Физика

УДК 518.13

А.П.ХАПАЛЮК

НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ δ-ФУНКЦИИ ДИРАКА

The calculation methods of integrals containing Dirac δ-functions are generalized. The same is done for the broad class of basic functions containing discontinuities. The integral determining Eyler Γ-function belongs to this type. It is shown that this integral determines different generalized Γ-functions which are different from the classical one. The reasons causing this difference are analysed which are relevant for all basic results of the theory of generalized functions.

В работе [1] определение δ-функции Дирака основано на равенстве

$$\oint \frac{\varphi(z)}{z - x_0} dz = 2i\pi \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\delta(x - x_0)dx = 2i\pi\, \varphi(x_0), \qquad (1)$$

где слева стоит хорошо известный круговой интеграл Коши, а интегрирование ведется в плоскости комплексной переменной $z=x+iy$ по окружности с центром в x_0 и достаточно малым радиусом в положительном (против часовой стрелки) направлении. Первое из этих равенств считается исходным как для определения функции $\delta(x-x_0)$, так и для выявления всех ее свойств. Второе равенство оказывается простым следствием первого – результатом вычисления интеграла Коши. При этом все свойства δ-функций фактически являются простыми известными из классического анализа свойствами интеграла Коши.

В стандартной теории обобщенных функций Л.Шварца [2–4] в качестве исходного постулируется второе равенство в (1), что, однако, возможно для сравнительно ограниченного класса функций $\varphi(x)$, которые обычно называются основными. При этом оказывается, что свойства δ-функции не совсем укладываются в рамки представлений классического матанализа, что, естественно, затрудняет их интерпретацию и обобщение [1].

На наш взгляд, первое (новое) определение представляется не только более естественным, но и более общим. В частности, оно допускает сравнительно простые и далеко идущие другие обобщения, причем в различных направлениях. Исследование некоторых из этих обобщений, в частности на более широкий класс основных функций, является целью данной работы.

В новом определении δ-функция, по существу, вводится как символ для того, чтобы круговой интеграл Коши формально заменить на линейный, что, однако, не является самоцелью. Основная же задача – использование полученных при этом методов и понятий для вычисления некоторых не сходящихся в обычном смысле интегралов типа

$$I(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x)}{x^{\lambda}} dx\,. \qquad (2)$$

Здесь $\varphi(x)$ предполагается такой, что при $\mathrm{Re}\lambda < +1$ интеграл сходится в обычном смысле и определяет аналитическую функцию комплексной переменной λ, а при $\mathrm{Re}\lambda > +1$ – расходится и считается не имеющим смысла. Необходимо, во-первых, найти значение этого интеграла в области его расходимости ($\mathrm{Re}\lambda > 1$), которое называется его обобщенным значением.

Для этого интеграл (2) разобьем на сумму трех интегралов следующим образом

$$I(\lambda)=I_1(\lambda)+I_2(\lambda)+I_3(\lambda)=\int_{-\infty}^{-r}\frac{\varphi(x)}{x^\lambda}dx+\int_{-r}^{r}\frac{\varphi(x)}{x^\lambda}dx+\int_{r}^{\infty}\frac{\varphi(x)}{x^\lambda}dx, \qquad (3)$$

где r – некоторое достаточно малое положительное число (r>0). Очевидно, что первый и третий интегралы сходятся в обычном смысле, второй – расходится. Для вычисления второго интеграла функцию $\varphi(x)$ представим в виде (ряд Тейлора)

$$\varphi(x)=\varphi(0)+x\,\varphi^{(1)}(0)+\ldots+\frac{x^m}{m!}\varphi^{(m)}(0)+R(x), \qquad (4)$$

где $R(x)$ – остаточный член разложения. Подставляя это значение во второй интеграл в (3), после перехода к почленному интегрированию получим

$$I_2(\lambda)=\varphi(0)\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^\lambda}+\varphi^{(1)}(0)\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^{\lambda-1}}+\ldots+\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m}\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^{\lambda-m}}+\int_{-r}^{r}R(x)\frac{dx}{x^\lambda}. \qquad (5)$$

Все интегралы в (5), кроме последнего, вычисляются в явном виде

$$\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^\lambda}=\frac{r^{-\lambda+1}-(-r)^{-\lambda+1}}{-\lambda+1},\quad \int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^{\lambda-1}}=\frac{r^{-\lambda+2}-(-r)^{-\lambda+2}}{-\lambda+2},\quad \int_{-r}^{r}\frac{dx}{x^{\lambda-m}}=\frac{r^{-\lambda+m+1}-(-r)^{-\lambda+m+1}}{-\lambda+m+1}, \qquad (6)$$

а последний при условии $\mathrm{Re}\lambda < m$, что предполагается, не имеет особенностей и сходится в обычном смысле.

