{-43}$ см^3, когда $\omega \approx 2\omega_0$ и используются уравнения (48), (50) – (52). Эта оценка базируется на значениях $\gamma_0 = 1.28, \beta_0 = 0.625, \Delta\nu_0 = 3.5 \times 10^6$ м/с и $B_z = 3$ T [8]. Существуют три независимых теоретических предсказания для величины тензорной электрической поляризуемости дейтрона, а именно $\alpha_T = -6.2 \times 10^{-41}$ см^3 [24], -6.8×10^{-41} см^3 [25] и 3.2×10^{-41} см^3 [26]. Два первых значения очень близки друг к другу и не согласуются с последним значением.

По всей вероятности, наилучшая чувствительность измерения α_T может быть достигнута путем использования пучка дейтронов с тензорной поляризацией. Начальное направление тензорной поляризации должно быть горизонтальным. Когда векторная поляризация пучка равна нулю, не может происходить вращения спина. Следовательно, отсутствуют соответствующие систематические ошибки, обусловленные радиальным магнитным полем и другими причинами. В общем случае такие систематические ошибки пропорциональны остаточной векторной поляризации пучка. Это обстоятельство приводит к значительному повышению экспериментальной точности. Когда $\omega \approx 2\omega_0$, уравнение, описывающее эволюцию поляризации пучка, приобретает вид

$$P_z(t) = -\frac{2E'_0}{\omega''} \sin^2(\theta) \{ \frac{2\omega_0 - \omega}{\omega''} \cos(2\psi - \varphi)\left[1 - \cos(\omega'' t)\right] +$$
$$+ \sin(2\psi - \varphi) \sin(\omega'' t) \}. \tag{54}$$

В этом случае можно сделать следующую предварительную оценку экспериментальной точности: $\delta\alpha_T \sim 10^{-45} \div 10^{-44}$ см^3.

Когда $\theta = \pi/2$, естественный выбор фазы

$$\varphi = 2\psi \pm \frac{\pi}{2}$$

приводит уравнение (54) к виду:

$$P_z(t) = \pm \frac{2E'_0}{\omega''} \sin\left(\omega'' t\right). \tag{55}$$

Другие возможности, $\varphi = 2\psi$ и $\varphi = 2\psi \pm \pi$, приводят к уравнению

$$P_z(t) = \pm \frac{4E'_0(2\omega_0 - \omega)}{\omega''^2} \sin^2\left(\frac{\omega'' t}{2}\right). \tag{56}$$

Зависимость $P_z(t)$ от времени становится квадратичной, когда $\omega'' t \ll 1$. Следовательно, эти возможности менее важны для эксперимента. Однако они могут быть использованы для проверки результатов.

Эксперимент по измерению тензорной электрической поляризуемости дейтрона существенно отличается от эксперимента по поиску ЭДМ дейтрона отсутствием необходимости тщательного устранения систематических ошибок, обусловленных возможным наличием резонансного горизонтального магнитного поля в системе покоя дейтрона. Использование пучка дейтронов с тензорной поляризацией позволяет избежать любого вращения спина и устранить любые связанные с ним систематические ошибки. РВП такого пучка определяется только тензорной электрической поляризуемостью дейтрона. Это является большим преимуществом, поскольку устранение указанных систематических ошибок является основной проблемой для эксперимента по поиску ЭДМ дейтрона [8, 22]. Остаточная векторная поляризация пучка вместе с резонансным горизонтальным магнитным полем в системе покоя дейтрона могут приводить к появлению ложного сигнала. Однако необходимая коррекция измеренного значения РВП может быть сделана путем использования пучка с продольной векторной поляризацией. Важно, что РВП, обусловленный любой систематической ошибкой, меняет знак и РВП, определяемый тензорной электрической поляризуемостью, остается неизменным при изменении поляризации пучка с горизонтальной векторной поляризацией на противоположную (см. уравнение (45)). Это свойство позволяет легко произвести дифференциацию между эффектом Барышевского и ложными сигналами для пучка с векторной поляризацией. По всей вероятности, эксперимент по измерению тензорной электрической поляризуемости дейтрона может быть поставлен на одном из существующих накопительных колец.

8. Разделение эффектов, обусловленных электрическим дипольным моментом и тензорной электрической поляризуемостью в эксперименте по поиску электрического дипольного момента дейтрона

Уравнения (42) и (50) – (52), описывающие влияние тензорной электрической поляризуемости и ЭДМ на динамику спина в эксперименте по поиску электрического дипольного момента, существенно различаются. Поэтому эффекты, обусловленные ЭДМ и тензорной электрической поляризуемостью, могут быть разделены.

