Выбраныя навуковыя працы БГУ

Мінск-2001

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, К. Г. БАТРАКОВ, И. Я. ДУБОВСКАЯ

ОБЪЕМНЫЙ ЛАЗЕР НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ (ОЛСЭ)

ВВЕДЕНИЕ

С конца 70-х гг. по настоящее время активно ведутся исследования в области разработки и создания перестраиваемых источников излучения – лазеров на свободных электронах (ЛСЭ). Этот тип лазера представляет собой прибор, в котором энергия электронного пучка (как правило, релятивистского) преобразуется в электромагнитную энергию. Наиболее распространенным типом ЛСЭ является лазер с ондуляторным механизмом излучения [1]. В этом случае поперечные осцилляции электронов, а следовательно, и их излучение происходят в периодическом вдоль направления оси пучка магнитном поле (магнитостатический ондулятор). Безусловным преимуществом ЛСЭ является способность запасать в электронном пучке большое количество энергии (мощность $P \sim IU$), а также возможность практически непрерывной перестройки длины волны генерируемого излучения изменением энергии электронов или периода магнитного поля [1, 2]:

$$\lambda \cong \lambda_w \frac{1+K^2}{2\gamma^2}, \tag{1}$$

где $K = \lambda_w e H_w / 2\pi m_e c^2$ – так называемый ондуляторный параметр; $\lambda_w = 2\pi / d$, d, H_w – длина пространственного периода и амплитуда магнитного поля ондулятора; $\gamma = 1/\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$, u – лорентц-фактор и скорость электронов.

ЛСЭ может обеспечить преобразование энергии в излучение с высоким коэффициентом полезного действия, который, однако, ограничивается процессами нелинейного насыщения, недостаточно высоким качеством электронного пучка (в коротковолновом диапазоне требуемое качество выше, чем в СВЧ приборах), что пока не позволяет добиться значений, характерных для области микроэлектроники. Следует отметить, что, несмотря на кажущуюся простоту перестройки частоты, при ее реализации в обычных магнитостатических ондуляторах возникают серьезные проблемы: как правило, для достижения приемлемого кпд применяют профилирование магнитного поля ЛСЭ, а для каждой конкретной частоты излучения профилирование должно быть свое.

Как и приборы вакуумной электроники, ЛСЭ делятся на усилители и генераторы. Усилители усиливают падающую извне электромагнитную волну. В генераторах излучение формируется из спонтанных шумов в присутствии механизма обратной связи. Особое место занимают усилители спонтанных шумов, где в отсутствие механизма обратной связи спонтанное излучение усиливается при однопроходном продвижении электронного пучка вдоль оси системы (SASE). В частности, международный проект по получению генерации в жестком рентгеновском диапазоне в DESY (Deutsches Elektronen-Synchrotron, Германия) основан на этом принципе [3].

Для обеспечения режима генератора и создания обратной связи обычно используются зеркала, размещенные, как правило, на входе и на выходе из системы, или одномерные дифракционные решетки, в которых прямая и дифрагированная волны направлены в противоположные стороны вдоль одной и той же линии. Однако, как впервые было показано в работах [4–9], наиболее эффективным является использование неодномерной распределенной обратной связи, возникающей за счет дифракции волн в пространственно-периодической структуре. Объемная распределенная обратная связь (ОРОС) обладает существенными преимуществами, наиболее ярко проявляющимися в коротковолновом диапазоне. Например, в рентгеновском диапазоне длин волн использование обычных зеркал является проблематичным, в то же время использование эффекта динамической дифракции позволяет создать высокоэффективную обратную связь. В диапазоне частот от нескольких до десятков кэВ естественными структурами, обеспечивающими ОРОС, могут быть природные или искусственные кристаллы, в других диапазонах эту роль могут играть специально созданные сверхрешетки. Характерной особенностью ОРОС является возбуждение двух или большего количества сильно связанных волн, направленных в общем случае под произвольным углом друг к другу (в отличие от одномерной РОС, при которой прямая и дифрагированная волны направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны [10]). При этом специальным выбором геометрии ОРОС можно создать условия, оптимальные для развития процесса генерации излучения. В работе [11] показано, что все свойства ОРОС сохраняются и при движении пучка в вакууме или в вакуумной щели, созданной в дифракционной решетке. Это дало возможность использовать преимущества ОРОС и в вакуумных приборах. Несмотря на большое количество существующих устройств, притягательным также является применение ОРОС в СВЧ диапазоне. В данном случае за счет использования многоволновой дифракции можно, с одной стороны, существенно уменьшить длину области взаимодействия [8], а с другой стороны, применять для генерации электронные пучки с большим поперечным сечением, что оказывает положительное влияние на электрическую стойкость генератора и решает проблему выгорания выводных стекол при получении большой мощности. Кроме этого, многоволновая дифракция обеспечивает селекцию мод излучения в сверхразмерных системах. Настоящий обзор посвящен результатам исследований, проведенных в НИИ ядерных проблем в области разработки ЛСЭ на периодических объемных структурах (сокращенно ОЛСЭ – объемные лазеры на свободных электронах).

ДИСПЕРСИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Самосогласованная система уравнений, описывающая взаимодействие электронов с электромагнитным полем, состоит из уравнений Максвелла и уравнений движения пучка электронов:

$$rot\,rot\,\vec{E}(\vec{r},\omega)=\frac{4\pi i\omega}{c^2}\vec{j}(\vec{r},\omega)+\frac{\omega^2}{c^2}\vec{D}(\vec{r},\omega),$$

$$rot\vec{E}(\vec{r},\omega)=\frac{i\omega}{c}\vec{H}(\vec{r},\omega),$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{v}\frac{\partial f}{\partial\vec{r}}+\frac{e}{m\gamma}\left\{\vec{E}+\frac{1}{c}[\vec{v}\vec{H}]-\frac{\vec{v}}{c^2}(\vec{v}\vec{E})\right\}\frac{\partial f}{\partial\vec{v}}=0,$$

$$\vec{D}(\vec{r},\omega)=\int d^3r'\hat{\varepsilon}(\vec{r},\vec{r}',\omega)\vec{E}(\vec{r}',\omega),$$

$$\vec{j}=e\int d^3v\vec{v}f. \qquad (2)$$

В линейном по полю приближении из уравнений (2) получается система линейных дифференциальных уравнений. Совершив их Фурье-преобразование, получаем однородную систему алгебраических линейных уравнений. Равенство нулю определителя этой системы дает дисперсионное уравнение. В случае многоволновой дифракции последнее можно записать в следующем общем виде:

$$\begin{vmatrix} D_{\sigma}^{(1)} & -\omega^2\chi_1 & \mathrm{D}_{\sigma\pi}^{(1)} & 0 & -\omega^2(\vec{e}_{\sigma1}\vec{e}_{\sigma2})\chi_2\ldots\ldots \\ -\omega^2\chi_{-1} & D_{\sigma}^{(1)\tau} & 0 & \mathrm{D}_{\sigma\pi}^{(1)\tau} & -\omega^2(\vec{e}_{\pi1}\vec{e}_{\pi2})\chi_2\ldots\ldots \\ \mathrm{D}_{\sigma\pi}^{(1)} & 0 & D_{\pi}^{(1)} & -\omega^2\chi_1 & \ldots\ldots \\ \ldots & & & & \end{vmatrix}=0, \qquad (3)$$

