$$\Omega_1 = \frac{2\omega}{\sqrt{1 \pm \mu + \frac{7}{8}\mu^2 \pm \frac{117}{192}\mu^3}},$$

$$\Omega_2 = \frac{2\omega}{\sqrt{4 - \frac{4}{3}\mu^2}}, \Omega_2 = \frac{2\omega}{\sqrt{4 + \frac{20}{3}\mu^2}}, \tag{8}$$

$$\Omega_3 = \frac{2\omega}{\sqrt{9 + \frac{81}{16}\mu^2 \pm \frac{729}{64}\mu^3}}.$$

Расчет критических частот и построение областей неустойчивости выполнены для оболочки, изготовленной из стеклопластика, который описывается основными модулями упругости $b_{1111} = 1.8$ ГПа, $b_{2222} = 2.47$, $b_{1212} = 0.34$, $b_{1122} = 0.27$ МПа. Геометрические размеры оболочки характеризуются параметрами $\lambda = 0.1$, $h = 0.01$, $\rho = 1850$ кг/м^3, $P_0/P_1 = 4.5 \cdot 10^{-5}$. Параметрически заданная кривая $4\omega(\varphi)^2 / \Omega(\varphi)^2$ и $\mu(\varphi)$, построенная для различных значений угла намотки стекловолокна φ частично находится во второй области неустойчивости. Предельные значения угла намотки, при которых возникают параметрические колебания, составляют $20^\circ \le \varphi \le 25^\circ$ и $83^\circ \le \varphi \le 89^\circ$. Также отметим, что размеры области устойчивости возрастают при увеличении отношения $4\omega^2/\Omega^2$.

Литература

1. Сопротивление стеклопластиков / Под ред. И. И. Гольденблата М., 1968.
2. *Zhou Jiqing.* Nonlinear vibration. Xi'an, 1998.

КОНЕЧНАЯ ХАРАКТЕРИЗУЕМОСТЬ РЕБЕРНЫХ ГРАФОВ ГИПЕРГРАФОВ ОГРАНИЧЕННЫХ РАНГА И КРАТНОСТИ В КЛАССЕ (∞,1)-ПОЛЯРНЫХ ГРАФОВ

О. В. Глебова

В работе рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер, а также гиперграфы без изолированных вершин. *Множество вершин* и *множество* (*семейство*) *ребер* графа (гиперграфа) H обозначаются через VH и EH соответственно.

Кликой называется множество попарно смежных вершин графа; *максимальная* клика максимальна относительно включения.

Рангом гиперграфа называют число $rank(H) = \max_{E \in EH} |E|$.

Реберный граф $L(H)$ гиперграфа H определяется как граф пересечений ребер этого гиперграфа, т. е. вершины $L(H)$ биективно соответствуют ребрам H, и две вершины смежны в $L(H)$ тогда и только тогда, когда соответствующие ребра гиперграфа H пересекаются.

Обозначим через L_r класс реберных графов гиперграфов ранга не выше r. Класс L_r является наследственным (т. е. каждый порожденный подграф любого графа из L_r также принадлежит этому классу). Следовательно, как любой наследственный класс, он может быть охарактеризован посредством списка (конечного или бесконечного) запрещенных порожденных подграфов. Существование конечной характеризации в терминах запрещенных порожденных подграфов (далее называемой просто *конечной характеризацией*) для наследственного класса влечет существование полиномиального алгоритма распознавания графов из этого класса.

Конечная характеризация класса L_2 реберных графов мультиграфов получена в [3]. В 1977 г. Л. Ловас поставил задачу характеризации класса L_3, отметив при этом, что для этого класса не существует конечной характеризации [5]. В [6] показано, что задача распознавания «$G \in L_r$» является NP-полной для каждого фиксированного $r \geq 4$, а также показано, что задача распознавания реберных графов гиперграфов ранга не выше 3 без кратных ребер является NP-полной. Поэтому возникает необходимость релаксации задачи характеризации класса L_r.

Кратностью пары вершин u, v гиперграфа H называют число $m(u,v) = |\{E \in EH : u,v \in E\}|$; *кратностью гиперграфа* H – число $m(H) = \max_{u,v \in VH} m(u,v)$.

Пусть r, m – произвольные целые числа, $r \geq 2$, $m \geq 1$. Введем обозначение $L_r^m = \{L(H) : rank(H) \leq r, m(H) \leq m\}$. Отметим, что класс L_r^m является наследственным.