Значения интегралов (6) как функций комплексной переменной λ являются аналитическими функциями везде, кроме целых положительных λ (λ=1,2,...,m), где они имеют простые полюса. При нецелом значении λ, подставляя значение I_2 из (5),(6) в (3), получим нужный нам результат – обобщенное значение исходного интеграла, причем конечный результат не зависит от конкретного значения r. Тем не менее наличие не вполне конкретного параметра r приводит к существенным неудобствам и его желательно доопределить. Можно убрать этот параметр, устремив его к нулю ($r\to0$). Непосредственно в формулах (3)–(6) такой переход невозможен: первый и третий интегралы в (3) становятся расходящимися, а значения интегралов (6) – бесконечным. В результате возникают неопределенности типа $\infty-\infty$, которые следует раскрыть. Для этого воспользуемся формулами

$$\int_{-\infty}^{-r}\frac{dx}{x^\nu}=\frac{(-r)^{-\nu+1}}{-\nu+1},\quad \int_{r}^{\infty}\frac{dx}{x^\nu}=-\frac{r^{-\nu+1}}{-\nu+1},\quad (\nu=\lambda,\lambda-1,\ldots,\lambda-m). \qquad (7)$$

Хотя в обычном понимании интегралы в (6) и (7) сходятся при различных значениях λ, но определяют они одну и ту же аналитическую функцию. Поэтому интегралы в (5) можно заменить соответствующими интегралами типа (7). Это приводит к следующему выражению

$$I_2(\lambda)=-\varphi(0)\int_{-\infty}^{-r}\frac{dx}{x^\lambda}-\varphi^{(1)}(0)\int_{-\infty}^{-r}\frac{dx}{x^{\lambda-1}}-\ldots-\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}\int_{-\infty}^{-r}\frac{dx}{x^{\lambda-m}}-\varphi(0)\int_{r}^{\infty}\frac{dx}{x^\lambda}-$$

$$-\varphi^{(1)}(0)\int_{r}^{\infty}\frac{dx}{x^{\lambda-1}}-\ldots-\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}\int_{r}^{\infty}\frac{dx}{x^{\lambda-m}}+\int_{-r}^{r}R(x)\frac{dx}{x^\lambda}. \qquad (8)$$

Теперь следует подставить выражение (8) в (3), после чего можно устремить r к нулю. В результате интеграл (3) запишется в виде

$$I(\lambda)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\varphi(x)-\varphi(0)-x\varphi^{(1)}(0)-\ldots-\frac{x^m}{m!}\varphi^{(m)}(0)\right]\frac{dx}{x^\lambda}, \qquad (9)$$

и для области $\mathrm{Re}\lambda < m$ он сходится в обычном смысле.

В теории обобщенных функций интеграл (9) называется регуляризованным значением обобщенного интеграла (3). Этот результат считается одним из важных достижений всей этой теории [3,4]. С классической точки зрения формулу (9) можно интерпретировать как один из способов аналитического продолжения функции $I(\lambda)$ из той области значений λ, в которой интеграл (2) сходится в обычном смысле на ту область значений λ, где он уже в обычном смысле не сходится. Поэтому обобщенное значение интеграла (2) – это аналитическая функция комплексной переменной λ, определенная на всей области ее аналитичности. Эта часть теории обобщенных функций, по существу, не выходит за рамки представлений классического анализа и ничего принципиально нового в нее не вносит. Так как аналитическое продолжение однозначно, то и вычисление обобщенного (регуляризованного) значения интеграла тоже однозначно. Обобщенное значение интеграла (2) продолжается как аналитическая функция не на всю область комплексной переменной λ. При целых положительных значениях λ функция $I(\lambda)$ теряет свои аналитические свойства и соответствующее значение обобщенного интеграла уже не определяется формулой (9). Случай целых значений λ требует дополнительного исследования. Эту проблему можно решать в рамках классического анализа и в рамках теории обобщенных функций. Рассмотрим здесь оба варианта ее решения.

