# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ БЕЗДЕФЕКТНЫХ ОДНОСЛОЙНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК ОТ ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ТЕМПЕРАТУРЫ

# А. Г. Проневский, М. С. Тиванов

## введение

Углеродные нанотрубки (УНТ) благодаря их хорошей электро- и теплопроводности, а также высокой химической, термической и механической стабильности рассматриваются как один из наиболее перспективных объектов наноэлектроники [1-5].

Несмотря на огромный потенциал применения в наноэлектронике УНТ в составе теплоотводящих устройств, известные модели по расчету их коэффициента теплопроводности дают различные результаты, измеренное значение коэффициента теплопроводности также может варьироваться в пределах нескольких порядков величины [6]. Поэтому задача построения корректных моделей теплопроводности УНТ имеет важное значение.

## МОДЕЛЬ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ БЕЗДЕФЕКТНЫХ УНТ

Будем считать однослойную УНТ 2D объектом. Тогда, согласно [7] для однослойной УНТ справедлив закон Фурье в двумерной форме, в котором коэффициент теплопроводности имеет размерность  $\hat{Ao}/\hat{F}$ .

Из элементарной теории переноса следует, что коэффициент двумерной теплопроводности можно представить в виде [7]:

$$\kappa = \frac{1}{2}\rho \upsilon c_V L_B = \frac{1}{2s_2} \frac{C_2}{\mu} \upsilon^2 \tau_B, \qquad (1)$$

где  $\upsilon$  – скорость фононов – суть групповая, т.к. связана непосредственно с переносом энергии;  $\rho$  – двумерная плотность материала;  $L_B$  – длина баллистичности – длина свободного пробега фонона;  $\tau_B$  – время релаксации – время между столкновениями;  $c_v$  – удельная теплоемкость;  $C_2$  – молярная двумерная теплоемкость;  $\mu = 12 \frac{\tilde{a}}{\tilde{l} \hat{i} \ddot{e} \ddot{u}}$  – молярная (атомная) масса углерода;  $s_2 = \rho^{-1} = 2,63 \times 10^6 \tilde{i} \frac{2}{\tilde{e} \tilde{a}}$  – удельная поверхность.

Таким образом, для определения коэффициента двумерной теплопроводности УНТ необходимо найти выражения для теплоемкости, групповой скорости и времени релаксации.

Для нахождения теплоемкости воспользуемся общеизвестной моделью Дебая, рассматривающей только акустические длинноволновые фононы, т.е. фононы с линейным законом дисперсии. Но, т.к. рассматриваемый объект наноразмерный, то нижняя граница интегрирования по частоте отлична от нуля [8]. Введя такое предположение, мы получаем формулу для теплоемкости, схожую с [8], но отличающейся от приведенной учетом длины УНТ:

$$C_{2}(T,L) = \begin{bmatrix} 4R / \Theta_{D}^{2} - \Theta_{\min}^{2} \end{bmatrix} \begin{cases} 3T^{2} \int_{\Theta_{\min}/T}^{\Theta_{D}/T} \frac{z^{2} dz}{\exp[z] - 1} + \frac{1}{T} \frac{\Theta_{\min}^{3}}{\exp[\Theta_{\min}/T] - 1} - \frac{1}{T} \frac{\Theta_{D}^{3}}{\exp[\Theta_{D}/T] - 1} \end{cases}, (2)$$

где  $\Theta_{\min} = \frac{hv}{2Lk_B}$  - введенная по аналогии с  $\Theta_D$  (температурой Дебая) «минимальная» температура, соответствующая минимальной частоте фононов. Температура Дебая, в свою очередь, также начинает зависеть от длины УНТ через отношение числа атомов на единице длины структуры, которое различно для УНТ типа «зигзаг» и «кресло». Так для УНТ типа «зигзаг» и меем  $N/L_{c^2\bar{\alpha}\dot{\alpha}\dot{a}} = \frac{38\sqrt{3}\pi d}{87a^2}$ , а для типа «кресло» –

 $N/L_{paneor} = \frac{4\sqrt{3}\pi d}{9a^2}$  (*d* - диаметр, *a* – расстояние между ближайшими атомами в ячейке графена).

При комнатных и более низких температурах в графене и УНТ концентрация свободных носителей заряда мала и электрон-фононным рассеянием можно пренебречь по сравнению с фонон-фононным рассеянием и рассеянием на дефектах [9, 10]. Поскольку в нашем случае объектом исследования являются бездефектные однослойные УНТ, то  $\tau_{R}$ определяется фонон-фононным рассеянием.

Для времени рассеяния длинноволнового фонона в U-процессах с учетом трехфононного рассеяния второго порядка, Клеменсом, методами теории возмущений, было получено следующее выражение [11, 12]:

$$\frac{1}{\tau_B(\omega)} \cong \gamma^2 \frac{k_B T}{M \upsilon^2} \left[ 2 \frac{\omega^2}{\omega_D} + \gamma^2 \frac{k_B T}{M \upsilon^2} \omega_D \right],$$
(3)

где  $\gamma$  – параметр Грюнайзена,  $M = 4 \times 10^{-26} \hat{e} \tilde{a}$  – масса ячейки.

В качестве параметра Грюнайзена будем использовать значение  $\gamma = 1,24$ , полученное в работе [13].

