

При увеличении стоимости на товар сила государства возрастает, но в случае постоянного объема продаж (равновесной цены) сила становится пассивной в плане воздействия на регулирование цены.

Несмотря на довольно широкий ряд причин, по которым равновесие может нарушаться, сила государства, представленная данной моделью, приводит экономику в положение асимптотической устойчивости при любом уровне налогообложения.

Другие силы, такие как силы продавцов и покупателей, силы конкуренции, также играют существенную роль в оказании влияния на состояние экономики, но в данной работе рассматривалась только сила государства.

В настоящее время устойчивость равновесия на рынке цен изучена не полностью: строятся модели, проводятся исследования, ищутся ответы на многочисленные вопросы, поэтому считаем тему работы достаточно актуальной.

Литература

1. *Калитин Б. С.* Математические модели экономики / Мн: БГУ. 2004.
2. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения / М.: Наука. 1966.

ПЛОСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Ю. В. Пулко

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим трехмерное евклидово пространство $\square^3$, в котором зафиксируем декартову систему координат $O'x'y'z'$. При этом каждая точка $M \in \square^3$ определяется координатами $\vec{r}' = (x', y', z')$. Будем считать, что все пространство $\square^3$ заполнено однородной изотропной средой, которая характеризуется постоянными диэлектрической проницаемостью ε , магнитной проницаемостью μ и проводимостью γ . При этом среда неподвижна относительно системы координат $O'x'y'z'$. Рассмотрим монохроматическое электромагнитное поле в пространстве $\square^3$ с комплекснозначными амплитудами поля $\vec{E}'$, $\vec{H}'$, которое колеблется с круговой частотой ω' . Для векторов поля $\vec{E}'$, $\vec{H}'$ выполнены уравнения Максвелла:

$$\text{rot}' \vec{E}' = i\omega' \mu \vec{H}', \text{rot}' \vec{H}' = -i\omega' \varepsilon' \vec{E}', \varepsilon' = \varepsilon + i \frac{\gamma}{\omega'}. \quad (1)$$

Будем рассматривать плоские E - и H -поляризованные поля. Плоские E -поляризованные электромагнитные поля, являющиеся решениями уравнений (1), представляются в виде [1]:

$$\vec{E}'^{(\mp 1)} = E_0 \vec{W}'^{(\mp 2)}(\vec{r}'; \vec{\alpha}'; k'), \quad \vec{H}'^{(\mp 1)} = \frac{k' E_0}{i\omega' \mu} \vec{W}'^{(\mp 1)}(\vec{r}'; \vec{\alpha}'; k'), \quad (2)$$

где E_0 – размерная амплитуда электрического поля; $\vec{\alpha}' = (\alpha'_1, \alpha'_2)$ – произвольные постоянные с физическими размерностями $[\alpha'_j] = \frac{1}{\text{м}}$,

$$\vec{W}'^{(\mp 1)}(\vec{r}'; \vec{\alpha}'; k') = \frac{i}{\lambda'} (\alpha'_2 \vec{e}'_x - \alpha'_1 \vec{e}'_y) \exp(i\alpha'_1 x' + i\alpha'_2 y' \mp \nu' z'),$$

$$\vec{W}'^{(\mp 2)}(\vec{r}'; \vec{\alpha}'; k') = \frac{1}{k'} \left(\mp \frac{i\nu'}{\lambda'} (\alpha'_1 \vec{e}'_x + \alpha'_2 \vec{e}'_y) + \lambda' \vec{e}'_z \right) \exp(i\alpha'_1 x' + i\alpha'_2 y' \mp \nu' z'),$$

$$k' = \omega' \sqrt{\varepsilon' \mu}, \quad 0 \leq \arg k' < \pi, \quad \lambda' = \sqrt{\alpha'^2_1 + \alpha'^2_2}, \quad 0 \leq \arg \lambda' < \pi, \quad \nu' = \sqrt{\lambda'^2 - k'^2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg \nu' < \frac{\pi}{2}.$$

Плоские H -поляризованные электромагнитные поля представляются в виде:

$$\vec{H}'^{(\mp 2)} = \frac{k' E_0}{i\omega' \mu} \vec{W}'^{(\mp 2)}(\vec{r}'; \vec{\alpha}'; k'). \quad (3)$$

Свяжем с наблюдателем систему координат $Oxyz$, относительно которой система координат $O'x'y'z'$ движется равномерно и прямолинейно вдоль постоянного вектора $\vec{V}$ со скоростью $V = |\vec{V}|$, $0 \leq V < c$, где c – скорость света в вакууме. Поля $\vec{E}'(\vec{r}', t')$, $\vec{H}'(\vec{r}', t')$, наблюдаемые из системы $O'x'y'z'$ в момент времени t' будем наблюдать из системы $Oxyz$ в момент времени t . Наблюдаемые электромагнитные поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$, $\vec{r} = (x, y, z)$ в движущейся проводящей среде удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$\text{rot} \vec{E} = i\omega \vec{B}, \text{rot} \vec{H} = -i\omega \vec{D} + \vec{J}, \quad (4)$$

$$\text{где } \vec{D} = \varepsilon a \vec{E} - \varepsilon b (\vec{v}, \vec{E}) \vec{v} - \frac{b}{V} [\vec{H}, \vec{v}], \quad \vec{B} = \mu a \vec{H} - \mu b (\vec{v}, \vec{H}) \vec{v} + \frac{b}{V} [\vec{E}, \vec{v}],$$

$$\vec{J} = \gamma a \sigma \vec{E} + \frac{\gamma}{\sigma} (1 - \sigma^2 a) (\vec{E}, \vec{v}) \vec{v} - \gamma \mu a \sigma V [\vec{H}, \vec{v}] + V \vec{v} \operatorname{div} \vec{D},$$

$$a = \frac{1 - \beta^2}{1 - s^2}, \quad b = \frac{s^2 - \beta^2}{1 - s^2}, \quad \beta^2 = \frac{V^2}{c^2}, \quad s = V \sqrt{\varepsilon \mu}.$$

Требуется определить вид базисных плоских электромагнитных полей, удовлетворяющих уравнениям (4).

ПОСТРОЕНИЕ БАЗИСНЫХ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Поля, удовлетворяющие уравнениям (4), определяются формулами:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}'(\vec{r}', t') + (\sigma - 1) [\vec{v}, [\vec{E}'(\vec{r}', t'), \vec{v}]] + \sigma \mu V [\vec{H}'(\vec{r}', t'), \vec{v}], \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}'(\vec{r}', t') + (\sigma - 1) [\vec{v}, [\vec{E}'(\vec{r}', t'), \vec{v}]] - \sigma \varepsilon V [\vec{E}'(\vec{r}', t'), \vec{v}], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } \sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \vec{v} = \frac{\vec{V}}{V},$$

$$\vec{E}'(\vec{r}', t') = \vec{E}'(\vec{r}') e^{-i\omega' t'}, \quad \vec{H}'(\vec{r}', t') = \vec{H}'(\vec{r}') e^{-i\omega' t'}, \quad (6)$$

а поля $\vec{E}'(\vec{r}')$, $\vec{H}'(\vec{r}')$ являются плоскими полями (2) или (3).

Координаты $\vec{r}'$, t' определяются через координаты $\vec{r}$, t с помощью преобразования Лоренца [2, с. 45]:

$$\vec{r}' = \vec{r} + (\sigma - 1)(\vec{r}, \vec{v}) \vec{v} - \sigma t V \vec{v}, \quad t' = \sigma \left(t - \frac{V(\vec{r}, \vec{v})}{c^2} \right). \quad (7)$$

Подставляя в (5) выражение (6) и используя преобразование Лоренца (7), получим плоские электромагнитные поля в движущейся среде, соответствующие E - и H -поляризованным полям (2), (3):

$$\vec{E}^{(\mp 1)} = E_0 \vec{N}^{(\mp 1)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega), \quad \vec{H}^{(\mp 1)} = \frac{p k^{(\mp)} E_0}{i \mu l^{(\mp)}} \vec{K}^{(\mp 1)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega),$$

$$\vec{E}^{(\mp 2)} = E_0 \vec{N}^{(\mp 2)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega), \quad \vec{H}^{(\mp 2)} = \frac{p k^{(\mp)} E_0}{i \mu l^{(\mp)}} \vec{K}^{(\mp 2)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega).$$

где $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$ – произвольные постоянные,

$$\vec{N}^{(\mp j)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega) = \left(N_x^{(\mp j)} \vec{e}_x + N_y^{(\mp j)} \vec{e}_y + N_z^{(\mp j)} \vec{e}_z \right) \exp(i \alpha_1 x + i \alpha_2 y + q^{(\mp)} z),$$

$$\begin{aligned}
\bar{K}^{(\mp j)}(\vec{r}; \vec{\alpha}; \omega) &= \left(K_x^{(\mp j)} \vec{e}_x + K_y^{(\mp j)} \vec{e}_y + K_z^{(\mp j)} \vec{e}_z \right) \exp \left(i\alpha_1 x + i\alpha_2 y + q^{(\mp)} z \right), \\
N_x^{(\mp 1)} &= \frac{\eta^{(\mp)}}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} \left(\sigma \tilde{\alpha}_1 - \tilde{\sigma} \tilde{\xi} v_x \right) - \tilde{\sigma} \frac{t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} v_x v_z - \sigma V \frac{p k^{(\mp)}}{l^{(\mp)}} \frac{\tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} v_z, N_y^{(\mp 1)} = \\
&= \frac{\sigma \eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_2}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\xi} v_y}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} v_y v_z - \sigma V \frac{p k^{(\mp)}}{l^{(\mp)}} \frac{\tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} v_z, N_z^{(\mp 1)} = \frac{g_1 t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} + \\
&\frac{p \sigma V k^{(\mp)}}{l^{(\mp)} t^{(\mp)}} \tilde{\xi} - \tilde{\sigma} \frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\xi}}{k^{(\mp)} t^{(\mp)}}, N_x^{(\mp 2)} = \frac{i \sigma \tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_x}{t^{(\mp)}} - \frac{i \sigma V p}{l^{(\mp)}} \left(\frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} - t^{(\mp)} v_y \right), \\
N_y^{(\mp 2)} &= -\frac{i \sigma \tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} + \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_y}{t^{(\mp)}} + \frac{i \sigma V p}{l^{(\mp)}} \left(\frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} - t^{(\mp)} v_x \right), N_z^{(\mp 2)} = \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_z}{t^{(\mp)}} + \\
&+ \sigma V \frac{i p \eta^{(\mp)} \zeta}{v_z \left(l^{(\mp)} \right)^2}, K_x^{(\mp 1)} = \frac{i \sigma \tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_x}{t^{(\mp)}} - \frac{i \sigma s^2 l^{(\mp)}}{V p k^{(\mp)}} \left(\frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} - t^{(\mp)} v_y \right), K_y^{(\mp 1)} = \\
&= -\frac{i \sigma \tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} + \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_y}{t^{(\mp)}} + \frac{i \sigma s^2 l^{(\mp)}}{V p k^{(\mp)}} \left(\frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} - t^{(\mp)} v_x \right), K_z^{(\mp 1)} = \tilde{\sigma} \frac{i \zeta v_z}{t^{(\mp)}} + \frac{i \sigma V \varepsilon \mu \eta^{(\mp)} \zeta}{v_z p \left(k^{(\mp)} \right)^2}, \\
K_x^{(\mp 2)} &= \frac{\sigma \eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_1}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\xi} v_x}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} v_x v_z - \frac{\sigma s^2 l^{(\mp)}}{p V k^{(\mp)}} \frac{\tilde{\alpha}_1}{t^{(\mp)}} v_z, K_y^{(\mp 2)} = \\