где $\vec{e}_{\sigma i},\vec{e}_{\pi i}$ – взаимно перпендикулярные единичные векторы, ортогональные вектору $\vec{k}_i=\vec{k}+\vec{\tau}_i$. Сравнение полученного дисперсионного уравнения с дисперсионным уравнением многоволновой дифракции излучения в пространственно-периодической среде [7] показывает, что отличие состоит в замене слагаемых $k_i^2c^2-\omega^2\varepsilon_0^{(i)}$ на $D^{(i)}=k_i^2c^2-\omega^2\varepsilon_0^{(i)}+\frac{\omega_l^2}{\gamma}+\Gamma_i((\vec{k}_i-\vec{k}_o)^2c^2-(\omega-\omega_o)^2)$, содержащие вклады, возникающие за счет резонансного взаимодействия электронов с волной.

$$\Gamma_i=\begin{cases}\dfrac{\omega_l^2}{\gamma}\dfrac{\Omega^2}{(\omega-\vec{k}_i\vec{u}-\omega_o)^2} & \text{– в случае « холодного » электронного пучка,}\\[2ex] \dfrac{\sqrt{\pi}\omega_l^2}{\gamma}\dfrac{\Omega^2}{\delta_0^{(i)}}x_i\exp(-x_i^2) & \text{– в случае « горячего » электронного пучка.}\end{cases} \qquad (4)$$

В (4) значения Γ_i приведены для двух режимов генерации: в режиме «холодного» электронного пучка все электроны имеют одну скорость, разброс по скоростям мал ($\frac{\vec{k}\Delta\vec{u}}{\Delta\omega} << 1$, где $\Delta\vec{u}$ – тепловой разброс электронного пучка по скоростям, $\Delta\omega$ – ширина линии излучения). В этом случае все электроны взаимодействуют с электромагнитной волной. В режиме «горячего» электронного пучка выполняется соотношение $\frac{\vec{k}\Delta\vec{u}}{\Delta\omega} \geq 1$. В этом случае только часть электронного пучка принимает участие в процессе взаимодействия. Явный вид величин Ω и ω_o зависит от механизма генерации. Для черенковского механизма $\Omega = \left(\frac{\vec{u}\vec{e}_i}{c}\right)^2$, где $\vec{e}_i$ – вектор поляризации, $\omega_o = 0$. В выражениях (3)–(4) $\omega_l^2 = \frac{4\pi n_e}{m_e} p$, $x_i = \frac{\omega - \vec{k}_i\vec{u} - \omega_o}{\sqrt{2}\delta_0^{(i)}}$, $\delta_0^{(i)2} = = k_{i1}\psi_x^2 + k_{iy}^2\psi_y^2 + k_{iz}^2\psi_z^2$ ψ_i – температурные разбросы по скоростям «горячего» электронного пучка в функции распределения

$$f_{(0)} = \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2}\psi_1\psi_2\psi_3}\exp\left\{-\frac{v_1^2}{2u^2\psi_1^2} - \frac{v_2^2}{2u^2\psi_2^2} - \frac{v_3^2}{2u^2\psi_3^2}\right\},$$

описывающей разброс электронов в пучке по скоростям до взаимодействия с электромагнитной волной.

В случае двухволновой дифракции, когда только два волновых вектора удовлетворяют условию Брэгга [12] и возбуждаются две сильные волны, дисперсионное уравнение для черенковской неустойчивости принимает вид

$$\left(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0^{(1)} + \frac{\omega_l^2}{\gamma} + \Gamma_1(k^2c^2 - \omega^2)\right)$$

$$\left(k_\tau^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0^{(2)} + \frac{\omega_l^2}{\gamma} + \Gamma_\tau(k_\tau^2c^2 - \omega^2)\right) - \omega^4 r = 0, \quad (5)$$

где $r = \chi_\tau\chi_{-\tau}$.

В работах [4, 5] было замечено, что функциональная зависимость мнимой части решения k_z от плотности электронного пучка может существенно измениться в точках вырождения корней k_z дифракционного уравнения (дисперсионного уравнения без электронного пучка, описывающего дисперсию электромагнитных волн в периодической среде). В частности, такой случай имеет место в точке s-кратного вырождения корней: $\operatorname{Im} k_z \sim n_e^{1/(2+s)}$. В комптоновском режиме генерации эта величина существенно превосходит по абсолютному значению аналогичный параметр для $\operatorname{Im} k_{zz} \sim n_e^{1/3}$ вне области вырождения. Из данного факта в работах [4, 5] был сделан вывод о резком возрастании инкремента неустойчивости в области вырождения.

УРАВНЕНИЯ ГЕНЕРАЦИИ И ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ ПРИ ДВУХВОЛНОВОЙ ДИФРАКЦИИ

При генерации излучения в ЛСЭ электроны взаимодействуют с электромагнитной волной и отдают ей энергию в конечной области. В зависимости от длины этой области реализуются различные режимы генерации. При $|\mathrm{Im}\, k_z \times \times L| \gg 1$ генерация происходит в режиме сильного (экспоненциального) усиления, такой режим применяется преимущественно в усилителях. Другой режим слабого однопроходного усиления ($|\mathrm{Im}\, k_z L| \le 1$) используется в основном в генераторах. Для определения структуры полей и описания развития неустойчивости в таких системах необходимо, кроме знания структуры дисперсионных уравнений (3), (5) и их решений, производить согласование полей на границах областей (сшивка решений). В результате этой процедуры находится распределение поля в системе.

Теперь сформулируем граничную задачу. Пусть пучок электронов падает со средней скоростью $\vec{u}$ на плоскопараллельную пространственно-периодическую пластинку толщиной *L*. Ориентация электронного пучка осуществляется таким образом, чтобы излучение, генерируемое пучком, находилось в условиях дифрации. При двухволновой дифракции возможны две принципиально разные геометрии. В первом случае (геометрия Лауэ (см. рис.1)) обе волны излучаются через одну и ту же границу периодической структуры ($\gamma_0\gamma_1 > 0$, где $\gamma_0 = \frac{(\vec{k}\vec{n})}{k}$ и $\gamma_1 = \frac{(\vec{k}_\tau\vec{n})}{k}$ – косинусы, образованные волновыми векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}_\tau$ с вектором нормали к поверхности периодической среды). В такой геометрии возможен усилительный режим.

Во втором случае (геометрия Брэгга (рис.2)) прямая и дифрагированная волны выходят через противоположные поверхности ($\gamma_0\gamma_1 < 0$), при испускании фотонов электронным потоком возникает положительная обратная связь и возможен режим генерации.