Когда начальная поляризация пучка дейтронов горизонтальна, уравнение (45) приобретает вид

$$P_z^{(tensor)}(t)=\frac{E_0}{2\omega'}\left\{\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\cos[2(\psi-\varphi)]\left[1-\cos(2\omega' t)\right]+\sin[2(\psi-\varphi)]\sin(2\omega' t)\right\}. \quad (57)$$

Для ЭДМ-эксперимента необходим выбор фазы

$$\varphi=\psi\pm\frac{\pi}{2}.$$

Этот выбор приводит к уравнению

$$P_z^{(EDM)}(t)=\pm\frac{E_0}{\Omega'}\sin(\Omega' t),\quad P_z^{(tensor)}(t)=\pm\frac{E_0(\omega_0-\omega)}{\omega'^2}\sin^2(\omega' t). \quad (58)$$

Поскольку величины E_0, E_0 очень малы, $\Omega'\approx\omega'\approx|\omega_0-\omega|$. Если мы ограничиваемся анализом отношения амплитуд в уравнении (58), которое приблизительно равно $2E_0/E_0$, мы получаем, что значения α_T, найденные в [24, 25, 26], соответствуют ЭДМ величины $|d|=3\times10^{-29}, 3\times10^{-29}$ и 2×10^{-29} $e\cdot$см соответственно. Однако вклад ЭДМ в P_z растет пропорционально времени t, когда $\Omega' t\ll1$, в то время как вклад тензорной электрической поляризуемости в этом случае пренебрежимо мал. Следовательно, сохранение частоты и фазы когерентных продольных колебаний почти равными частоте и фазе вращения спина позволяет устранить вклад тензорной электрической поляризуемости в РВП в ЭДМ-эксперименте. Такой же вывод был недавно сделан в работе [27]. Тем не менее наличие у дейтрона тензорной электрической поляризуемости должно учитываться. Чтобы зафиксировать возможное существование ЭДМ дейтрона, можно также использовать другие возможности разделения эффекта Барышевского и эффекта, создаваемого ЭДМ, описываемые ниже.

1. Динамика спина, обусловленная взаимодействиями первого порядка (включая эффект ЭДМ) и второго порядка (включая эффект Барышевского) определяется операторными уравнениями движения спина

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt}=A\mathbf{\Omega}\times\mathbf{S} \quad (59)$$

и

$$\frac{dS_i}{dt}=\beta_{ijk}S_jS_k \quad (60)$$

соответственно. Следовательно, эффект ЭДМ меняет знак при изменении поляризации пучка на противоположную, в то время как знак эффекта Барышевского остается неизменным.

2. Поскольку и эффект ЭДМ, и эффект Барышевского зависят от разности $\psi-\varphi$, изменение поляризации пучка на противоположную ($\psi\to\psi+\pi$) эквивалентно переходу к противоположной фазе ($\varphi\to\varphi+\pi$). Естественно, второй вариант технически проще.

Если два измерения РВП, выполненные в соответствии с пунктами 1 или 2, дают значения P_{z1} и P_{z2}, эффекты ЭДМ и Барышевского характеризуются значениями $(P_{z1}-P_{z2})/2$ и $(P_{z1}+P_{z2})/2$ соответственно.

3. В системе покоя частицы эффекты ЭДМ и Барышевского являются линейным и квадратичным по электрическому полю соответственно. Зависимость, даваемая экспериментом, может быть определена путем изменения амплитуды поля в резонаторах.

4. Эффект РВП также является медленно осциллирующим, и его частота, обусловленная эффектом Барышевского, приблизительно вдвое больше частоты эффекта, определяемого ЭДМ.

5. Использование тензорно поляризованного пучка дейтронов (даже при угловой частоте $\omega \approx \omega_0$) устраняет эффект ЭДМ и основные систематические ошибки. Эволюция поляризации пучка описывается формулой:

$$P_z^{(tensor)}(t) = -\frac{a_2}{2\omega'}\left\{\frac{\omega_0-\omega}{\omega'}\cos[2(\psi-\varphi)]\left[1-\cos(2\omega' t)\right]+\sin[2(\psi-\varphi)]\sin(2\omega' t)\right\}, \quad (61)$$

если начальная поляризация определяется уравнением (44).

Таким образом, эффекты, обусловленные ЭДМ и тензорной электрической поляризуемостью, могут быть эффективно разделены в эксперименте по поиску ЭДМ дейтрона.