Положим $\lambda=m+1$, когда предпоследний интеграл в (5) не будет вычисляться по формуле (6). В классическом анализе этот интеграл связан с вычетом функции (C_{-1m}) в полюсе $\lambda=m+1$, для определения которого можно записать ряд выражений:

$$C_{-1m}=\frac{1}{2i\pi}\oint\frac{\varphi(z)}{z^{m+1}}dz=\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}=\frac{(-1)^m}{m!}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)\delta^{(m)}(x)dx=\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x}. \quad (10)$$

В этих равенствах вначале стоит обычный круговой интеграл Коши, затем результат его вычисления, что находится в рамках представлений классического анализа. Третье выражение дает то же самое значение, но записано в рамках представлений теории обобщенных функций и вытекает из тождества (1). Последнее слагаемое взято из равенства (5) и именно оно строго логически вытекает из исходного интеграла (2).

Классическое представление функции $I(\lambda)$ из (2) в окрестности точки $\lambda=m$ и теперь может быть записано в виде ряда Лорана:

$$I(\lambda)=\frac{C_{-1m}}{\lambda-m}+C_{0m}+(\lambda-m)C_{1m}+\ldots=\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}\frac{1}{\lambda-m}+P_m[\lambda], \qquad (11)$$

где первое слагаемое является главной, а второе – правильной его частью. Правильная часть ряда вычисляется по регуляризационной формуле типа (9). Чтобы получить главную часть ряда, как видно, необходимо произвести замену

$$\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x}\rightarrow\frac{1}{\lambda-m}, \qquad (12)$$

что, естественно, не вытекает из классической теории этого интеграла. На наш взгляд, такая замена может быть интерпретирована как доопределение функции I(λ), но не интеграла, в окрестности точки $\lambda=m$ интеграл остается недоопределенным. Только после такого доопределения результат согласуется с классической теорией мероморфных функций, чем он и оправдывается.

В теории обобщенных функций эта проблема решается по-другому. Здесь доопределяется не функция I(λ), а сам интеграл, и вычисляется он методом обхода полюса. Прямолинейный участок интегрирования $(-r,r)$ заменяется полуокружностью, которую можно провести либо через нижнюю, либо через верхнюю полуплоскость. Поскольку нет дополнительной информации о конкретном выборе положения этой полуокружности, то следует параллельно рассмотреть оба варианта. Само интегрирование элементарно простое, но формально может быть записано по-разному, например:

$$\int_{-r}^{r}\frac{dx}{x}=i\int_{\pm\pi}^{0}d\vartheta=\mp i\pi, \qquad \int_{-r}^{r}\frac{dx}{x}=\int_{re^{\pm i\pi}}^{r}\frac{dx}{x}=\ln r-\ln\left(re^{\pm i\pi}\right)=\mp i\pi, \tag{13}$$

где верхний знак получается, если полуокружность проведена в верхней полуплоскости (интегрирование ведется по дуге в отрицательном направлении), а нижний – в нижней полуплоскости (интегрирование ведется по дуге в положительном направлении). На наш взгляд, этот результат может быть интерпретирован как дополнительное доопределение понятия интеграла и приводит к следующему его значению

$$\lim_{\lambda\to m+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda}}dx=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)}{x^{m+1}}dx=\mp i\pi\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}+P_m(m), \tag{14}$$

где первое слагаемое в правой стороне называется сингулярной, а второе – регуляризованной частью обобщенного интеграла. Из (11) и (14) видно, что регуляризованная часть обобщенного интеграла и правильная часть ряда Лорана совпадают между собой. Главная часть ряда Лорана заменяется сингулярной частью интеграла, и результаты оказываются различными.