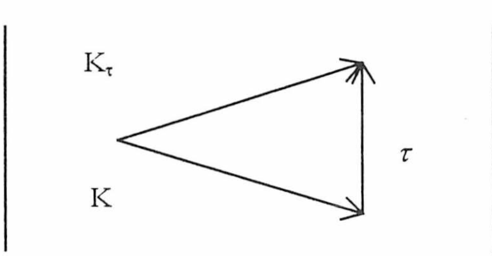

Рис. 1. Геометрия двухволновой дифракции Лауэ:
$\vec{k}, \vec{k}_\tau$ – волновые векторы прямой и дифрагированной волн, $\vec{\tau}$ – вектор обратной решетки периодической структуры.
Проекции обоих волновых векторов на направление нормали к поверхности имеют одинаковый знак

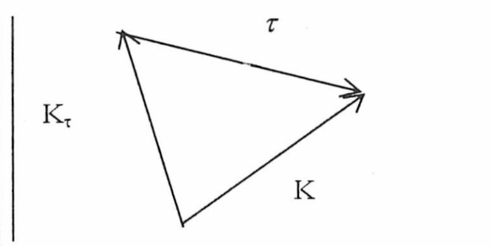

Рис. 2. Геометрия двухволновой дифракции Брэгга:
$\vec{k}, \vec{k}_\tau$ – волновые векторы прямой и дифрагированной волн, $\vec{\tau}$ – вектор обратной решетки периодической структуры.
Проекции волновых векторов на направление нормали к поверхности имеют разный знак

Запишем выражения для полей, возникающих в описываемой системе:

$$
\begin{aligned}
& a\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r}) + b\vec{e}_\tau \exp(i\vec{k}_{0\tau}\vec{r}), && \text{(I)} \\
& \sum_i c_i \exp(i\vec{k}_i\vec{r})(\vec{e} + s_i\vec{e}_\tau \exp(i\vec{\tau}\vec{r})), && \text{(II)} \\
& f\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})\exp(-ik_{0z}L) + g\vec{e}_\tau \exp(i\vec{k}_{0\tau}\vec{r})\exp(-ik_{0\tau z}L), && \text{(III)}
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

$$
\begin{aligned}
& a\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r}) + g\vec{e}_\tau \exp(i\vec{k}_{0\tau}^{(-)}\vec{r}), && \text{(I)} \\
& \sum_i c_i \exp(i\vec{k}_i\vec{r})(\vec{e} + s_i\vec{e}_\tau \exp(i\vec{\tau}\vec{r})), && \text{(II)} \\
& f\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})\exp(-ik_{0z}L) + b\vec{e}_\tau \exp(i\vec{k}_{0\tau}^{(-)}\vec{r})\exp(ik_{0\tau z}L). && \text{(III)}
\end{aligned}
\qquad (6а)
$$

В (6, 6а) римскими цифрами (I) и (III) обозначены поля до и после периодической структуры. При геометрии Лауэ (6) в общем случае на систему извне падают две волны с заданными амплитудами: 1-я – вдоль направления с волновым вектором $\vec{k}$ и амплитудой a; 2-я – вдоль направления с волновым вектором $\vec{k}_\tau$ и амплитудой b, они распространяются с одной стороны (в данном случае на поверхность $z = 0$). При геометрии дифракции Брэгга (6а) волны падают на систему с противоположных сторон (прямая волна с амплитудой a – на поверхность $z = 0$, а дифрагированная волна с амплитудой b – на поверхность $z = L$). Волновые векторы $\vec{k}_0$ и $\vec{k}_{0\tau}$ удовлетворяют стандартному дисперсионному уравнению, описывающему распространение электромагнитных волн в вакууме ($k^2c^2 - \omega^2 = 0$). Римской цифрой (II) обозначено поле в периодической среде. Дисперсионная зависимость в среде определяется уравнением (5). Коэффициент связи дифрагированной волны с прямой волной для *i*-й моды, определяемый из системы уравнений (2) и дисперсионного уравнения (5), имеет вид

$$
s_i = \frac{\omega^2\chi_{-\tau}}{[(\vec{k}_i + \vec{\tau})^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0]}.
$$

В случае «холодного» электронного пучка дисперсионное уравнение (5) принимает вид

$$
\begin{aligned}
&(\omega - \vec{k}\vec{u})^2\left\{\left(k^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0^{(1)}\right)\left(k_\tau^2 c \qquad {}^2\varepsilon_0^{(2)}\right) - \omega^4 r\right\} = \\
&= -\frac{\omega_l^2}{\gamma}\left(\frac{\vec{u}\vec{e}}{c}\right)^2 (k^2c^2 - \omega^2)\left(k_\tau^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0^{(2)}\right).
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

В результате сумма (II) состоит из шести слагаемых, т. к. уравнение (7) – шестого порядка относительно k_z. Однако если геометрия излучения не является поверхностной и диэлектрическая восприимчивость невелика, то две зеркально отраженные от поверхности мишени волны можно не учитывать. Для «горячего» электронного пучка дисперсионное уравнение (5) примет вид

$$\left(k^2c^2-\omega^2\varepsilon_0^{(1)}\right)\left(k_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0^{(2)}\right)-\omega^4 r=$$

$$=-\frac{\sqrt{\pi}\omega_l^2}{\delta_0^{(i)}\gamma}\left(\frac{\vec{u}\vec{e}}{c}\right)^2 x_i\exp(-x_i^2)\ \ (k^2c^2-\omega^2)\left(k_\tau^2c^2-\omega^2\varepsilon_0^{(2)}\right). \tag{8}$$

Теперь в сумме (II) содержатся только четыре слагаемых, т. к. соответствующее дисперсионное уравнение является уравнением четвертого порядка. При пренебрежении зеркально отраженными волнами остается только два из них и система из граничных условий для определения неизвестных коэффициентов выглядит особенно просто – поле в периодической структуре полностью определяется двумя граничными условиями для полей прямой и дифрагированной волн на границах структуры:

$$\begin{aligned} a &= c_1+c_2,\\ b &= s_1c_1+s_2c_2; \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} a &= c_1+c_2,\\ b &= s_1c_1\exp(ik_{1z}L)+s_2c_2\exp(ik_{2z}L). \end{aligned} \tag{9a}$$

Для дифракции Лауэ в (9) выписаны условия непрерывности прямой и дифрагированной волн на границе $z=0$. В случае Брэгга в (9a) граничные условия при $z=0$ и $z=L$ выписаны для прямой и дифрагированной волн соответственно. В режиме «холодного» электронного пучка без учета зеркально отраженных волн дисперсионное уравнение (7) имеет четыре решения. Для определения структуры поля, возникающего в периодической пластине, необходимо использовать четыре граничных условия. Два условия имеют такой же вид, как и для случая «горячего» пучка – непрерывность прямой и дифрагированной волн на границах мишени. Еще два дополнительных условия – непрерывность плотности заряда и тока на входной границе. В результате система для определения полей в этом случае имеет вид

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{4} c_i = a,\\ \sum\limits_{i=1}^{4}\dfrac{c_i}{\delta_i}=0,\\ \sum\limits_{i=1}^{4}\dfrac{c_i}{\delta_i^2}=0, \end{cases}$$

$$1)\sum_{i=1}^{4}s_ic_i=b \qquad \text{или} \qquad 2)\ \sum_{i=1}^{4}s_ic_i\exp\{ik_{iz}L\}=b \tag{10}$$

Первое уравнение в (10) выражает непрерывность прямой волны на передней границе, второе и третье уравнения – непрерывность плотности заряда и плотности тока на передней границе, $\delta_i = \dfrac{\vec{k}_i\vec{u} - \omega}{ku_z}$. Четвертое уравнение выражает непрерывность значения дифрагированной волны на передней границе для геометрии Лауэ (обозначено цифрой 1 в четвертой строчке системы (10)) или на задней границе в случае геометрии Брэгга (обозначено цифрой 2 в четвертой строчке (10)). Нетрудно заметить (см. (9) и (10)), что в случае геометрии дифракции Лауэ, если амплитуды падающих волн равны нулю, электромагнитное поле в зоне взаимодействия также будет отсутствовать.