9. Обсуждение результатов и выводы

Динамика спина, обусловленная наличием у дейтрона и других ядер тензорной электрической поляризуемости, была впервые рассчитана в работах [1–3]. Чтобы сравнить наши результаты с результатами этих работ, удобно ввести эффективное поле, определяемое формулой

$$E_{eff}^2 = \beta^2\gamma B_z^2. \quad (62)$$

В работах [1–3] описание эффекта производилось с точностью до членов первого порядка по β. В этом приближении квадрат эффективного поля равен

$$E_{eff}^2 = \left(E_{eff}^{(0)}\right)^2 + 2B_z^2\beta_0\cdot\Delta\beta_0\cos(\omega t+\varphi) + \frac{1}{2}B_z^2(\Delta\beta_0)^2\cos[2(\omega t+\varphi)]. \quad (63)$$

Эволюция вектора поляризации характеризуется уравнениями (24), (29) в работе [2] и уравнениями (44), (49) в работе [3]. Результирующее уравнение имеет вид

$$\frac{dP_z}{dt} = -\frac{1}{2}\Delta\Omega_T\cos(2\Omega_f t+2\varphi_f)\left[P_{\rho\phi}(0)\cos(2\Omega t) - \frac{P_{\rho\rho}(0)-P_{\phi\phi}(0)}{2}\sin(2\Omega t)\right], \quad (64)$$

где

$$\Delta\Omega_T = -\frac{2}{3}\alpha_T B_z^2(\Delta\beta_0)^2, \quad (65)$$

Ω соответствует нашему обозначению ω_0 и $\varphi_f = \varphi + \pi/2$. В работах [1–3] полагалось, что вертикальная ориентация вектора угловой скорости вращения спина ($\omega_0 > 0$) соответствует вращению спина по часовой стрелке, а в настоящей работе – против часовой стрелки. Следовательно, $\Omega_f \approx -\Omega$ и усреднение уравнения (64) по времени с учетом уравнения (65) приводит к следующей формуле:

$$\frac{dP_z}{dt} = -\frac{1}{12}\alpha_T B_z^2 (\Delta\beta_0)^2 \left\{2P_{\rho\phi}(0)\cos(2\varphi) - [P_{\rho\rho}(0) - P_{\phi\phi}(0)]\sin(2\varphi)\right\}. \qquad (66)$$

Эта формула полностью согласуется с уравнением (47).

Согласие результатов, полученных в [2, 3] и в настоящей работе, подтверждает их правильность. Метод, использованный в работах [2, 3], менее удобен для расчета динамики спина в осциллирующих внешних полях, чем в статических. В теории магнитного резонанса обычно используется переход к вращающейся системе отсчета [20]. Очевидно, переход к такой системе отсчета необходим для нахождения динамики спина с помощью метода, использованного в [2, 3], когда $\omega \neq \omega_0$ $(\Omega \neq |\Omega_f|)$.

Рассчитанный эффект РВП, который является следствием наличия у дейтрона тензорной электрической поляризуемости, – это впечатляющий пример новой физики спина, обусловленной тензорным взаимодействием. В рассматриваемом случае эволюция спина дейтрона обусловлена электромагнитным взаимодействием. В работах В. Г. Барышевского [28, 29] исследован подобный эффект, вызванный сильным взаимодействием дейтрона с ядрами. Причиной этих эффектов, стимулированных тензорным взаимодействием, является трансформация тензорной поляризации в векторную и наоборот.

Уравнение (37) показывает, что состояние со спином, направленным вверх, трансформируется в состояние со спином, направленным вниз, и наоборот. Это свойство обусловлено недиагональными слагаемыми в гамильтониане (36). В результате вертикальная компонента вектора поляризации осциллирует. Это явление аналогично двулучепреломлению света в кристаллах [28, 29].

Аналогичное поведение спина имеет место при ядерном магнитном резонансе (ЯМР), когда на ядро, помещенное в однородное вертикальное магнитное поле, действует и резонансное горизонтальное магнитное поле. Как известно, при ЯМР также происходят осцилляции P_z. Однако существует важное различие между двумя эффектами. Эффект Барышевского имеет место даже для тензорно поляризованного пучка, в то время как ЯМР не изменяет векторной поляризации пучка в этом случае.

Приведенные расчеты показывают, что эффект Барышевского в накопительных кольцах может быть обнаружен. Проведение измерений при резонансной частоте $\omega \approx 2\omega_0$ дает возможность измерить тензорную электрическую поляризуемость дейтрона с точностью до $10^{-45} \div 10^{-44}$ см^3 ($10^{-6} \div 10^{-5}$ фм^3).

Можно также производить эксперимент с дейтронами низких энергий в ловушке Пеннинга.

В настоящей работе исследована проблема влияния тензорной электрической поляризуемости на динамику спина в эксперименте по поиску ЭДМ дейтрона в накопительных кольцах. Эффекты, обусловленные ЭДМ и тензорной электрической поляризуемостью, могут быть эффективно разделены.

Выведены общие формулы, описывающие РВП, обусловленный тензорной электрической поляризуемостью дейтрона. Полученные формулы согласуются с предшествующими результатами [1, 2, 3], полученными для более частного случая. Метод, основанный на использовании гамильтонова подхода и спиновых волновых функций, является весьма удобным для исследования эффекта.