Для выбора конкретного знака сингулярной части интеграла (14) нужна дополнительная информация, которая в самом этом интеграле и в исходном (2) отсутствует. Для определенности примем следующие обозначения. В случае, когда обход полюса происходит в нижней полуплоскости, аргумент в подынтегральной функции будет выражен как $x-i0$, в противном случае – $x+i0$. С этой дополнительной информацией равенство (14) принимает вид

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x\mp i0)dx}{(x\mp i0)^{m+1}}=\pm i\pi\frac{\varphi^{(m)}(0)}{m!}+P_m(m)=I_{\pm}(m). \tag{15}$$

Поскольку при разном выборе знаков получаются разные результаты, то естественно считать для разных знаков подынтегральные функции $\varphi(x-i0)(x-i0)^{-m-1}\neq\varphi(x+i0)(x+i0)^{-m-1}$ разными, и с этой дополнительной информацией они уже называются обобщенными функциями. В стандартной теории основная функция $\varphi(x)$ обычно считается регулярной в окрестности нуля $\varphi(x+i0)=\varphi(x-i0)=\varphi(x)$ и дополнительное обозначение достаточно только для знаменателя $(x\mp i0)^{-m-1}$, который обычно и называется "истинно" обобщенной функцией.

Разница в определении главной части ряда Лорана (11) и сингулярной части интеграла (14) в исходном равенстве (2) является принципиальной и решающей. По существу, она объясняет все основные особенности и различия между классическим матанализом и теорией обобщенных функций и ведет к далеко идущим последствиям, из которых, по-видимому, наиболее значительными являются следующие:

1. Появляется возможность вычисления некоторых расходящихся в обычном смысле интегралов. Такие интегралы довольно часто встречаются в математике и теоретической физике и поэтому расширяют возможности их практического использования.

2. Вместо одной классической функции появляются две обобщенные, которые отличаются между собой порядком обхода полюса (сингулярной частью). В принципе, их следует рассматривать как линейно независимые функции.

3. Обобщенные функции не определяются одним численным значением. Они содержат дополнительную информацию о порядке обхода полюса.

Сингулярные части обобщенных функций вообще не имеют численного значения.

Далее, видно, что обобщенное значение интеграла представляет собой сумму двух существенно различных слагаемых: сингулярной и регуляризованной частей. В соответствии с этим обобщенную функцию тоже целесообразно и логично разбить на сумму двух функций:

$$\frac{1}{(x\pm i0)^{m+1}} = R\frac{1}{x^{m+1}} + S\frac{1}{(x\pm i0)^{m+1}}, \tag{16}$$

где R означает регуляризованную, а S – сингулярную часть. Интеграл с регуляризованной частью функции определяется формулой (9), а с сингулярной частью – с помощью обхода полюса по полуокружностям.

Для вычисления сингулярной части можно ввести специальное обозначение, заменив круговой интеграл линейным. Для этого, по аналогии с (1), вводятся обозначения

$$S\frac{1}{(x\pm i0)^{m+1}} = \mp i\pi\frac{(-1)^m}{m!}\delta^{(m)}(x\pm i0), \tag{17}$$

где сингулярная функция $\delta^{(m)}(x\pm i0)$ приводит к равенству

$$\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)\delta^{(m)}(x\pm i0)\,dx = (-1)^m\varphi^{(m)}(0\pm i0) = (-1)^m\lim_{x\to 0}\varphi^{(m)}(x\pm i0). \tag{18}$$

В качестве конкретного примера рассмотрим случай $\varphi(x)=\exp(-x_+)$, т.е. функцию, равную $\exp(-x)$ при $x>0$ и равную нулю при $x<0$. Исходный интеграл (2) принимает вид

$$I(\lambda) = \int_0^{\infty}\frac{e^{-x}dx}{x^{\lambda}} = \Gamma(1-\lambda). \tag{19}$$

При $\mathrm{Re}\lambda < 1$ этот интеграл сходится в обычном смысле и определяет, как известно, Г-функцию Эйлера. При $\mathrm{Re}\lambda > 1$ интеграл расходится, а его обобщенное значение (при $\lambda\neq 1,2,3,\ldots$) определяется регуляризационной формулой (9), которая для этого случая принимает вид

$$\Gamma(1-\lambda) = \int_0^{\infty}\left[e^{-x} - 1 + x\ldots(-1)^m\frac{x^m}{m!}\right]\frac{dx}{x^{\lambda}} \quad (\lambda\neq m) \tag{20}$$

