

УДК 539.3+(616.314-089.23)

Г.И. МИХАСЕВ, С.М. БОСЯКОВ, К.С. ЮРКЕВИЧ

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРТОДОНТИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЧЕТЫРЬМЯ СТЕРЖНЯМИ

In present paper results of calculation of the force factors working on a tooth on the side of a rod of the orthodontic appliance, intended for expansion of the top jaw are submitted. Numerical calculation of reactive forces and the moments of forces for arrangements of a rod of the appliance in two coordinate planes is executed. The obtained results can be used at designing constructions of orthodontic appliances in view of specific features of patients, and also for calculations of moving of a fang during orthodontic treatment and the pressure arising in a periodontium and a bone stoke.

Одним из факторов успешного лечения аномалий зубочелюстной системы является исследование биомеханического воздействия ортодонтических аппаратов на смещаемые зубы [1]. Обзор некоторых теоретических и экспериментальных результатов по данной проблеме представлен, в частности, в [2]. Здесь указано на важность дозирования нагрузки, создаваемой ортодонтическими аппаратами, поскольку превышение развиваемых ими усилий или их некорректное приложение может привести к патологическим процессам в периодонте и парадонте. В настоящей работе представлены результаты анализа сосредоточенных сил и моментов сил, создаваемых ортодонтическим аппаратом с четырьмя стержнями и винтом, применяемым для лечения аномалий верхней челюсти.

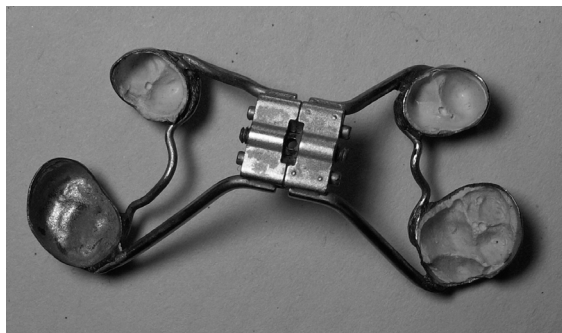


Рис. 1. Реальная конструкция ортодонтического аппарата

Реактивные силы и моменты сил. Реальная конструкция ортодонтического аппарата представлена на рис. 1. Аппарат развивает усилия, приводящие к смещению зубов, за счет раскручивания винта, соединяющего пластинки, к которым прикреплены стержни с коронками, жестко закрепленные на зубах. Верхний конец стержня сдвигается на расстояние, равное смещению пластинки аппарата. С учетом этого будем считать, что нижний конец стержня, соединенный с короной, жестко заделан и при перемещении

верхнего конца стержня создает в точке закрепления реактивную силу и момент сил. Расчетная схема для стержня AB ортодонтического аппарата представлена на рис. 2. Точка A , совпадающая с началом координат системы $OXYZ$, в которой верхний конец стержня прикреплен к пластинке ортодонтического аппарата, при раскручивании винта смещается на расстояние u_0 в направлении координатной оси OY . Для определения реактивных силы и момента силы, перейдем в координатную плоскость xOy , проходящую через ось OY и сам стержень.

Перемещение u_y вдоль оси Oy найдем из уравнения поперечного изгиба стержня:

$$EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} - R_x \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

где E – модуль упругости; $I = \pi r^4/4$ – осевой момент инерции поперечного сечения стержня; r – радиус поперечного сечения стержня; $R_x = -Esu_{0x}/l$ – реакция коронки, направленная вдоль оси Ox ; $u_{0x} = u_0 \cos(\alpha_y)$ – полное перемещение точки A вдоль оси Ox ; s – площадь поперечного сечения стержня; l – длина стержня.

С учетом того, что точка B жестко закреплена на зубе, граничные условия представим в следующем виде:

$$u_y(0) = u_{0y}, \quad u_y(l) = \frac{\partial u_y(0)}{\partial x} = \frac{\partial u_y(l)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Здесь $u_{0y} = u_0 \sin(\alpha_y)$ – полное перемещение точки A вдоль оси Oy .

Из уравнения (1) при граничных условиях (2) получим

$$u_y = \frac{u_{0y}}{2(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))} \times \left(\frac{2\Phi}{l}(l-x) \cos(\Phi) - \sin(\Phi) - \sin\left(\frac{\Phi}{l}(l-2x)\right) \right), \quad (3)$$

$$\text{где } \Phi = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{u_{0x}s}{EI}}.$$

Из выражения (3) с учетом дифференциальных зависимостей между кривизной упругой линии, сосредоточенной силой и изгибающим моментом, будем иметь следующие выражения для реактивных силы и момента сил, возникающих в зубе и действующих в плоскости xOy :

$$R = \frac{Esu_{0x}}{l} \sqrt{1 + \frac{u_{0x}u_{0y}^2 s \cos^2(\Phi)}{4EI(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))^2}}, \quad (4)$$

$$M = \frac{Eu_{0x}u_{0y}s \sin(\Phi)}{l(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))^2}. \quad (5)$$