В качестве групповой скорость будем приближено использовать усредненные по Дебаю скорости продольной  $(v_L = 37, 4 \times 10^3 i / \tilde{n})$  и поперечной  $(v_T = 29,5 \times 10^3 i / \tilde{n})$  звуковых волн, найденные в работе для графена [14]:

$$\upsilon = \left( 2 \left( \frac{1}{v_L^2} + \frac{1}{v_T^2} \right)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}} \Box 16, 2 \times 10^3 \, \tilde{t} / \tilde{n}, \tag{4}$$

Используя формулу (1) и полученные выражения для теплоемкости, скорости, времени релаксации можно получить зависимости для теплопроводности УНТ от ее температуры (Рис.1) и длины (Рис.2).



*Рис*. 1. Зависимости теплопроводности УНТ длиной 100 нм от температуры при конкретных диаметрах d

Как видно из *Puc*.1, при увеличении диаметра УНТ ее теплопроводность уменьшается в рамках данной модели. Наличие же пика — следствие того, что при увеличении температуры увеличивается число фононов, т.е. теплопроводность возрастает, однако одновременно с этим увеличивается интенсивность фонон-фононного рассеяния, что уменьшает коэффициент теплопроводности.



*Рис*. 2. Зависимости теплопроводности УНТ от длины при температуре 300 К и конкретных диаметрах

Как следует из *Puc.*2, при увеличении длины однослойной УНТ значение теплопроводности выходит на насыщение.

Из *Puc.*1 и *Puc.*2 также следует, что хиральность (в данном случае «зигзаг» и «кресло») однослойных УНТ фактически не сказывается на значении теплопроводности при любых длинах и диаметрах УНТ.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана модель теплопроводности бездефектных однослойных УНТ, основанная на известной модели теплоемкости Дебая и кинетической модели фононного теплопереноса, отличающаяся учетом длины УНТ путем уточнения модели Дебая и вклада фонон-фононного рассеяния в на основании формулы Клеменса. Показаны незначительные отличия между значениями теплопроводности для бездефектных однослойных УНТ для различных хиральностей («зигзаг», «кресло»). Установлены зависимости коэффициента теплопроводности бездефектных однослойных УНТ от их длины и температуры при конкретных диаметрах.

#### Литература

<sup>1.</sup> *Елецкий А.В.*, Транспортные свойства углеродных нанотрубок / Елецкий А.В. – УФН. – 2009. – V. 16 – Р. 225-241

<sup>2.</sup> *Елецкий А.В.* Углеродные нанотрубки и их эмиссионные свойства / Елецкий А.В. – УФН. – 2002. – V.35 – Р. 401-436

- 3. Dresselhaus M S, Eklund P C, Dresselhaus G, Science of fullerens and carbon nanotubes (San Diego: Academic Press, 1996)
- 4. Saito R, Dresselhaus M S, Dresselhaus G, Physical properties of carbon nanotubes (London: Imperial Colledge Press, 1998)
- 5. Dresselhaus M S, Dresselhaus G, Avouris P, Carbon nanotubes: synthesis, structure, properties and applications (Berlin: Springer, 2001)
- 6. *Balandin A*. Thermal properties of graphene and nanostructured carbon materials, Nature Materials 10, pp.569-581, 2011
- 7. Браже Р.А., Нефедов В.С., Теплопроводность углеродных супракристаллических нанотрубок / Браже Р.А., Нефедов В.С. ФТТ. 2012. V. 3 Р. 1435-1438
- 8. Кузнецов В.М., Хромов В.И., Фрактальное представление теории Дебая для исследования теплоемкости макро- и наноструктур, ЖТФ, том 78, вып. 11, 2008
- 9. Завальнюк В.В., Колебательные возбуждения в графене и углеродных нанотрубках с точечными дефектами: дис. канд. физ.-мат. наук: 01.04.02: защищена 21.12.2012. – Одесса, 2012. – 120 с.
- 10. Ziman J. M, 1960 Electrons and phonons. The Theory of Transport Phenomena in Solids / Ziman J.M. Oxford: Clarendon Press, 1960
- 11. Ecsedy D J, Klemens P G, Phys. Rev. B 15 5957 (1997)
- 12. Klemens P G, Pedraza D F, Carbon 32 735 (1994)
- 13. Reich S., Jantoljak H. and Thomsen C., Phys. Rev. B, 61, R13389 (2000)
- 14. Nika D L, Balandin A.A. Ph, onon transport in graphene (2012)

# АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ ТЕПЛОВОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕЛИНЕЙНЫМИ КОГЕРЕНТНЫМИ ПОТЕРЯМИ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ГЕНЕРАЦИИ НЕКЛАССИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ

## А. А. Сакович

## введение

Одним из способов устойчивого создания неклассических состояний в оптических системах является применение искусственно созданной диссипации. В работе [1] был рассмотрен один из возможных случаев – нелинейные когерентные потери (НКП). Было показано, что в системах с НКП возможно создание таких существенно неклассических состояний, как фоковские с произвольно высокой точностью. Однако в реальных системах НКП, как правило, сопровождаются дополнительными потерями: например, линейными потерями. В работе [2] была изучена эволюция системы, подверженной НКП вместе с линейными потерями или тепловым возбуждением. Было отмечено, что линейные потери приводят систему в вакуумное состояние, тогда как тепловое возбуждение приводит к устойчивой генерации неклассических состояний.