

anography. Transactions on Data Hiding and Multimedia Security III, LNCS 4920 pp. 1–22, Berlin, 2008.

3. Zhang W., Li S.: Steganographic codes a new problem in coding theory, 2002.

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ И РЫНОЧНАЯ ЦЕНА РИСКА ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Е. В. Гладкая

Современная теория цен активов позволяет определять стоимости широкого круга контрактов со случайными платежами в будущем, когда задана модель изменения ситуации на рынке. Разработано много моделей для описания рыночных показателей, включая цены акций и реальные доходности инвестиций. Чаще всего для определения стоимости опционов и других финансовых производных необходимо использовать непрерывно-временные модели динамики краткосрочных безрисковых процентных ставок r_t в реальном масштабе времени.

Однако, представляя способы определения цен актива, когда модель основной переменной задана, теория не формулирует правил, как выбирать ту модель, которая является наиболее подходящей для определения цены. Предложено много параметрических моделей динамики краткосрочных процентных ставок. Вместе с тем эмпирическое тестирование этих моделей привело к разноречивым результатам: одни тесты подтверждают адекватность модели, другие нет. Поэтому в последнее время стали популярными непараметрические методы, позволяющие конструировать модели, не навязывая ей структуру и значения параметров, создающих ограничения динамики моделируемой переменной.

В этой статье используется именно такая методика [1], которая не предполагает использования каких-либо предположений о функциях дрейфа μ или диффузии σ , когда обе эти функции оцениваются непараметрически по данным, наблюдаемым дискретно через определенные временные интервалы длительностью Δ . Процедура, которая может быть использована и в многомерной постановке, предполагает конструирование семейства приближений к функциям дрейфа и диффузии. Эти приближения поточно сходятся к μ и σ со скоростью Δ^k , где k – произвольное положительное число. В статье рассматривается эффективность этих приближений для некоторых обычно используемых параметрических моделей процентной ставки и найдено, что для ежедневных данных даже простейшая модель дает приближение первого порядка, почти неотличимое от истинной функции, для широкого диапазона значений параметров. При уменьшении частоты получения выборочных значений

эффективность приближений ухудшается. Однако приближения более высоких порядков остаются практически неотличимыми от истинных функций даже с ежемесячными данными.

Для оценки цены актива необходимо также оценить рыночную цену риска для данной модели и влияние изменения цены риска на цену актива. Для нахождения описанных приближений используется разложение в ряд Тейлора. Рассмотрим процесс X_t , который удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению:

$$dX_t = \mu(X_t)dt + \sigma(X_t)dZ_t$$

При соответствующих ограничениях для дрейфа и волатильности и произвольной функцией f , мы можем написать условные математические ожидания в форме рядов Тейлора:

$$\begin{aligned} E_t[f(X_{t+\Delta}, t+\Delta)] &= f(X_t, t) + Lf(X_t, t)\Delta + \\ &+ \frac{1}{2}L^2 f(X_t, t)\Delta^2 + \dots + \frac{1}{n!}L^n f(X_t, t)\Delta^n + O(\Delta^{n+1}). \end{aligned}$$

Чтобы получить аппроксимацию дрейфа μ возьмём функцию:

$$f_{(1)}(x, t) \equiv x$$

Получаем следующие аппроксимации для μ ,

$$\mu(X_t) = \frac{1}{\Delta} E_t[X_{t+\Delta} - X_t] + O(\Delta)$$

$$\mu(X_t) = \frac{1}{2\Delta} \{4E_t[X_{t+\Delta} - X_t] - E_t[X_{t+2\Delta} - X_t]\} + O(\Delta^2)$$

$$\mu(X_t) = \frac{1}{6\Delta} \{18E_t[X_{t+\Delta} - X_t] - 9E_t[X_{t+2\Delta} - X_t] + 2E_t[X_{t+3\Delta} - X_t]\} + O(\Delta^3)$$

Для получения аппроксимации для волатильности σ , возьмём функцию

$$f_{(2)}(x, t) \equiv (x - X_t)^2.$$

Получаем следующие аппроксимации для σ^2 ,

$$\sigma(X_t) = \sqrt{\frac{1}{\Delta} \text{var}_t(X_{t+\Delta})} + O(\Delta)$$

$$\sigma(X_t) = \sqrt{\frac{1}{2\Delta} \{4 \text{var}_t(X_{t+\Delta}) - \text{var}_t(X_{t+2\Delta})\}} + O(\Delta^2)$$

$$\sigma(X_t) = \sqrt{\frac{1}{6\Delta} \{18 \text{var}_t(X_{t+\Delta}) - 9 \text{var}_t(X_{t+2\Delta}) + 2 \text{var}_t(X_{t+3\Delta})\} + O(\Delta^3)}$$