и совпадает, как и следовало ожидать, с известной формулой аналитического продолжения Г-функции [5]. До сих пор нет разницы между обычной и обобщенной интерпретацией интеграла (19). Разница появляется для целых положительных значений λ ($\lambda=m$). В классической теории функция имеет полюс с вычетом, определяемым формулой (10): $C_{-1m}=(-1)^m(m!)^{-1}$. Вместо этого в данной точке обобщенное значение интеграла имеет отличную от нуля сингулярную часть, которая вычисляется с помощью обхода полюса. Поскольку интервал интегрирования начинается с нуля в положительном направлении, то для вычисления сингулярной части обход нужно делать по дуге в четверть окружности, либо в четвертом квадрате $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$, либо в первом $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$. В зависимости от этого сингулярная часть интеграла (19) при $\lambda=m+1$ запишется в виде

$$S\int_0^{\infty}e^{-x}\frac{1}{(x_+\pm i0)^{m+1}}dx = \mp i\frac{\pi}{2}\frac{(-1)^m}{m!}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x}\delta^{(m)}(x_+\pm i0)dx = \mp i\frac{\pi}{2}\frac{(-1)^m}{m!}, \tag{21}$$

что опять дает возможность ввести новые сингулярные функции по формуле

$$\frac{1}{(x_+ \pm i0)^{m+1}} = R\frac{1}{x_+^{m+1}} \mp i\frac{(-1)^m}{m!}\delta^{(m)}(x_+ \pm i0). \tag{22}$$

Отсюда следует, что Г-функции могут быть различными. В классическом анализе – это мероморфная функция с простыми полюсами при целых отрицательных значениях аргумента. В теории обобщенных функций ее следует рассматривать как обобщенное значение интеграла, в котором вместо полюсов появляются сингулярные части, к тому же они могут быть различными и, следовательно, обобщенные Г-функции тоже бывают разными и отличаются от классической.

Как следует из сказанного, сингулярная часть обобщенного интеграла довольно просто вычисляется методом обхода полюса по дуге окружности, положение и величины которой в разных конкретных случаях могут быть различными. Этот результат может быть обобщен и применен для вычисления сингулярной части интеграла с более широким классом основных функций $\varphi(x)$. Если основная функция не регулярна в точке $x=0$, то ее нельзя представить в виде (4), но может оказаться, что ее можно представить в более общем виде (в полярных координатах $z=\rho\exp i\vartheta$) следующим образом:

$$\varphi(z) = \varphi(\rho, \vartheta) = \varphi(\vartheta) + \rho\varphi^{(1)}(\vartheta) + \ldots + \frac{\rho^m}{m!}\varphi^{(m)}(\vartheta) + R_m(\rho, \vartheta). \tag{23}$$

Очевидно, что для таких функций имеют смысл круговые интегралы Коши, что дает возможность вычислить сингулярные части соответствующих интегралов. Очевидно, что круговой интеграл Коши будет отличным от нуля только для того слагаемого в (23), при котором отсутствует зависимость от ρ. Если учесть еще информацию о направлении обхода, то получим формулу

$$S\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x)dx}{(x\pm i0)^{m+1}} = \oint\frac{\varphi(\rho, \vartheta)}{\rho^{m+1}}ie^{-im\vartheta}d\vartheta = i\frac{1}{m!}\int_{\pm\pi}^{0}\varphi^{(m)}(\vartheta)e^{-im\vartheta}d\vartheta. \tag{24}$$

Из этой формулы совершенно естественно выводятся соответствующие сингулярные функции типа δ-функций Дирака, которые круговые интегралы в обход полюса формально заменяют на линейные. При этом они должны содержать полную необходимую для их вычисления информацию: центр круга, положение дуги на окружности, ее величину (т.е. начало и конец обхода) и направление обхода. Для этого можно использовать обозначение $\pm\delta(x;\vartheta_1,\vartheta_2)$, где знак перед функцией определяет направление обхода полюса, x – центр окружности, ϑ_1 и ϑ_2 – полярная угловая координата начала и соответственно конца дуги обхода, который предполагается в положительном направлении. При этом известные сингулярные функции в таком полном обозначении запишутся

$$\delta(x) = \delta(x; 0, 2\pi), \quad \delta(x+i0) = \delta(x; 0, \pi), \quad \delta(x-i0) = \delta(x; -\pi, 0), \tag{25}$$

$$\delta(x_+) = \delta\left(x; -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \quad \delta(x_-) = \delta\left(x; \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}\right), \quad \delta(x_+ - i0) = \delta\left(x; -\frac{\pi}{2}, 0\right) \text{ и т.д.}$$