Иная ситуация возникает в геометрии Брэгга. Из (9а) и (10) следует, что в этом случае при выполнении определенных условий возможно существование поля в среде при нулевых значениях амплитуд падающих извне полей. Уравнения генерации, определяющие эти условия, получаются приравниванием определителей систем (9а) и (10) к нулю. Для «горячего» электронного пучка уравнение генерации принимает вид

$$s_2 \exp(ik_{2z}L) - s_1 \exp(ik_{1z}L) = 0. \tag{11}$$

Для «холодного» электронного пучка аналогичное уравнение запишется как

$$\begin{aligned} &s_1 \exp\{ik_{1z}L\}\delta_1^2(\delta_2-\delta_3)(\delta_2-\delta_4)(\delta_3-\delta_4) - \\ &-s_2 \exp\{ik_{2z}L\}\delta_2^2(\delta_1-\delta_3)(\delta_1-\delta_4)(\delta_3-\delta_4) + \\ &+s_3 \exp\{ik_{3z}L\}\delta_3^2(\delta_1-\delta_2)(\delta_1-\delta_4)(\delta_2-\delta_4) - \\ &-s_4 \exp\{ik_{4z}L\}\delta_4^2(\delta_1-\delta_2)(\delta_1-\delta_3)(\delta_2-\delta_3) = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

В результате решения полученных уравнений можно определить пороговые условия генерации, т. е. электронный ток и другие параметры пучка, начиная с которых излучение преобладает над его потерями. Кроме того, генерация излучения происходит при выполнении определенных фазовых соотношений, заключающихся в том, что набег фаз двух дифракционных мод относительно друг друга при прохождении области взаимодействия должен быть кратен 2π (поле на выходе должно воспроизводить поле на входе):

$$\mathrm{Re}(k_{1z} - k_{2z})L = 2\pi n. \tag{13}$$

В области выполнения этих условий решение уравнений (11) и (12) принимает вид

$$\omega'' = \frac{\omega}{2(1-\beta)}\left\{G^{(b)} - \chi_0''\left(1-\beta \mp \frac{\sqrt{-\beta}r''}{|\chi_\tau|\chi_0''}\right) - \left(\frac{\gamma_0 c}{\vec{n}\vec{u}}\right)^3 \frac{16\pi^2 n^2}{-\beta(k\chi_\tau L_*)^2 kL_*}\right\}. \tag{14}$$

В (14) ω'' – инкремент абсолютной неустойчивости, описывающий рост во времени амплитуды поля в линейном по полю режиме,

$$G^{(b)} = \begin{cases} -\dfrac{\sqrt{\pi}}{\gamma}\dfrac{\omega_l^2}{\omega^2}\dfrac{(\vec{u}\vec{e})^2}{u^2}\dfrac{k^2c^2-\omega^2}{\delta_0^2}x^{(l)}\exp(-x^{(l)2}) & \text{– для « горячего » пучка,} \\ \dfrac{\pi^2 n^2}{4\gamma}\left(\dfrac{\omega_l}{\omega}\right)^2\dfrac{(\vec{u}\vec{e})^2}{u^2}(k^2c^2-\omega^2)k^2L_*^2 f(y) & \text{– для « холодного » пучка.} \end{cases} \quad (15)$$

$$f(y) = \sin y \frac{(2y+\pi n)\sin y - y(y+\pi n)\cos y}{y^3(y+\pi n)^3}, \quad (16)$$

$f(y)$ – профильная функция, зависящая от отстройки от условий синхронизма,

$$y = \frac{\delta\omega}{2u_z}L_*.$$

График профильной функции отстроек приведен на рис. 3. Как следует из (16) и рис. 3, одной из особенностей генерации в области вырождения корней дифракционного уравнения является то, что стимулированное излучение не равно нулю при нулевой отстройке. Возникновение упомянутой особенности связано с интерференцией вкладов от двух ветвей дифракционного уравнения в излучение. В стандартном классическом ЛСЭ генерации при точном выполнении условия синхронизма не происходит. Это связано с тем, что коэффициент усиления пропорционален разности между спонтанным излучением и поглощением. В случае, когда эти линии перекрываются, наблюдается пропорциональность коэффициента усиления производной спектральной функции, а при нулевой отстройке от условий синхронизма спектральная интенсивность спонтанного излучения максимальна и производная в этой точке равна нулю.

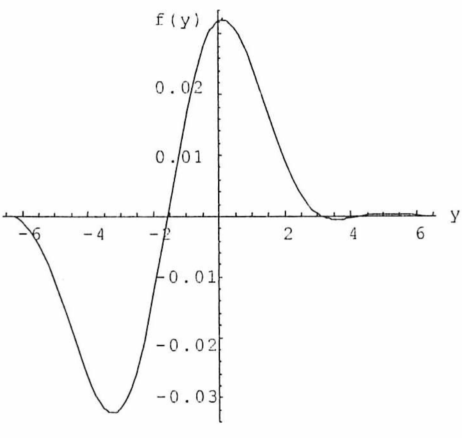

Рис. 3. Зависимость профильной функции генерации в области вырождения корней от величины отстройки от условий синхронизма y

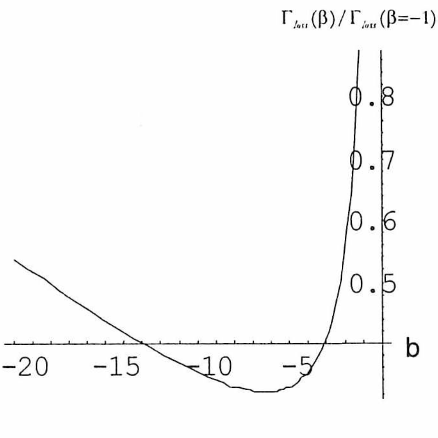

Рис. 4. Зависимость отношения $\Gamma_{las}(\beta)/\Gamma_{las}(\beta=-1)$ от фактора асимметрии дифракции для $\lambda \sim 4$ мм и $L = 10$ см

Выражение (14) имеет наглядный физический смысл: первое слагаемое в фигурных скобках пропорционально интенсивности излучения, порождаемого электронным пучком (на единице длины). Следующие два слагаемых описывают потери излучения на поглощение и за счет выхода его из области взаимодействия с электронами. Значения параметров электронного пучка, при которых производство излучения равно потерям ($\omega'' = 0$), являются стартовыми для начала процесса генерации. Из полученного выражения (14) следует, что при конкретных значениях размеров области взаимодействия и величины поглощения существует оптимальная геометрия дифракции, при которой потери Γ_{loss} минимальны. В общем случае оптимальная геометрия отнюдь не является одномерной. На графике (рис. 4) приведена зависимость отношения $\Gamma_{loss}(\beta)/\Gamma_{loss}(\beta=-1)$ от фактора асимметрии дифракции для миллиметрового диапазона длин волн ($\lambda \sim 4$ мм).