Класс L_2^m для любого m характеризуется конечным списком запрещенных порожденных подграфов. (Такие характеризации для случаев $m = 1$, $m \geq 2$, фиксированное число, $m = \infty$ получены в работах [1], [9], [3] соответственно.)

Известно, что задача распознавания «$G \in L_r^1$» является NP-полной [4]. Поэтому для класса L_r^1 не существует конечной характеризации. Сложность задачи распознавания $G \in L_r^m$, $m \geq 2$, пока неизвестна. Однако в [7] доказано, что класс L_3^m для любого $m \geq 2$ не характеризуется конечным списком запрещенных порожденных подграфов.

Граф G называется *расщепляемым*, если существует разбиение множества его вершин $VG = C \bigcup S$ на клику C и независимое множество S.

Граф G называется (α, β)-*полярным*, если для множества его вершин VG существует такое разбиение

$$VG = A \bigcup B, \quad A \bigcap B = \varnothing \tag{1}$$

(*полярное разбиение* (A, B)), что $G(A)$ – полный многодольный граф с долями $A_i, i \in I$, каждая из которых содержит не более α вершин; $G(B)$ – дизъюнктное объединение полных графов, каждая область связности которого $B_j, j \in J$, содержит не более β вершин. Так, (α, β)-полярный граф при α = 1, β = 1 есть расщепляемый граф.

Если в (α, β)-полярном графе с разбиением (1) число вершин в долях A_i, $i \in I$, графа $G(A)$ (в областях связности $B_j, j \in J$, графа $G(B)$) не ограничено сверху, то параметр α (соответственно β) полагаем равным ∞.

Известно, что для любых фиксированных $r \geq 3$, $m \geq 1$ для класса L_r^m не существует конечной характеризации [4, 8]. В [8] доказано существование конечной характеризации для класса L_r^m в классе расщепляемых графов. В этой работе доказано существование конечной характеризации для L_r^m в классе (∞,1)-полярных графов.

Конечное семейство $Q = (C_i : i \in I)$ клик графа G называется *покрытием* этого графа, если каждая вершина и каждое ребро (как пара вершин) графа G содержатся в некоторой C_i; клики C_i называются *кластерами* покрытия Q. Для произвольного покрытия $Q = (C_i : i \in I)$ графа G определим гиперграф $H(Q)$ следующим образом: вершинами $H(Q)$ являются вершины графа G, а ребрами – кластеры из Q. Ребра C_i и C_j различны при $i \neq j$, даже если множества C_i и C_j совпадают.

Двойственным гиперграфом для гиперграфа H с матрицей инцидентности $I(H) = I$ называется гиперграф H^* с транспонированной матрицей инцидентности $I(H^*) = I^T$.

Пусть P – теоретико-гиперграфовое свойство, т. е. класс гиперграфов, различаемых с точностью до изоморфизма. Покрытие Q графа G *обла-*

дает свойством P, если $H(Q)\in P$. Положим $L(P)=\{\ L(H)\ :\ H\in P\ \}$, $P^*=\{\ H^*\ :\ H\in P\ \}$. В [2] доказана теорема, которая в [7] переформулирована в следующем виде:

Теорема 1. *Пусть* P *– произвольное теоретико-гиперграфовое свойство,* G *– граф. Тогда* $G\in L(P)$ *тогда и только тогда, когда существует покрытие* Q *графа* G*, обладающее свойством* P^*.

Покрытие графа называется r*-покрытием*, если каждая вершина графа принадлежит не более чем r кластерам этого покрытия. Покрытие Q графа называется m*-ограниченным*, если любые два кластера из Q имеют не более m общих вершин.

Взяв в теореме 1 в качестве P свойство «быть гиперграфом ранга не выше r и кратности не выше m», получим следующую характеризацию класса L_r^m в терминах покрытий:

Теорема 2 [8]. *Граф* G *принадлежит классу* L_r^m*, если и только если для него существует* m*-ограниченное* r*-покрытие.*

Обозначим $f(r,m)=m(r^2-r+1)+1$. Клика C графа G называется (r,m)*-большой*, если $|C|\geq f(r,m)$.