Соответствующим образом вычисляются их производные. В частности, из (24) легко получаются правила вычисления сингулярной части интеграла от разрывной функции $\varphi(x)$

$$\int\varphi(x)\delta(x)dx = \frac{1}{2}\left[\int\varphi(x)\delta(x_-)dx + \int\varphi(x)\delta(x_+)dx\right] = \frac{1}{2}\left[\varphi(-0) + \varphi(+0)\right],$$

$$\int\varphi(x)\operatorname{sgn}x\,\delta(x)dx = \frac{1}{2}\left[-\int\varphi(x)\delta(x_-)dx + \int\varphi(x)\delta(x_+)dx\right] = \frac{1}{2}\left[\varphi(+0) - \varphi(-0)\right]. \tag{26}$$

Отсюда видно, что для регулярных основных функций, которыми ограничиваются в стандартной теории обобщенных функций Л.Шварца [2], сингулярную функцию $2\operatorname{sgn} x\delta(x)=\delta(x+i0)-\delta(x-i0)$ можно считать равной нулю. Однако в общем случае она отлична от нуля и ее основные свойства вытекают из интеграла (24).

В математике довольно часто встречаются интегралы типа (2) с разрывными основными функциями. Частным случаем является определяющий Г-функцию интеграл (19). Дзета-функция Римана тоже определяется такого типа интегралом с разрывной основной функцией $\varphi(x)=\left(e^x-1\right)^{-1}x_+^0$. К такого типа интегралам сводятся также известные преобразования Меллина [6].

Все полученные сингулярные функции типа δ-функций Дирака здесь фактически вводятся на стадии переоформления результатов, которые получаются и без них в рамках классического анализа.

1. Хапалюк А.П. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер.1. 1996. №2. С.9.
2. Schwartz L. Theorie des distributions Paris. 1950–1951. V.I,II.
3. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Обобщенные функции и действия над ними. М., 1958. Вып.1–3.
4. Бремерман Г. Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье. М., 1968.
5. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. М., 1963. Т.I,II.
6. Тичмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М., 1948.

Поступила в редакцию 13.10.97.

УДК 669. 539.2

В.В.УГЛОВ, Ю.А.ФЕДОТОВА, В.В.ХОДАСЕВИЧ

МЕССБАУЭРОВСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАЗОВОГО СОСТАВА ПЛЕНОК ЖЕЛЕЗА, ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ИМПЛАНТИРОВАННЫХ ИОНАМИ БОРА И АЗОТА

Conversion electron Mossbayer spectroscopy was used for investigation of phase and structural changes in iron films after successive boron and nitrogen implantation. It is established that magnetic and paramagnetic amorphous phases (Fe–B–N) were formed which ratio is determined by local boron and nitrogen concentration within iron atoms. The excess of boron and nitrogen concentration over the threshold one leads to decomposition of magnetic amorphous $(Fe-B-N)_m$.

Исследование трансформации фазового состава аморфных металл-металлоидных систем, созданных методом ионной имплантации при их последующем облучении ионами металлоида, вызывает большой интерес, связанный с изучением фазовых переходов в метастабильной аморфной системе и ее радиационной стабильности. Известно, что предварительная имплантация бора малыми дозами ($\sim10^{16}$ ион/см^2) приводит к образованию твердого раствора внедрения в системе железо–бор [1]. В результате увеличения дозы имплантации до $2\cdot10^{17}$ ион/см^2 происходит формирование фазы Fe_2B [2], а при дальнейшем росте дозы имплантации наблюдается аморфизация системы железо–бор [2–7]. В результате последующего радиационного воздействия в аморфной фазе железо–бор в силу ее метастабильности может происходить процесс частичного распада фазы, сопровождающийся синтезом новых соединений [4–6]. В данной работе анализируется последовательность фазовых превращений в аморфной системе железо–бор при низкоинтенсивной имплантации ионов азота в широком диапазоне имплантируемых доз.

Материал и методика

В качестве объекта исследования выступали пленки железа (80 нм), нанесенные на подложки кремния методом электронно-лучевого испарения в вакууме $\sim10^{-4}$ Па. Пленки имплантировались ионами бора и азота с