УРАВНЕНИЯ ГЕНЕРАЦИИ И ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ В ГЕОМЕТРИИ ТРЕХВОЛНОВОЙ ДИФРАКЦИИ БРЭГГА

Выше рассматривалась теория генератора с объемной распределенной связью в геометрии двухволновой дифракции Брэгга. Было показано, что при переходе к объемной распределенной связи возникают более широкие перспективы для оптимизации системы. Дополнительные возможности появляются при переходе к многоволновой распределенной связи. Укажем на некоторые из них. Например, в области жесткого рентгеновского излучения, где величина восприимчивости отрицательна, $\chi_0' < 0$, условие выполнения черенковского синхронизма накладывает ограничение на фактор асимметрии дифракции $|\beta| > (|\chi_0'| + \gamma^{-2})/|\chi_\tau|^2$. В рентгеновской области спектра с большой величиной поглощения в условиях двухволновой динамической дифракции потери при таких величинах фактора асимметрии будут довольно большими. При этом возникают серьезные требования к параметрам стартового тока генерации. Одним из способов уменьшения этих потерь является дополнительное использование внешних зеркал. Переход к многоволновой дифракции также позволяет уменьшить потери, т. к. за счет перестройки структуры поля в области взаимодействия параметры системы, необходимые для возникновения генерации, изменяются. Условия синхронизма в этом случае содержат дополнительные параметры по сравнению с двухволновой динамической дифракцией, что позволяет согласовать условия Черенкова с параметрами, соответствующими областям с меньшим поглощением излучения.

Важной особенностью многоволновой дифракции является также возможность генерации в точке вырождения нескольких дифракционных корней. В этих точках происходит функциональное изменение пороговых характеристик (пороговое значение тока $j_{thr} \sim L^{-(2s+1)}$, где s – кратность вырождения) и, как результат, может быть уменьшена длина области генерации (при заданном рабочем токе) или рабочий ток (при заданной длине области генерации).

Еще одним замечательным свойством применения многоволновой дифракции для генерации волн СВЧ диапазона является возможность селекции мод в сверхразмерных волноводах и резонаторах. При получении СВЧ импульсов большой мощности возникает проблема электрической прочности генератора и стойкости выходного окна излучения. Для уменьшения нагрузки на эти элементы поперечный (относительно направления скорости электронного пучка) размер резонатора нужно брать большим (много больше длины волны). Обычно это приводит к многомодовому режиму генерации и низкому коэффициенту полезного действия. При n волновой дифракции за счет требования выполнения $n-1$ условия Брэгга можно эффективно осуществить селекцию мод.

Продемонстрируем возможности многоволновой распределенной связи на примере более детального рассмотрения трехволновой дифракции. В этом случае ОРОС может быть реализована в трех различных геометриях:

1) дифракция Лауэ – Лауэ, когда все три волны выходят через одну поверхность ($\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2 > 0$, см. рис. 5);

2) дифракция в геометрии Брэгг – Брэгг, когда $\gamma_0 > 0$, а $\gamma_1, \gamma_2 < 0$, т. е. волновой вектор, отвечающий условию синхронизма, направлен в одну сторону, а два волновых вектора, отвечающие дифрагированным волнам, – в противоположную сторону относительно нормали к поверхности замедляющей системы;

3) дифракция Брэгг – Лауэ, при которой $\gamma_0, \gamma_1 > 0$, $\gamma_2 < 0$. Вектор, соответствующий синхронной волне $\vec{k}$, и один из векторов, соответствующий продифрагировавшей $\vec{k}_1 = \vec{k} + \vec{\tau}_1$ волне, направлены в одну сторону, а вектор $\vec{k}_2 = \vec{k} + \vec{\tau}_2$ – в другую (см. рис. 6).

Так же как и в двухволновом случае, задача взаимодействия пучка с полем мишени может быть сведена к задаче трехволновой дифракции падающей электромагнитной волны на активную среду. При этом роль активной среды играет система «пространственно-периодическая структура + электронный пучок».

Система уравнений, описывающая процесс трехволновой компланарной ди-

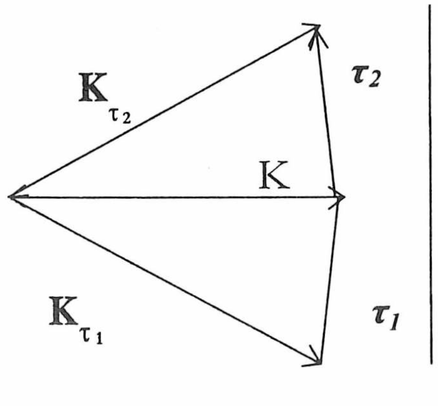

Рис. 5. Трехволновая дифракция в геометрии Лауэ – Лауэ.

Проекция волновых векторов $\vec{k}, \vec{k}_{\tau 1}, \vec{k}_{\tau 2}$ на нормаль к поверхности имеет один знак; $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$ – векторы обратной решетки периодической структуры

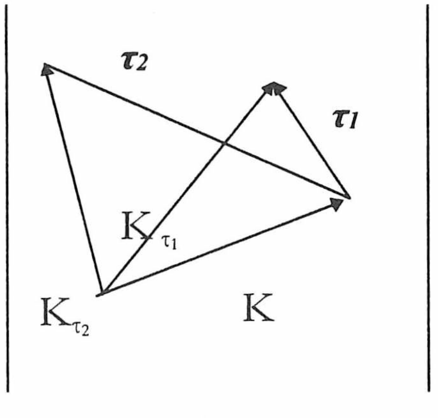

Рис. 6. Трехволновая дифракция в геометрии Лауэ – Брэгга.

Проекция волновых векторов $\vec{k}, \vec{k}_{\tau 1}$ на нормаль к поверхности имеет один знак, а проекция вектора $\vec{k}_{\tau 2}$ – другой; $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2$ – векторы обратной решетки периодической структуры фракции на такой активной среде, принимает вид

$$D_\sigma^{(0)}E_\sigma^{(0)}-\omega^2\chi_1E_\sigma^{(1)}-\omega^2\chi_2E_\sigma^{(2)}=0,$$
$$-\omega^2\chi_{-1}E_\sigma^{(0)}+D_\sigma^{(1)}E_\sigma^{(1)}-\omega^2\chi_{2-1}E_\sigma^{(2)}=0,$$
$$-\omega^2\chi_{-2}E_\sigma^{(0)}-\omega^2\chi_{1-2}E_\sigma^{(1)}+D_\sigma^{(2)}E_\sigma^{(2)}=0. \qquad (17)$$

В (17) используются обозначения, смысл которых разъяснен при описании уравнения (3). Соответствующее этой системе уравнений дисперсионное уравнение (3) в трехволновом случае компланарной дифракции запишется в виде

$$F_\sigma^{(3)}(\vec{k},\vec{k}_1,\vec{k}_2)=-\Gamma F_\sigma^{(2)}(\vec{k}_1,\vec{k}_2), \qquad (18)$$