&= \frac{\sigma \eta^{(\mp)} \tilde{\alpha}_2}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\xi} v_y}{v_z k^{(\mp)} t^{(\mp)}} - \tilde{\sigma} \frac{t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} v_y v_z - \frac{\sigma s^2 l^{(\mp)}}{p V k^{(\mp)}} \frac{\tilde{\alpha}_2}{t^{(\mp)}} v_z, K_z^{(\mp 2)} = g_1 \frac{t^{(\mp)}}{k^{(\mp)}} - \\
&- \tilde{\sigma} \frac{\eta^{(\mp)} \tilde{\xi}}{k^{(\mp)} t^{(\mp)}} + \frac{\sigma s^2 l^{(\mp)}}{p V k^{(\mp)} l^{(\mp)}} \tilde{\xi}, p = 1 + \frac{1-a}{a} v_z^2, k^{(\mp)} = \frac{l^{(\mp)}}{p} \sqrt{\mu \left(\varepsilon + i \frac{\gamma p}{l^{(\mp)}} \right)}, \\
0 \leq \arg k^{(\mp)} &< \pi, s^2 = \varepsilon \mu V^2, \xi = \alpha_1 v_x + \alpha_2 v_y, \zeta = \alpha_2 v_x - \alpha_1 v_y, \tilde{\sigma} = \sigma - 1, \\
\tilde{\xi} &= \xi + h^{(\mp)} \left(1 - v_z^2 \right), \tilde{\alpha}_1^{(\mp)} = \alpha_1 + h^{(\mp)} v_x, \tilde{\alpha}_2^{(\mp)} = \alpha_2 + h^{(\mp)} v_y, g = 1 + \tilde{\sigma} v_z^2, \\
g_1 &= \sigma - \tilde{\sigma} v_z^2, h^{(\mp)} = \frac{\omega m}{\sigma V} - d \xi + \frac{1}{2} i d \mu \sigma \gamma V v_z^2 \mp i \frac{d}{\sigma} D v_z, m = -\tilde{\sigma} \left(1 + \frac{\sigma}{p} \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
t^{(\mp)} &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2h^{(\mp)}\xi + \left(h^{(\mp)}\right)^2(1-v_z^2)}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg t^{(\mp)} < \frac{\pi}{2}, \\
l^{(\mp)} &= \omega\sigma - \sigma V\xi + \frac{1}{2}i\mu\sigma^2V^2\gamma v_z^2 \mp iVDv_z, \quad d = -\frac{\tilde{\sigma}}{p}, \quad q^{(\mp)} = i\frac{p-1}{pv_z}\left(\frac{\omega}{V} - \xi\right) + \\
&+ \frac{1}{2}\mu\sigma V\gamma v_z \mp \frac{D}{\sigma p}, \quad \eta^{(\mp)} = \frac{g\sigma - g_1p}{\sigma pV}\omega - \frac{g-p}{p}\xi + \frac{1}{2}i\frac{g}{p}\mu\sigma\gamma Vv_z^2 \mp i\frac{g}{\sigma p}Dv_z, \\
D &= \left(\sigma^4(1-s^2)(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \zeta^2) + \frac{1}{4}\mu^2\sigma^4V^2\gamma^2v_z^2 - 2\sigma^4\frac{\omega}{V}(1-s^2)\xi + \right. \\
&+ 2\sigma^2\frac{\omega}{V} - 2\frac{\omega^2}{V^2}\sigma^2(1-v_z^2) - s^2\sigma^2\frac{\omega^2}{V^2}v_z^2 + \frac{\omega^2}{V^2}(1-v_z^2) + \sigma^2\zeta^2 + \\
&\left. + \sigma^4\frac{\omega^2}{V^2}(1-s^2)(1-v_z^2) + i\mu\gamma V\sigma^3\left(\xi - \frac{\omega}{V}\right)\right)^{1/2}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg D < \frac{\pi}{2}.
\end{aligned}$$

Литература

1. Ерофеев В. Т., Кравченко В. Ф., Крючков А. И. Теоремы сложения для базисных электромагнитных полей // Радиотехника, 1995. № 6. С. 49 – 57.
2. Новожиллов Ю. В., Яппа Ю. А. Электродинамика / М. 1978.

ВЫБОР ЛОКАЛЬНОЙ ОКРЕСТНОСТИ В НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ТЕСТЕ НЕЛИНЕЙНОЙ КОИНТЕГРАЦИИ

Е. И. Русак

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДАННЫХ

При совместном анализе и эконометрическом моделировании нестационарных временных рядов значительное место уделяется тестированию и учету свойства коинтегрированности временных рядов [1]. Большая часть теоретических результатов и практических приложений связана с понятием линейной коинтегрированности [5]. Однако в последнее время исследователей все больше интересует свойства нелинейных преобразований интегрированных временных рядов и проблема нелинейной коинтеграции [2].

Данная статья посвящена разработке правила выбора локальной аппроксимирующей окрестности для непараметрического теста коинтегри-