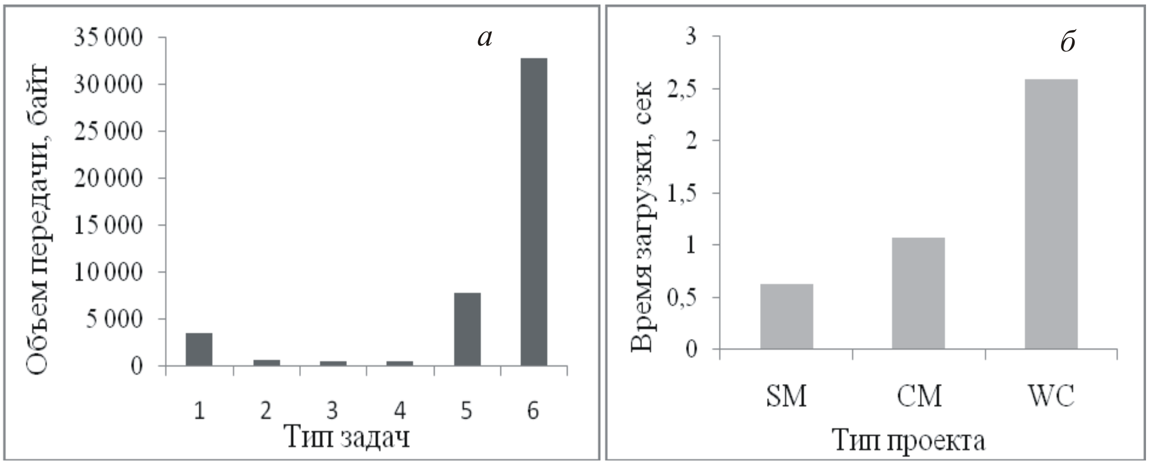

Рис. 4. Тестирование эффективности полученных решений:
а – объем передачи данных, б – время загрузки;
1 – диф. уравнение, *2* – соб. значения матрицы,
3 – корни полинома, *4* – график 100x100 px,
5 – график 320x240 px, *6* – график 500x500 px

Литература

1. *Trott*. M. The Mathematica GuideBook for Programming - Wolfram Research, Champaign, IL, USA 2004. - 1028 c.
2. *Девенпорт Дж.* Компьютерная алгебра / *Дж. Девенпорт, И. Сире, Э.Турнье.* – Москва: Мир, 1991. – 350 с.
3. *Хорстман К.* Java2 / К. Хорстман Г. Корнелл. – Williams, 2007. – 898 с.
4. *Kito D. Mann.* JavaServer Faces in Action. – New York: Manning Publications Co, 2004. – 744 c.

ЗАДАЧА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ БИРЖЕВЫХ ЦЕН

И. З. Хрол

На протяжении долгого времени большое число учёных и участников рынка работает над задачей прогнозирования биржевых цен. Было разработано множество различных подходов, основанных на структуре кривой цены, учёте факторов, влияющих на поведение цены (новости, макроэкономические показатели) [1]. Данная работа содержит новый подход к формализации данной задачи, а также метод построения алгоритма, который улучшает работу некоторого числа заранее определённых алгоритмов, основываясь на идее корректировки [2].

Рассмотрим некоторый рынок и интервал времени Δt. Введём три класса, к которым можно отнести поведение цены на этом интервале. Цена на интервале Δt может увеличиться на *k* пунктов и более, значительно не измениться и остаться в интервале ширины $2k$ или уменьшиться на *k* пунктов и более. Обозначим соответствующие классы через P_1, P_2, P_3.

Предположим, мы имеем информацию о ценах на товар за некоторый период времени. Обозначим её через I ($I \in \mathbb{R}^m$), а информацию о ценах в течение интервала времени Δt – $I_{\Delta t}$ ($I_{\Delta t} \subseteq I$).