где

$$F_\sigma^{(3)}(\vec{k},\vec{k}_1,\vec{k}_2)=(k^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)(k_1^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)(k_2^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)-\omega^4(k^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)\chi_{1-2}\chi_{2-1}-$$
$$-\omega^4(k_1^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)\chi_2\chi_{-2}-\omega^4(k_2^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)\chi_1\chi_{-1}-\omega^6(\chi_1\chi_{-2}\chi_{2-1}+\chi_2\chi_{-1}\chi_{1-2}),$$

$$F_\sigma^{(2)}(\vec{k}_1,\vec{k}_2)=(k_1^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)(k_2^2c^2-\omega^2\varepsilon_0)-\omega^4\chi_{1-2}\chi_{2-1}.$$

Уравнение (18) получено в предположении, что электроны синхронны волне с волновым вектором $\vec{k}$. Поле в трехволновой системе запишется следующим образом:

1) в геометрии Лауэ – Лауэ:

$$a^{(0)}\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})+a^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}\vec{r})+a^{(2)}\vec{e}_2\exp(i\vec{k}_{02}\vec{r}),$$
$$\sum_i c_i\exp(i\vec{k}_i\vec{r})(\vec{e}+s_i\vec{e}_\tau\exp(i\vec{\tau}\vec{r})),$$
$$b\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})\exp(-ik_{0z}L)+b^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}\vec{r})\exp(-ik_{01z}L)+b^{(2)}\vec{e}_2\exp(i\vec{k}_{02}\vec{r})\exp(-ik_{02z}L);$$

2) в геометрии Брэгг – Брэгг:

$$a^{(0)}\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})+b^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}^{(-)}\vec{r})+b^{(2)}\vec{e}_2\exp(i\vec{k}_{02}^{(-)}\vec{r}),$$
$$\sum_i c_i\exp(i\vec{k}_i\vec{r})(\vec{e}+s_i\vec{e}_\tau\exp(i\vec{\tau}\vec{r})),$$
$$b\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})\exp(-ik_{0z}L)+a^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}^{(-)}\vec{r})\exp(ik_{01z}L)+a^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}^{(-)}\vec{r})\exp(ik_{01z}L);$$

3) в геометрии Брэгг – Лауэ:

$$a^{(0)}\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})+a^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}\vec{r})+b^{(2)}\vec{e}_2\exp(i\vec{k}_{02}^{(-)}\vec{r}),$$
$$\sum_i c_i\exp(i\vec{k}_i\vec{r})(\vec{e}+s_i\vec{e}_\tau\exp(i\vec{\tau}\vec{r})),$$
$$b\vec{e}\exp(i\vec{k}_0\vec{r})\exp(-ik_{0z}L)+b^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}\vec{r})\exp(ik_{01z}L)+a^{(1)}\vec{e}_1\exp(i\vec{k}_{01}^{(-)}\vec{r})\exp(ik_{01z}L).$$

В приведенных выражениях падающие на структуру волны имеют амплитуды $a^{(i)}$, а выходящие – амплитуды $b^{(i)}$. В выражении для поля в периодической структуре суммирование ведется по дифракционным модам. В случае «холодного» пучка сумма содержит пять слагаемых, а в случае «горячего» – три слагаемых; $s_i^{(1)} = \dfrac{\lambda_i \lambda_{i2} - r_2}{\lambda_{i2}\chi_1 + \chi_2\chi_{1-2}}$ и $s_i^{(2)} = \dfrac{\lambda_i \lambda_{i1} - r_1}{\lambda_{i1}\chi_2 + \chi_1\chi_{2-1}}$ – коэффициенты связи дифрагированных волн с прямой волной, их вид получен из системы уравнений (17), $\lambda_{i\alpha} = \{(\vec{k}_i + \vec{\tau}_\alpha)^2 c^2 - \omega^2\varepsilon_0\}/\omega^2, r_\alpha = \chi_\alpha\chi_{-\alpha}$.

По аналогии с двухволновым случаем произведем сшивку полей на границах системы и выпишем систему уравнений, определяющую поле в области взаимодействия:

1) в случае геометрии Лауэ – Лауэ:

$$\sum_{i=1}^{5} c_i = a, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(1)} c_i = a_1, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(2)} c_i = a_2,$$

$$\sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i} = 0, \qquad \sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i^2} = 0;$$

2) для геометрии Брэгг – Брэгг:

$$\sum_{i=1}^{5} c_i = a, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(1)} c_i \exp(ik_{iz}L) = a_1, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(2)} c_i \exp(ik_{iz}L) = a_2,$$

$$\sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i} = 0, \qquad \sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i^2} = 0; \tag{19}$$

3) для геометрии Брэгг – Лауэ:

$$\begin{gathered} \sum_{i=1}^{5} c_i = a, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(1)} c_i = a_1, \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i^{(2)} c_i \exp(ik_{iz}L) = a_2, \\ \sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i} = 0, \qquad \sum_{i=1}^{5} \frac{c_i}{\delta_i^2} = 0. \end{gathered} \tag{20}$$

Во всех трех системах первые три равенства получены из требования непрерывности полей на границе. В случае Лауэ – Лауэ граничные условия выписаны на границе $z = 0$. В геометрии Брэгг – Брэгг одно условие для прямой волны записано на границе $z = 0$, два других для дифрагированных волн – на границе $z = L$. А в геометрии Лауэ – Брэгг два условия определены при $z = 0$ и одно при $z = L$. Два последних уравнения в полученных системах вытекают из требования непрерывности плотности тока и заряда на границе $z = 0$. Как и при двухволновой ОРОС, в трехволновом случае для геометрии Лауэ возможен лишь режим усиления. Для геометрии Брэгг – Брэгг и Брэгг – Лауэ возможен как режим усиления, так и режим генерации с возникновением излучения из спонтанных шумов при нулевой амплитуде падающего поля. Воспользовавшись системами (19) и (20), выпишем уравнения генерации для этих двух геометрий:

Брэгг – Брэгг:

$$
\begin{aligned}
&(s_1^{(1)}s_2^{(2)}-s_2^{(1)}s_1^{(2)})\delta_1\delta_2(\delta_3-\delta_4)\exp\{i(k_{1z}+k_{2z})L\}-\\
&-(s_1^{(1)}s_3^{(2)}-s_3^{(1)}s_1^{(2)})\delta_1\delta_3(\delta_2-\delta_4)\exp\{i(k_{1z}+k_{3z})L\}+\\
&+(s_1^{(1)}s_4^{(2)}-s_4^{(1)}s_1^{(2)})\delta_1\delta_4(\delta_2-\delta_3)\exp\{i(k_{1z}+k_{4z})L\}+\\
&+(s_2^{(1)}s_3^{(2)}-s_3^{(1)}s_2^{(2)})\delta_2\delta_3(\delta_1-\delta_4)\exp\{i(k_{2z}+k_{3z})L\}-\\
&-(s_2^{(1)}s_4^{(2)}-s_4^{(1)}s_2^{(2)})\delta_2\delta_4(\delta_1-\delta_3)\exp\{i(k_{2z}+k_{4z})L\}+\\
&+(s_3^{(1)}s_4^{(2)}-s_4^{(1)}s_3^{(2)})\delta_3\delta_4(\delta_1-\delta_2)\exp\{i(k_{3z}+k_{4z})L\}=0;
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Брэгг – Лауэ:

$$
\begin{aligned}
&s_1^{(2)}\exp(ik_{1z}L)\delta_1\{s_2^{(1)}\delta_2(\delta_4-\delta_3)-s_3^{(1)}\delta_3(\delta_4-\delta_2)+s_4^{(1)}\delta_4(\delta_3-\delta_2)\}-\\
&-s_2^{(2)}\exp(ik_{2z}L)\delta_2\{s_1^{(1)}\delta_1(\delta_4-\delta_3)-s_3^{(1)}\delta_3(\delta_4-\delta_1)+s_4^{(1)}\delta_4(\delta_3-\delta_1)\}+\\
&+s_3^{(2)}\exp(ik_{3z}L)\delta_3\{s_1^{(1)}\delta_1(\delta_4-\delta_2)-s_2^{(1)}\delta_2(\delta_4-\delta_1)+s_4^{(1)}\delta_4(\delta_2-\delta_1)\}-\\
&-s_4^{(2)}\exp(ik_{4z}L)\delta_4\{s_1^{(1)}\delta_1(\delta_3-\delta_2)-s_2^{(1)}\delta_2(\delta_3-\delta_1)+s_3^{(1)}\delta_3(\delta_2-\delta_1)\}=0.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Аналогичные уравнения генерации в этих геометриях можно выписать для «горячего» электронного пучка [8].

Прежде чем приступить к анализу генерационных уравнений, разберемся в поведении корней дисперсионного уравнения для трехволновой дифракции. Как известно, наиболее эффективное взаимодействие электронного пучка с электромагнитной волной имеет место в точке вырождения корней при выполнении условия синхронизма. Таким образом, параметры для порога генерации могут быть определены методом слабосвязанных волн [13], в котором вначале находятся решения дисперсионного уравнения без электронного пучка, а затем на это решение накладывается дополнительное условие синхронизма. Осуществим эту процедуру, для чего в дисперсионное уравнение, описывающее трехволновую дифракцию, подставим значение $\vec{k}=\vec{k}_0$, удовлетворяющее условию $\omega-\vec{k}_0\vec{u}=0$. Тогда, воспользовавшись видом $F_\sigma^{(3)}(\vec{k},\vec{k}_1,\vec{k}_2)$ из системы уравнений (18), получим:

$$
\begin{aligned}
&l_1l_2-lr_{12}-l_1r_2-l_2r_1-f=0,\\
&\beta_1\beta_2l_1l_2+l(\beta_1l_1+\beta_2l_2)-\beta_1\beta_2r_{12}-\beta_1r_1-\beta_2r_2=0.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

В системе уравнений (22) $l = (k_0^2c^2 - \omega^2\varepsilon_0)/\omega^2 = \sin^2\theta + \left(\frac{c}{u\gamma}\right)^2 - \chi_0$, $l_{1,2} = l + \alpha_{1,2}$, $\alpha_{1,2} = \frac{2\vec{k}_0\vec{\tau}_{1,2} + \tau_{1,2}^2}{\omega^2/c^2}$ – два параметра отклонения от условий дифракции Брэгга; $f = \chi_1\chi_{-2}\chi_{2-1} + \chi_2\chi_{-1}\chi_{1-2}$, $\beta_{1,2} = \gamma_0/\gamma_{1,2}$ – факторы асимметрии дифракции; $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ – направляющие косинусы дифракции. В (23) первое уравнение является требованием на одновременное удовлетворение условиям синхронизма и дифракционному дисперсионному уравнению $F_\sigma^{(3)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) = 0$. Второе уравнение из (23) возникает из требования вырождения корней дифракционного уравнения. Вводя новые переменные $z_1 = l_1/l$ и $z_2 = l_2/l$, из (23) получим:

$$z_1z_2 - \frac{r_2z_1 + r_1z_2}{l^2} - \frac{r_{12}}{l^2} - \frac{f}{l^3} = 0,$$

$$\beta_1\beta_2z_1z_2 + \beta_1z_1 + \beta_2z_2 - \beta_1\beta_2\frac{r_{12}}{l^2} - \frac{\beta_1r_1 - \beta_2r_2}{l^2} = 0. \tag{24}$$

Решим (24) относительно z_i:

$$z_1 = \frac{r_1 - \beta_2\chi_1\chi_2\frac{\chi_{1-2}}{l} \pm \chi_{1-2}\left(1 + \frac{\chi_1\chi_2}{\chi_{1-2}l}\right)\sqrt{-\frac{\beta_2}{\beta_1}(l^2 + \beta_1r_1 + \beta_2r_2)}}{l^2 + \beta_2r_2},$$

$$z_2 = \frac{r_2 - \beta_1\chi_1\chi_2\frac{\chi_{1-2}}{l} \mp \chi_{1-2}\left(1 + \frac{\chi_1\chi_2}{\chi_{1-2}l}\right)\sqrt{-\frac{\beta_1}{\beta_2}(l^2 + \beta_1r_1 + \beta_2r_2)}}{l^2 + \beta_1r_1}. \tag{25}$$

Таким образом, в точке пересечения корней параметры отклонения от условий Брэгга $\alpha_{1,2}$ оказываются выраженными через угол волнового вектора излучения относительно вектора скорости (напомним, что $l = \sin^2\theta + \left(\frac{c}{u\gamma}\right)^2 - \chi_0$), факторы асимметрии дифракции (β_i) и поляризуемости периодической структуры (χ_i). Из (25) следует, что в точке вырождения дифракционных корней и одновременного выполнения черенковского синхронизма должно удовлетворяться следующее условие:

$$\beta_1\beta_2(l^2 + \beta_1r_1 + \beta_2r_2) < 0. \tag{26}$$

Из (26) следует, что в геометрии Лауэ точек вырождения нет ($r_1, r_2 > 0$, а для случая Лауэ оба фактора асимметрии β_1 и β_2 – величины положительные). В геометрии Брэгг – Брэгг существует предельный угол

$$\sin\theta_{thr} = \sqrt{\sqrt{-\beta_1 r_1 - \beta_2 r_2} + \chi_0 - \left(\frac{c}{u\gamma}\right)^2}. \qquad (27)$$

Область вырождения находится при углах излучения $\theta < \theta_{thr}$. Таким образом, в рентгеновской области спектра в геометрии Брэгг – Брэгг хотя бы один из факторов асимметрии должен быть большим. В геометрии Брэгг – Лауэ ситуация противоположная – область вырождения находится при $\theta > \theta_{thr}$. В трехволновой геометрии существует возможность трехкратного вырождения корней. В точке трехкратного вырождения возникает жесткая зависимость между направлением излучения фотонов, факторами асимметрии и поляризуемостями периодической структуры.