Для определения усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом в медиодистальном (касательном к зубному ряду), вестибулооральном (перпендикулярном касательной к зубному ряду) и вертикальном направлениях, а также моментов сил, возникающих относительно этих направлений, найдем проекции реакции R на координатные оси системы $OXYZ$ и реактивные моменты сил, действующие относительно осей этой системы:

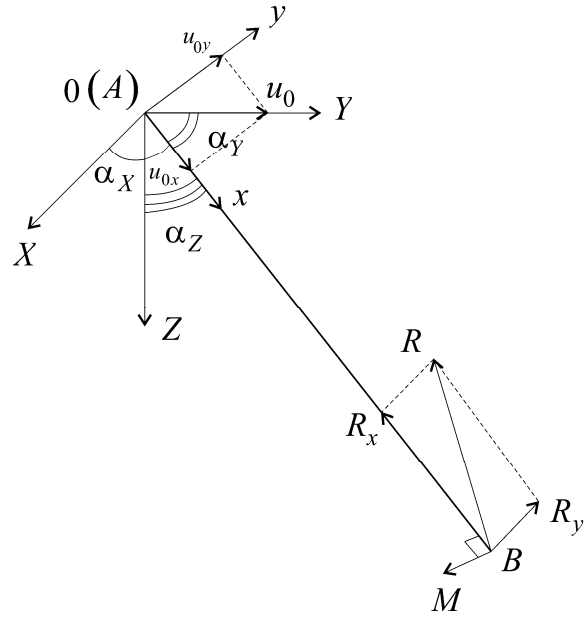


Рис. 2. Расчетная схема для стержня ортодонтического аппарата

$$R_X = -\frac{R \cos(\alpha_X)}{\sqrt{\cos^2(\alpha_X) + \cos^2(\alpha_Z) + \sin^2(\alpha_Y) \cot^2(\alpha_Y + \delta_1)}},$$

$$R_Y = -R \cos(\alpha_Y + \delta_1),$$

$$R_Z = -\frac{R \cos(\alpha_Z)}{\sqrt{\cos^2(\alpha_X) + \cos^2(\alpha_Z) + \sin^2(\alpha_Y) \cot^2(\alpha_Y + \delta_1)}},$$

$$\delta_1 = \arctan\left(\frac{\Phi u_{0y} \cos(\Phi)}{l(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))}\right),$$

$$M_X = M \frac{\cos(\alpha_Z)}{\sin(\alpha_Y)}, \quad M_Y = 0, \quad M_Z = M \frac{\cos(\alpha_X)}{\sin(\alpha_Y)}.$$

Здесь α_X , α_Y и α_Z – углы между стержнем и осями координат OX , OY и OZ соответственно. Тогда для реакций R_{md} (для медиодистального направления), R_{vo} (для вестибулоорального направления), R_v (для вертикального направления) и моментов сил M_{md} , M_{vo} , M_v , действующих относительно соответствующих направлений, будем иметь

$$R_{md} = R_X \cos(\delta_2) - R_Y \sin(\delta_2), \quad R_{vo} = R_X \sin(\delta_2) + R_Y \cos(\delta_2), \quad R_v = R_Z,$$

$$M_{md} = M_X \cos(\delta_2), \quad M_{vo} = M_X \sin(\delta_2), \quad M_v = M_Z,$$

где δ_2 – угол между касательной к зубному ряду и координатной осью OX .

Влияние геометрических параметров. Проведем расчет сил и моментов сил, развиваемых ортодонтическим аппаратом при раскручивании винта в медиодистальном, вестибулооральном и вертикальном направлениях. Будем считать, что расстояние, на которое перемещаются пластинки аппарата, $u_0 = 0,1$ мм. Модуль упругости материала, из которого изготовлены стрежни, составляет

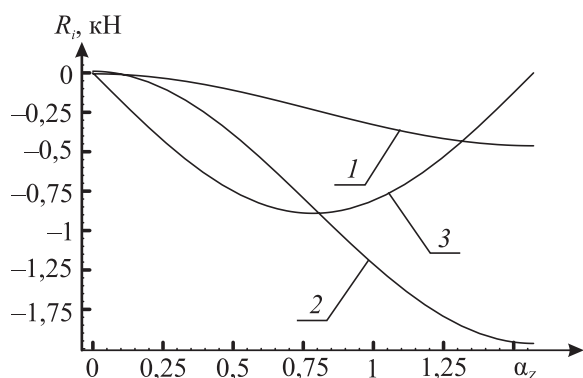


Рис. 3. Зависимости реакций от угла α_Z при расположении стержня в плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ :

1 – R_{md} , 2 – R_{vo} , 3 – R_v

$E = 200$ ГПа, радиус стержня $r = 1$ мм, длина стержня $l = 2,5$ см. На рис. 3 представлены зависимости реакций, возникающих в медиодистальном, вестибулооральном и вертикальном направлениях при расположении стержня плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ , от угла α_Z . При построении принимаем угол $\delta_2 = 30^\circ$.