Лемма 3 [8]. *Пусть* $G\in L_r^m$*,* C *– максимальная* (r,m)*-большая клика графа* G*. Тогда* C *является кластером каждого* m*-ограниченного* r*-покрытия графа* G*.*

Используя теорему 2 и лемму 3 можно доказать, что для графов из L_r^m существует конечная характеризация в классе $(\infty,1)$-полярных графов. А именно, верно следующее утверждение, приводимое здесь без доказательства:

Теорема 4. *Существует конечный список* F *запрещенных порожденных подграфов такой, что* $(\infty,1)$*-полярный граф* G *принадлежит классу* L_r^m*, если и только если* G *не содержит порожденных подграфов из* F.

Литература

1. *Beineke L. W.* Derived graphs and digraphs // Beitrage zur Graphentheorie. Teubner, Leipzig. 1968. P. 17–33.
2. *Berge C.* Graphs and Hypergraphs. / North-Holland, Amsterdam, 1973.
3. *Bermond J. C., Meyer J. C.* Graphs representative arêtes d'un multigraphe // J.Math. Pures Appl. 1973. № 52. P. 299–308.
4. *Hlineny P., Kratochvil J.* Computational complexity of the Krausz dimension of graphs // Lecture Notes in Computer Sciences. 1997. № 1335. C. 214–218.

5. *Lovasz L.* Problem 9 // in Beitrage zur Graphentheorie and deren Anwendungen. Vorgetragen auf dem internationalen Kolloquium in Oberhof (DDR), Mathematische Gesellschaft der DDR – Technische Hochschule llimenau. 1977. P. 313.
6. *Poljak S., Rodl V., Turzik D.* Complexity of representation of graphs by set systems // Discrete Appl. Math. 1981. № 3. P. 301–312.
7. *Левин А. Г., Тышкевич Р. И.* Реберные гиперграфы // Дискретная математика. 1993. Т. 5. № 1. С. 112–129.
8. *Метельский Ю. М., Щемелева К. Н.* Конечная характеризуемость реберных графов гиперграфов ограниченных ранга и кратности в классе расщепляемых графов // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 2008. № 1. С. 102–105.
9. *Ташкинов В. А.* Характеризация реберных графов *p*-графов // Тез. докл. 5-й Всесоюзной конф. по проблемам теоретической кибернетики (18-20 мая 1980 г.). Новосибирск, 1980. С. 135–137.

НЕЧЕТКИЕ РЕБЕРНЫЕ ГРАФЫ НЕЧЕТКИХ ГИПЕРГРАФОВ

Е. Н. Лобунец

Целью данной работы является построение аналога теории реберных графов гиперграфов для нечёткого случая. «Классический» вариант данной задачи рассмотрен в работе [1].

В дальнейшем множество в «классическом» понимании будем называть четким множеством.

Определение 1. Нечётким подмножеством чёткого множества X называется отображение $\mu: X \to [0,1]$.

Определение 2. Высотой нечеткого множества μ называется величина $h(\mu)=\max\{\mu(x) | \mu(x)\neq 0\}$.

Определение 3. Пересечением (объединением) нечетких множеств μ и λ называется нечеткое множество $\mu \wedge \lambda = \min\{\mu,\lambda\}$ $\mu \vee \lambda = \max\{\mu,\lambda\}$).

Определение 4. Нечетким графом на четком множестве X будем называть пару $G=(X,\mu)$, где $\mu: X\text{x}X \to [0,1]$ такое, что для любых $x_i,x_j \in X$: $\mu(x_i,x_j)= \mu(x_j,x_i)$. Будет называть μ множеством нечетких ребер нечеткого графа G.

Определение 5. Матрицей смежности нечёткого графа $G=(X, \mu)$, $|X|=n$, называется nxn матрица $A=\{a_{ij}\}$ такая, что $a_{ij}= \mu(x_i,x_j)$, где $x_i,x_j \in X$.

Определение 6. Нечетким гиперграфом (НГ) на X будем называть пару $H=(X,\mathcal{E})$, где $\mathcal{E}$ – семейство нечетких подмножеств множества X, называемых нечеткими ребрами НГ H; X – (четкое) множество вершин нечеткого гиперграфа H.

Определение 7. Матрицей инцидентности НГ $H=(X,\mathcal{E})$, $|X|=n$, $|\mathcal{E}|=m$, называется nxm матрица $I=\{a_{ij}\}$ такая, что $a_{ij}= \mu_j(x_i)$, где $x_i \in X$, $\mu_j \in \mathcal{E}$.