Введём функцию $f: \mathbb{R}^m \to \mathcal{B}_2^3$, где $f(I_{\Delta t}) = P$, $P = (p_1, p_2, p_3)$ (p_i – метка класса P_i, $p_i \in \mathcal{B}_2 = \{0,1\}$, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$).

Разобьём всю историю рынка на n равных интервалов $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$. Для упрощения информацию о ценах $I_{\Delta t_1}, I_{\Delta t_2}, \dots, I_{\Delta t_n}$ обозначим через $I_1, I_2, \dots, I_n$ соответственно ($\bigcup_{i=1}^{n} I_i = I$).

Введём функцию $f': \mathbb{R}^m \to \mathcal{B}_2^3$, описывающую поведение функции f на интервале I_{i+1}, и положим по определению $f'(I_i) = f(I_{i+1})$, где $i = \overline{1, n-1}$. Это известная информация для построения функции f'. Используя значение функции $f'(I_n)$, мы можем прогнозировать поведение рынка на интервале времени Δt_{n+1}, для которого значение функции $f(I_{n+1})$ не известно (Δt_{n+1} находится в будущем).

Решение задачи прогнозирования можно определить с помощью алгоритма A, который мы опишем на основе введённых понятий.

Шаг 1. Определение информации о поведении цены в интервале Δt_n – I_n.

Шаг 2. Вычисление $f'(I_n) = (p_1^n, p_2^n, p_3^n)$.

Шаг 3. В зависимости от значений $f'(I_n)$, принятие одного из следующих решений: купить товар, если $p_1^n = 1$;ничего не делать, если $p_2^n = 1$;продать товар, если $p_3^n = 1$.

Имея алгоритм A, мы можем сформулировать задачу. Обозначим через q^+ прибыль, полученную участником рынка в случае правильной классификации, а через q^- убыток, если функция $f'(I_n)$ дала неверный прогноз. Так как при совершении торговой операции существует вычет в виде комиссии брокеру, то верно свойство $q^- > q^+$.

Обозначим через η частоту отнесения текущей рыночной ситуации к классам P_1, P_3, а через ν – точность отнесения. Тогда:

$Q = c_1 \eta \nu - c_2 \eta$, где Q – прибыль, приносимая алгоритмом A в единицу времени, $c_1 = q^+ + q^-, c_2 = q^-$.

Целью решения задачи является максимизация прибыли. Исходя из этого, нашу задачу сформулируем в виде максимизации функции Q. То есть построение такого алгоритма A, чтобы $Q \to max$.

$$\begin{cases} Q = c_1 \eta \nu - c_2 \eta \to max \\ c_1 = q^+ + q^-, c_2 = q^-, q^- > q^+ \end{cases}.$$

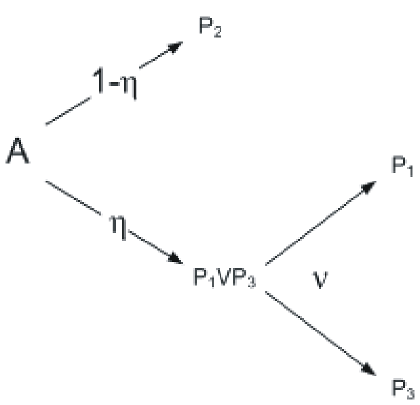

Рис. 1. Структура алгоритма A

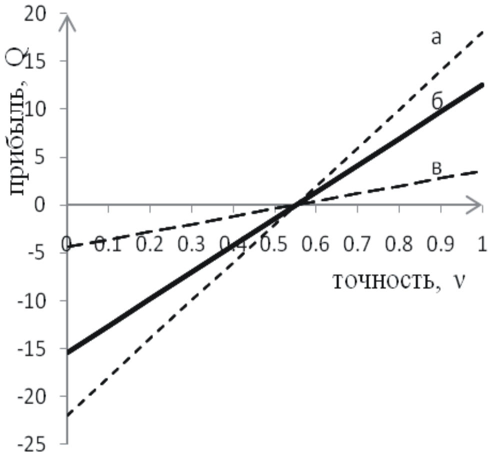

Рис. 2. Зависимость Q от ν при различных η:
а – *η* = 0,2, *б* – *η* = 0,7, *в* – *η* = 1

Общая структура алгоритма A проиллюстрирована на рис. 1.