Автор выражает благодарность В. Г. Барышевскому за постановку задачи и обсуждение полученных результатов. Работа поддержана грантом БРФФИ.

Литература

1. *Baryshevsky V. G., Shirvel A. R.*// hep-ph/0503214; *Baryshevsky V. G.* // hep-ph/0504064; STORI 2005 Conf. Proc., Schriften des Forschungszentrums Jülich, Matter and Materials. 2005. Vol. 30. P. 227.
2. *Baryshevsky V. G., Gurinovich A. A.* // hep-ph/0506135.
3. *Baryshevsky V. G.* // hep-ph/0510158, hep-ph/0603191.
4. *Courant E. D.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1962. Vol. 7. P. 33; *Courant E. D., Ruth R. D.* // BNL Report No. 51270, 1980.
5. *Minty M. G., Zimmermann F.* Measurement and Control of Charged Particle Beams. 2003.
6. *Orlov Y. F.* // EDM in Storage Rings Internal Note. 2004. 69; STORI 2005 Conf. Proc., Schriften des Forschungszentrums Jülich, Matter and Materials. 2005. Vol. 30. P. 223.
7. *Semertzidis Y. K.* // STORI 2005 Conf. Proc., Schriften des Forschungszentrums Jülich, Matter and Materials. 2005. Vol. 30. P. 70.
8. *Orlov Y. F., Morse W. M., Semertzidis Y. K.* // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 214802.
9. *Lee D. S.* Spin Dynamics and Snakes in Synchrotrons. 1997. P.17.
10. *Mane S. R., Shatunov Yu. M., Yokoya K.* // Rep. Prog. Phys. 2005. Vol. 68. P. 1997.
11. *Feynman R., Leighton R. B., Sands M.* The Feynman Lectures on Physics. Vol. 2. 1963.
12. *Silenko A. J.* // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2006. Vol. 9. P. 034003.
13. *Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L.* // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 2. P. 435.
14. *Nelson D. F., Schupp A. A., Pidd R. W., Crane H. R.* // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 2. P. 492.
15. *Nowakowski M., Paschos E. A. Rodriguez J. M.* // Eur. J. Phys. 2005. Vol. 26. P. 545.
16. *Силенко А. Я.* // Изв. вузов. Физика. 2005. Т. 48, № 8. С. 9; *Silenko A. J.* // Russ. Phys. J. 2005. Vol. 48. P. 788.
17. *Горбацевич А. К.* Квантовая механика в общей теории относительности. 2003.
18. *Mashhoon B.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 2639; *Bini D., Cherubini C., Mashhoon B.* // Class. Quant. Grav. 2004. Vol. 21. P. 3893.
19. *Silenko A. J.* // Czech. J. Phys. 2006. Vol. 56. P. 281.
20. *Slichter C. P.* Principles of Magnetic Resonance: with examples from solid state physics. 1963; *Slichter C. P.* Principles of Magnetic Resonance, 3rd ed. 1990.
21. *Jackson J. D.* Classical Electrodynamics, 2nd ed. 1975.
22. *Semertzidis Y. K.* // EDM in Storage Rings Internal Notes Nos. 82, 85, and 92, 2005.
23. *Silenko A. J.* // hep-ph/0604095.
24. *Chen J.-W., Grießhammer H. W.* et al. // Nucl. Phys. A. 1998. Vol. 644. P. 221.
25. *Ji X., Li Y.* // Phys. Lett. B. 2004. Vol. 591. P. 76.
26. *Friar J. L., Payne G. L.* // Phys. Rev. C. 2005. Vol. 72. P. 014004.
27. *Orlov Y. F.* // Phys. Lett. A. 2006. Vol. 357. P. 120.
28. *Baryshevsky V. G.* // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 171. P. 431.
29. *Baryshevsky V. G.* // J. Phys. G. 1993. Vol. 19. P. 273.

TENSOR ELECTRIC POLARIZABILITY OF THE DEUTERON IN STORAGE-RING EXPERIMENTS

A. J. Silenko

The tensor electric polarizability of the deuteron gives important information about spin-dependent nuclear forces. If a resonant horizontal electric field acts on a deuteron beam circulating into a storage ring, the tensor electric polarizability stimulates the buildup of the vertical polarization of the deuteron (the Baryshevsky effect). General formulas describing this effect have been derived. Calculated formulae agree with the previous results [1, 2, 3] obtained in a more particular case. The method based on the use of Hamiltonian approach and spin wave functions happens to be very convenient for the investigation of the effect. The problem of the influence of tensor electric polarizability on spin dynamics in such a deuteron electric-dipole-moment experiment in storage rings has been investigated. The EDM and Baryshevsky effects can be effectively differentiated. Doubling the resonant frequency used in this experiment dramatically amplifies the Baryshevsky effect and provides the opportunity to make high-precision measurements of the deuteron's tensor electric polarizability.