Условия на пороговые значения тока получаются в результате решения уравнений (21) и (22). В режиме слабого однократного усиления ($|\operatorname{Im} k_z L| << 1$) это условие в области двукратного вырождения имеет вид

$$G^{(b)} = |a|\chi_0'' + \frac{16}{|\beta_1\beta_2|}\left(\frac{\gamma_0 c}{\vec{n}\vec{u}}\right)^3 \frac{\pi^2 n^2}{(klL_*)^2 kL_*} |\eta_{BL(BB)}|. \qquad (28)$$

В (28) используются следующие обозначения:

$$a = \frac{z_1 z_2 + z_1 + z_2 - \dfrac{r_1 + r_2 + r_{12}}{l^2} + \dfrac{r_{12} + z_1 r_2'' + z_2 r_1''}{l\chi_0''} + \dfrac{f''}{l^2\chi_0''}}{z_1 z_2 - \dfrac{r_{12}}{l^2}},$$

$$\eta_{BL} = X\frac{(s_3^{(1)} - s_1^{(2)})\varsigma_1 + s_1^{(2)}\varsigma_2 - s_3^{(2)}\varsigma_2\cos\{k(\delta_1' - \delta_3')L\}}{s_1^{(2)}(s_3^{(1)} - s_1^{(1)})\left(z_1 z_2 - \dfrac{r_{12}}{l^2}\right)},$$

$$\eta_{BB} = X\frac{s_3^{(1)}\varsigma_1 - s_3^{(2)}\varsigma_2 + (s_2^{(1)}\varsigma_1 - s_1^{(2)}\varsigma_2)\cos\{k(\delta_1' - \delta_3')L\}}{(s_3^{(2)}s_1^{(1)} - s_3^{(1)}s_1^{(2)})\left(z_1 z_2 - \dfrac{r_{12}}{l^2}\right)},$$

$$\varsigma_1 = \frac{(1+\beta_1 z_1)\left(\dfrac{z_1\chi_2}{l} + \dfrac{\chi_1\chi_{2-1}}{l^2}\right) - \left(z_1 - \dfrac{r_1}{l^2}\right)\dfrac{\chi_2}{l}}{\beta_1\left(\dfrac{z_1\chi_2}{l} + \dfrac{\chi_1\chi_{2-1}}{l^2}\right)^2},$$

$$\varsigma_2 = \frac{(1+\beta_2 z_2)\left(\dfrac{z_2\chi_1}{l} + \dfrac{\chi_2\chi_{1-2}}{l^2}\right) - \left(z_2 - \dfrac{r_2}{l^2}\right)\dfrac{\chi_1}{l}}{\beta_2\left(\dfrac{z_2\chi_2}{l} + \dfrac{\chi_2\chi_{1-2}}{l^2}\right)^2}.$$

$G^{(b)}$ определено в выражениях (14) и (15).

Пороговое условие (28) справедливо в области двукратного вырождения корней k_{1z}, k_{2z}. При этом относительный набег фазы мод, соответствующих этим корням, при прохождении области взаимодействия должен удовлетворять условию $(k_{1z} - k_{2z})L = 2\pi n$ (при этом корни «почти» вырождены, если $\frac{2\pi n}{k|\chi_\tau|L} << 1$). Третий дифракционный корень отстоит от вырожденных на величину $|k_{3z} - k_{1z}| \sim |\chi_\tau|, |k_{3z} - k_{2z}| \sim |\chi_\tau|$.

Существенно меняется зависимость пороговых условий от длины области взаимодействия в точке трехкратного вырождения:

$$G = A\chi_0'' + \frac{B}{kL}\left(\frac{2\pi}{klL}\right)^4 . \tag{29}$$

Для реализации этого режима необходимо, чтобы выполнялись следующие фазовые условия: $(k_{1z} - k_{2z})L = 2\pi n$; $(k_{2z} - k_{3z})L = 2\pi m$; $n \neq m$. Коэффициенты A, B в (29) зависят от поляризуемостей, z_1, z_2 и индексов m, n. Ввиду громоздкости мы их не выписываем. Из (29) следует, что в области трехкратного вырождения корней функциональная зависимость потерь на границах от L существенно меняется. Для «холодного» электронного пучка, согласно (29), в случае, когда роль поглощения невелика, $j_{thr} \sim \frac{1}{(kL)^3}\left(\frac{2\pi}{klL}\right)^4$ (напомним, что в режиме «холодного» пучка $G \sim jL^2$ (см. формулу (15)). При динамической дифракции, когда выполняется неравенство $\frac{4\pi}{klL} << 1$, такая зависимость приводит к существенному понижению порогового тока. При многоволновой (s-волновой) ОРОС зависимость порогового тока от L

$$j_{thr} \sim \frac{1}{(kL)^3}\left(\frac{2\pi}{klL}\right)^{2(s-1)} \tag{30}$$

и, таким образом, переход к многоволновой дифракции позволяет существенно уменьшить продольный размер генерирующей системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенных выше результатов следует, что объемная распределенная обратная связь (ОРОС) имеет ряд достоинств, позволяющих применять ее для генерации стимулированного излучения в широком диапазоне спектра (с длинами волн от сантиметров – миллиметров до ангстрем). Причем в коротковолновой части спектра за счет изменения функциональной зависимости при многоволновой ОРОС существенно уменьшаются размеры излучающей системы (см. (30)). Коротковолновый спектр соответствует большим значениям волнового числа k, поэтому

31. Зак. 2458.

при заданном рабочем токе ввиду наличия фактора $\left(\frac{2\pi}{klL}\right)^{2(s-1)}$ можно значительно уменьшить L. В оптическом и рентгеновском диапазоне спектра, где требования к плотности тока и качеству пучка чрезвычайно высоки, появляется возможность существенного уменьшения пороговых значений тока для заданной области проводки пучка. В этом случае ОЛСЭ являются уникальной системой для обеспечения генерации при относительно небольших длинах взаимодействия. В СВЧ диапазоне ОЛСЭ может иметь преимущество как с точки зрения уменьшения размеров генератора, так и при селекции мод при получении мощных импульсов излучения в сверхразмерных генераторах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Маршалл Т.* Лазеры на свободных электронах. М., 1987.

2. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах: Сб. ст.; Под ред. А.А. Рухадзе. М., 1983.

3. http: //www.desy.de/~wroblewt/scifel/scifel.html A Superbrilliant X-ray Laser Facility. X-ray FEL - DESY (Germany).

4. *Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D.* // Phys. Lett. 1984. V. 102A. P. 141.

5. *Барышевский В. Г., Феранчук И. Д.* // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. 1985. № 2. С. 79.

6. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya.* // J. Phys. D. 1991. V. 24. P. 1250.

7. *Батраков К. Г., Дубовская И. Я.* // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. 1990. № 5. С. 82.

8. *Baryshevsky V. G., Batrakov K. G., Dubovskaya I. Ya.* // NIM. 1995. V. A358. P. 493.

9. *Baryshevsky V. G.* // NIM. 2000. V. A445. P. 281.

10. *Kogelnik H., Shank C.* // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. P. 2328.

11. *Барышевский В. Г.* // Докл. АН СССР. 1988. Т. 299, № 6. С.19.

12. *Чжан Ш.* Многоволновая дифракция рентгеновских лучей в кристалле. М., 1987.

13. *Ерохин Н.С., Кузнецов М.В., Моисеев С.С.* Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. М., 1982.