Для аппроксимации рыночной цены риска $\lambda(r)$ используем функцию:

$$f_{(3)}(r, s) \equiv \frac{V^{(1)}(r, s)}{V^{(1)}(r_t, t)} - \frac{V^{(2)}(r, s)}{V^{(2)}(r_t, t)},$$

где $V^{(1)}(r, s)$ и $V^{(2)}(r, s)$ – цены двух бездивидентных ценных бумаг [2]. Тогда аппроксимация будет получена в виде:

$$\lambda(r_t) = \frac{\sigma(r_t)}{\Delta(\sigma^{(1)}(r_t) - \sigma^{(2)}(r_t))} \left[E_t(R_{t,t+\Delta}^{(1)} - R_{t,t+\Delta}^{(2)}) \right] + O(\Delta)$$

где $R_{t,t+\Delta}^{(i)}$ доходность i -ой ценной бумаги за период $(t, t + \Delta)$.

Для практической реализации приближения статистическая информация была взята с сайта федерального резервного банка Сент Луиса за период с 01.01.1950 по 01.12.2002 для ежемесячного изменения процентной ставки.

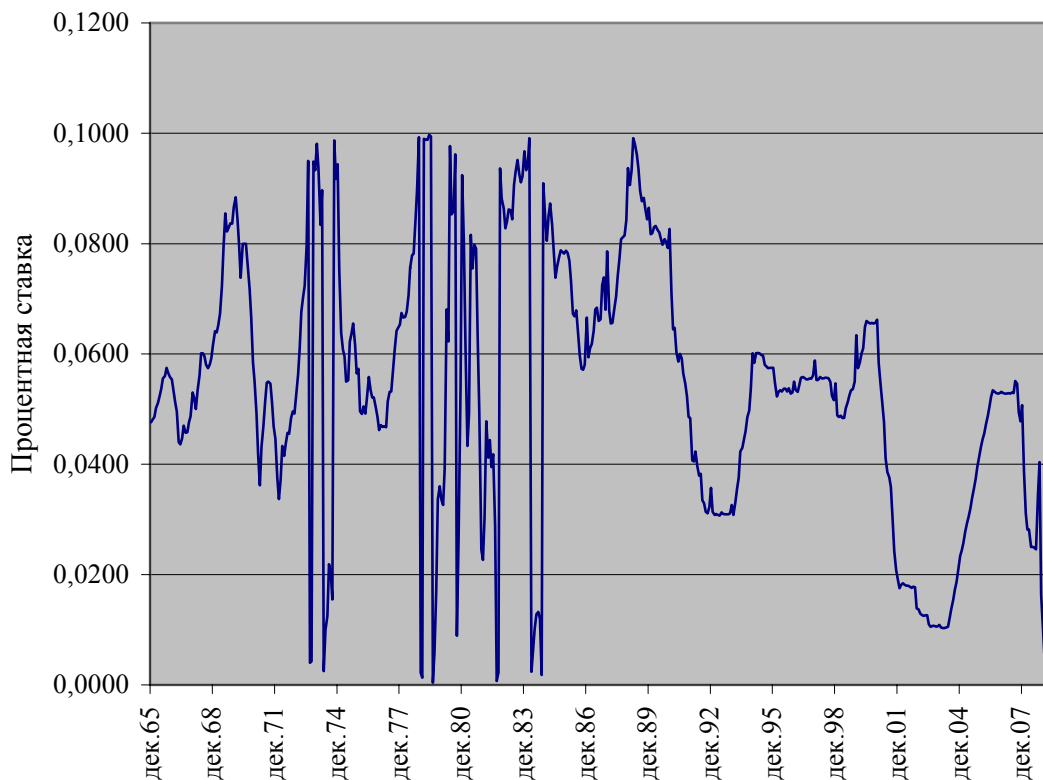


Рис. 1. График r_t

Для аппроксимации дрейфа и волатильности в модели CIR:

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + s\sqrt{r_t}dZ_t$$

использовались параметры $k = 0,6$, $s = 0,15$, $\theta = 0,06$, $\Delta = 0,08$.

На рис.2 представлен график для рыночной цены риска. Видно, что она принимает в основном только отрицательные значения и с увеличением процентной ставки r_t более интенсивно уменьшается.

В заключении можно сказать, многие финансовые ряды, такие как процентная ставка, можно представить в виде стохастического дифференциального уравнения.

Однако часто конкретное параметрическое представление для μ и σ в большей степени отражает удобство аналитического представления, чем реальную экономическую мотивацию. Даже для краткосрочной процентной ставки, эмпирические тесты существующих моделей дают противоречивые результаты. В таком случае можно использовать непараметрическую модель, которая даёт аппроксимацию процессов временной структуры только для дискретных моментов времени. Эта модель также аппроксимирует рыночную цену риска.