Как следует из рис. 3, при расположении стержня в плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ , с увеличением угла α_Z усилия, развиваемые аппаратом в медиодистальном и вестибулооральном направлениях, возрастают по абсолютной величине от нуля до максимальных значений. Зависимость реакции R_v от угла α_Z аналогична предыдущему случаю.

При расположении стержня в какой-либо из координатных плоскостей усилия, развиваемые аппаратом в медиодистальном направлении и вестибулооральном, максимальны при нулевом угле наклона, причем $R_{vo} > R_{md}$. С увеличением угла наклона реакции R_{md} и R_{vo} уменьшаются до нулевого значения. Реакция в вертикальном направлении при нулевом и прямом угле наклона стержня равна нулю; максимальное значение реакции R_v наблюдается в случае, если стержень является биссектрисой координатной четверти.

При увеличении радиуса поперечного сечения стержня усилия, развиваемые ортодонтическим аппаратом по всем направлениям, резко возрастают.

Визуализация зависимостей для реактивных моментов сил, возникающих относительно медиодистального и вестибулоорального направлений, а также относительно оси OZ , в плоскости,

составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ , от угла α_z выполнена на рис. 4. При построении приняты прежние числовые данные.

Из рис. 4 видно, что в случае, когда стержень располагается в плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ , отличными от нуля являются все реактивные моменты, причем при увеличении угла α_z моменты M_{md} и M_{vo} возрастают, момент M_v убывает.

При расположении стержня в одной из координатных плоскостей при нулевом угле наклона все реактивные моменты равны нулю. С увеличением угла наклона моменты сил M_{md} и M_{vo} возрастают по абсолютной величине. Момент сил M_v равен нулю.

Анализ аналогичных зависимостей, построенных для различных радиусов поперечного сечения, показывает, что с увеличением r реактивные моменты возрастают.

Полученные в работе результаты численных расчетов силовых факторов, действующих на зуб при перемещении пластинок ортодонтического аппарата, показывают, что значения наибольших реактивных моментов сил значительно меньше максимальных, создаваемых давлением. Поэтому можно сделать вывод, что поворот зубов в ходе ортодонтического лечения рассматриваемым аппаратом обусловлен не конструкцией самого аппарата, а моментами, созданными силами давления. Эти моменты сил будут принимать тем большие значения, чем дальше будет находиться точка закрепления стержня на коронке до соответствующего центра сопротивления зуба. Также следует отметить, что следует учитывать моменты сил, действующих на зуб со стороны стержня ортодонтического аппарата, поскольку из-за малой жесткости периодонта при поворотах корня [3] действие даже незначительных моментов сил может привести к появлению достаточно больших углов поворота зуба относительно первоначального их положения. Это тем более важно при атрофии костной ткани, приводящей к существенному снижению жесткостей периодонта.

Работа выполнена при поддержке Государственного комитета по науке и технологиям Республики Беларусь (проект «Разработать методику автоматизированного проектирования и оптимизации конструкций зубочелюстных протезов и ортодонтических аппаратов при аномалиях и деформациях челюстно-лицевой области, обусловленных расщелинами губы и неба, с применением универсальных CAD/CAE/CAM-систем»).

1. Хорошилкина Ф.Я., Малыгин Ю.М. Основы конструирования и технология изготовления ортодонтических аппаратов. М., 1977.
2. Маилян П.Д. Новые средства ортодонтического лечения. Коломна, 1998.
3. Наумович С.А., Крушевский А.Е. Биомеханика системы зуб – периодонт. Мн., 2000.

Поступила в редакцию 09.09.09.

Геннадий Иванович Михасев – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной механики.

Сергей Михайлович Босяков – доктор физико-математических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики.

Кирилл Сергеевич Юркевич – аспирант кафедры теоретической и прикладной механики. Научный руководитель – С.М. Босяков.

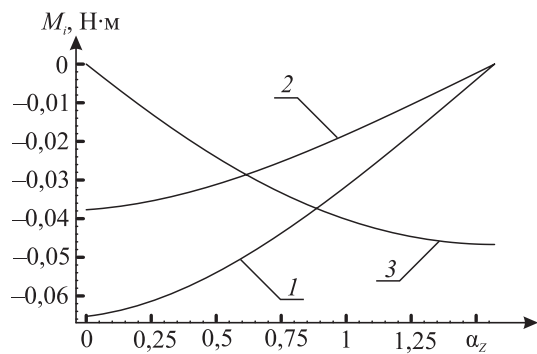


Рис. 4. Зависимости реактивных моментов от угла α_z при расположении стержня в плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями XOZ и YOZ :

1 – M_{md} , 2 – M_{vo} , 3 – M_v