Исследуем поведение функции Q. Зафиксируем η. Имеем линейную функцию с коэффициентами $c_1\eta$ и $c_2\eta$.

Функция прибыли Q равна нулю в точке $\nu_0 \in]0{,}5; 1[$:

$$\nu_0 = \frac{c_2}{c_1} = \frac{q^-}{q^+ + q^-}, \frac{1}{2} < \nu_0 < 1.$$

Замечание 1. Если $\nu > \nu_0$, то $Q > 0$.

Замечание 2. ν_0 не зависит от η.

Зависимость прибыли Q от ν и η проиллюстрирована на рис. 2.

Пусть теперь есть n алгоритмов $A_1, A_2, \dots, A_n$ с характеристиками $(\eta_1, \nu_1, Q_1), (\eta_2, \nu_2, Q_2), \dots, (\eta_n, \nu_n, Q_n)$.

Не нарушая общности, будем считать, что $\nu_1 \geq \nu_2 \geq \dots \geq \nu_n$. Построим алгоритм A^* с характеристиками (η^*, ν^*, Q^*) следующим образом.

Если $f_1' = f_2' = \dots = f_n' = (0,1,0)$, то $f'^* = (0,1,0)$.

Если $f_1' = f_2' = \dots = f_{k-1}' = (0,1,0)$, а $f_k' = (p_1^k, 0, p_3^k)$, где $p_1^k, p_3^k \in \{0,1\}, p_1^k + p_3^k = 1$, то $f'^* = (a_1^k, 0, a_3^k)$, где $k \in \{1,2,\dots,n\}$.

Для алгоритма A^* справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Если $Q_n \geq 0$, то $Q^* \geq \max_{i=\overline{1,n}}\{Q_i\}$.

Таким образом, данный подход позволяет нам взять n алгоритмов, удовлетворяющих условию теоремы, и получить корректирующий алгоритм, работающий не хуже, чем каждый из них.

Рассмотрим вопрос применимости корректоров. Возникает проблема получения алгоритмов, у которых $Q \geq 0$. Если мы имеем алгоритм A_-, для которого $Q_- < 0$, то при выполнении определённых условий можно построить алгоритм A_+, для которого $Q_+ \geq 0$.

Теорема 2. Если $\nu_- \leq 1 - \upsilon_0$ для некоторого алгоритма A_-, то существует алгоритм A_+, для которого $Q_+ \geq 0$.

Данный результат даёт нам возможность использования не только алгоритмов с высокой прибыльностью, но и с низкой. Тем не менее, существует ряд алгоритмов, которые не могут быть использованы для коррекции. Это те алгоритмы, у которых $\nu \in]1 - \upsilon_0; \upsilon_0[$. У этих алгоритмов $Q < 0$ к ним не применима теорема 2.

Была проведена серия экспериментов для иллюстрации применимости теоретических результатов. В качестве входных данных были выбраны алгоритмы, работающие на основании скользящих средних, индикаторе MACD [3]. Рассматривалось 8 алгоритмов, отличавшихся параметрами построения индикатора. К рассмотрению добавлялись алгоритмы, полученные с помощью теоремы 2. В качестве Δt_i была выбрана неделя, а в качестве рынка использовались биржевые курсы евро в течение 2008 года [4]. Было сделано 47 прогнозов поведения цены.Сравним результаты корректирующего алгоритма с результатами работы алгоритмов, использованных для его построения. Только один из 16 принёс бо́льшую прибыль по итогам всей работы за год, но он приносил меньшую прибыль до середины года (A_1 на рис. 3). Остальные 15 алгоритмов показывали результаты аналогичные A_2.

Таким образом, мы, не зная точно, какой из алгоритмов принесёт прибыль, получили результаты, не хуже, чем принёс бы каждый из них.

На рис. 3 находятся графики прибыли: A_1 –алгоритм, показавших бо́льшую прибыль по итогам года; A – корректирующий алгоритм; A_2 – один из оставшихся 15 алгоритмов, показавших меньшую прибыль по итогам года.

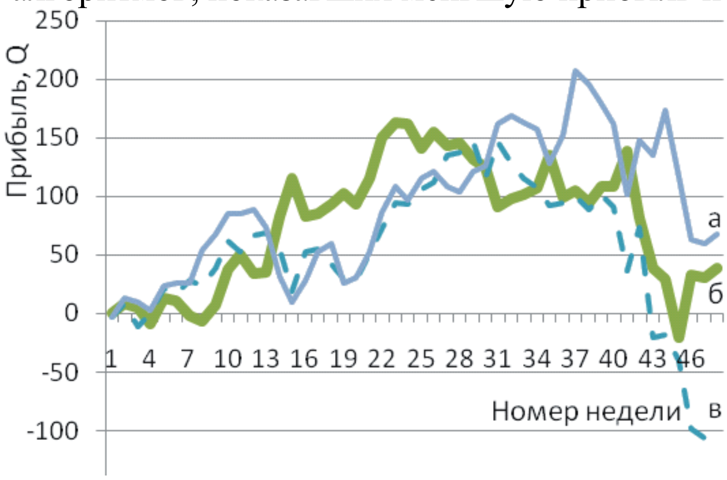

Рис. 3. Результаты работы корректирующего алгоритма: *а –A₁*, *б – A*, *в – A₂*

Литература

1. *Ширяев В.И.* Финансовые рынки: Нейронные сети, хаос и нелинейная динамика. //М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 232 с.
2. *Краснопрошин В.В.* Об оптимальном корректоре совокупности алгоритмов распознавания. //Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1979, т.19, №I, с.204-215.
3. Интернет-адрес: http://www.unfx.ru/strategies_to_trade/strategies_134.php.
4. Интернет-адрес: http://www.metaquotes.ru/metatrader.

ОБ ОЦЕНКЕ ИНДЕКСА ТЯЖЁЛЫХ ХВОСТОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Чэнь Хайлун

В работе рассматриваются оценки индекса тяжёлых хвостов устойчивых распределений и индекса регулярного изменения модели GARCH(1,1).

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что распределения, имеющие тяжёлые хвосты, находят широкое применение в анализе финансов и в эконометрике. Уже показаны преимущества при использовании моделей с тяжёлыми хвостами и для исследования курсов валют. Одной из основных статистических проблем является оценка индекса тяжёлого хвоста распределений. В этой стати, нас интересуют методы для оценивания индекса тяжёлых хвостов α для устойчивых распределений и k_1 для модели GARCH(1,1) с устойчивыми остатками.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Известно, что устойчивые распределения, за исключением нескольких случаев, не имеют аналитическое выражение для плотностей распределения и функций распределения. Однако они довольно описываются с помощью характеристической функции.

Определение 1 [1,2] Случайная величина X называется устойчивой, если ее характеристическая функция имеет следующий вид

$$\Psi_X(t) = i\mu t - \sigma^{\alpha} |t|^{\alpha} + i\sigma^{\alpha} t\omega(t,\alpha,\beta), \tag{1}$$

где $\omega(t,\alpha,\beta) = \begin{cases} |t|^{\alpha-1}\beta\tan(\pi\alpha/2), \alpha \neq 1 \\ -2\beta\ln|t|/\pi, \alpha = 1, \end{cases}$ $\quad \alpha \in (0,2], \beta \in [-1,1], \sigma > 0, \mu \in R.$

Обозначаем $X \sim S_{\alpha}(\sigma,\beta,\mu)$.

Свойство тяжёлых хвостов распределений: Сначала рассмотрим свойство тяжёлых хвостов α-устойчивых распределений. Известно, что если $X \sim S_{\alpha}(\sigma,\beta,\mu)$, $0 < \alpha \leq 2$, то