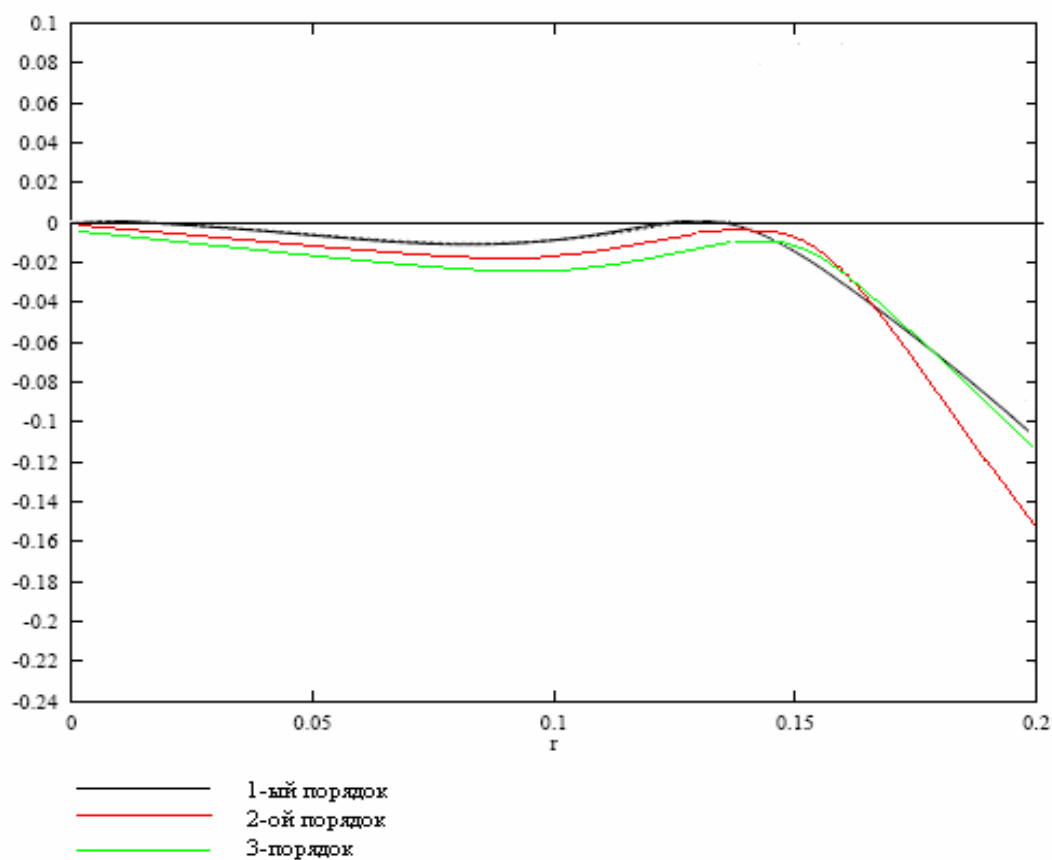


Рис. 2. График рыночной цены риска.

Литература

1. *Richard Stanton*. A Nonparametric Model of Term Structure Dynamics and the Market Price of Interest Rate Risk, *Journal of Finance*, 1997. (856)
2. *Luca Torosantucci, Adamo Ubaldi, Massimo Bernaschi*. Empirical evaluation of the market price of risk using the CIR model. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. (568)

ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ

А. А. Добровольский

ВВЕДЕНИЕ

Развитие общества в условиях информатизации приводит к появлению гибких, территориально распределенных систем с множеством подразделений, основная деятельность которых связана с информационными услугами. Важнейшей проблемой для таких систем является организация процессов функционирования и управления.

В статье рассматривается возможность автоматизации основных процессов функционирования предприятий распределённого типа на основе формальных методов и современных информационно-компьютерных технологий.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ

В качестве типовой компании распределённого вида рассмотрим компанию, которая работает в сфере информационных услуг и занимается предоставлением услуг доступа в Интернет с использованием беспроводных технологий.

Наибольшее распространение получили компании, состоящие из центра и нескольких филиалов.

Центр – базовый элемент компании. В его функции входит взаимодействие с клиентами по определению необходимых им услуг, организация оплаты за предоставляемые услуги, поддержание связи со всеми филиалами, выдача им указаний на предоставление конкретных услуг на основе обращений клиентов, организация функционирования компании и управление работой её частей.

Филиалы предназначены для предоставления услуг клиентам. В функции филиала входит предоставление услуг клиентам по указанию центра, поддержание связи с центром, информирование о своём текущем состоянии. Количество и расположение филиалов может изменяться, они могут быть значительно удалены от центра.

При организации функционирования подобной компании необходимо учитывать следующие особенности: