

$$X^i(t) = X_0 + \int_0^t dL^c(s) X^i(s) + \sum_{\mu_l \leq t} \Delta L^i(\mu_l) X^i(\mu_l -) + F(t) - F(0), \quad (2)$$

где $t \in T$, $i = \overline{1,4}$. В случае, когда $F(t) \equiv 0$, получаем однородную задачу.

Теорема 1. Система интегральных уравнений (2) имеет единственное решение в пространстве непрерывных справа функций ограниченной вариации.

В работе вводится понятие ассоциированных фундаментальных матриц как решения уравнений:

$$B^i(t, r) = E + \int_r^t dL^c(s) B^i(s, r) + \sum_{r < \mu_l \leq t} \Delta L^i(\mu_l) B^i(\mu_l -, r),$$

где $r, t \in T$, также исследуются свойства ассоциированных фундаментальных матриц.

Находятся представления этих ассоциированных решений через ассоциированные фундаментальные матрицы.

Теорема 2. Если существуют обратные матрицы $[E + \Delta L^i(t)]^{-1}$, $i = \overline{1,4}$ для любых $t \in T$, то решения линейных неоднородных уравнений (2) представляются в виде:

$$X^i(t) = B^i(t, 0) X^i(0) + \int_0^t B^i(t, \tau) dF^c(\tau) + \sum_{0 < s \leq t} B^i(t, s) \Delta F(s),$$

где $t \in T$, $i = \overline{1,4}$.

В исследовании рассматривается сопряженная задача, выписывается связь ассоциированных фундаментальных матриц исходной задачи и сопряженной.

Литература

1. Автунко Т.С., Лазакович Н.В., Русецкий А.Ю. Задача Коши для линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемифункций // Известия НАН Б. Сер. физ.-мат. наук. 2013. № 3. С. 83–92.
2. Автунко Т.С., Лазакович Н.В., Русецкий А.Ю. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с обобщенными коэффициентами в алгебре мнемифункций // Вестник БГУ. Сер. 1. 2013. № 2. С. 74–79.

@ВГУ

РАСЧЕТ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА С ЗАДАННОЙ НАЧАЛЬНОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ ЕГО ДВИЖЕНИЯ

С.А. СЕНЬКОВ, А.В. ЛОКТИОНОВ

The purpose of work is development of methods of calculation of small elliptic oscillation of a pendulum with a given initial angular velocity of its movement. Methodology of work is a comparative evaluation of methods of calculation of equations of motion of small oscillations of elliptic pendulum, the use of analytical research method of small oscillations of a pendulum with regard to its moment of inertia, considering the complex motion of a pendulum with a given initial angular velocity of its movement

Ключевые слова: расчет, малые колебания, угловая скорость, сложное движение, оценка

Получено дифференциальное уравнение гармонических колебаний эллиптического маятника, состоящего из ползуна, шарика и стержня. При этом используется координатный способ задания движения ползуна и шарика. Вертикальная ось проведена через начальное положение центра тяжести системы, который движется ввиду отсутствия горизонтальных внешних сил по вертикали. Принято, что в начальный момент ползун находится в покое, угловая скорость вращения шарика $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = 0$, угол отклонения $\varphi = \varphi_0 \neq 0$. Закон движения эллиптического маятника определялся из условия, что угол φ мал, $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$.

Исследования по расчету малых колебаний маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения при $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 \neq 0$ не проведены. Не получены расчетные формулы, определяющие закон движения малых колебаний эллиптического маятника с учетом момента инерции шарика относительно точки подвеса, не рассматривалось движение шарика как материальной точки, участвующей в сложном движении.

Расчет уравнения движения эллиптического маятника необходимо произвести как при $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\sin^2 \varphi \approx \varphi^2$, так и для расширенного диапазона колебаний, принимая при этом $\sin^2 \varphi \approx \varphi^2$ (справедливо в диапазоне от -40° до 40°).

Для малого угла отклонения и расширенного диапазона колебаний получены уравнения движения ползуна в зависимости от угла отклонения стержня от вертикальной оси и времени и маятника в зависимости от времени и заданной начальной угловой скорости его вращения.

Установлено, что расчетная формула, определяющая закон движения малых колебаний эллиптического маятника с учетом момента инерции, имеет громоздкий вид. Последнее объясняется тем, что центр масс шарика не совпадает с осью подвеса и усложняется формула по расчету кинетической энергии маятника, а, следовательно, и системы в целом.

Если шарик принять за материальную точку, участвующую в сложном движении, то упрощается формула для расчета кинетической энергии шарика и системы в целом и упрощается решение уравнения Лагранжа. Установлено также, что закон движения ползуна в зависимости от угла отклонения стержня от вертикальной оси и времени математически в обоих случаях имеют одинаковый вид. При этом значительно упрощается уравнение, выражающее закон движения малых колебаний эллиптического маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения, участвующего в сложном движении.

Следовательно, при исследовании малых колебаний эллиптического маятника с различными начальными условиями следует при расчетах рассматривать сложное движение шарика и не использовать расчетные формулы, содержащие момент инерции шарика относительно точки подвеса.

©ГрГУ им. Я.Купалы

НАНОКОМПОЗИЦИОННЫЕ ПЛАСТИЧНЫЕ СМАЗОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТЯЖЕЛОАГРУЖЕННЫХ УЗЛОВ ТРЕНИЯ

П.С. СЛАСТЕНОВ, Е.В. ОВЧИННИКОВ

The paper considers the possibility of improving the rheological and tribological properties of greases used in severe friction. The information about nanomodifiers entered in base composition greases improving rheological and tribological properties. The aim of this work was to develop formulations of lubricants for heavy friction, based on domestic raw materials with improved rheological and tribological properties

Ключевые слова: смазочные материалы, наномодификаторы, триботехнические характеристики

Одним из основных процессов, приводящих к выходу машин и механизмов из эксплуатации, является трение. Для уменьшения износа пар трения применяются разнообразные смазочные материалы, из которых наиболее распространенными являются смазки, получаемые из нефти путем ректификации. Номенклатура смазочных материалов чрезвычайно широка и непрерывно расширяется в связи с повышением требований потребителей по безопасности, комфортности движения и экологичности эксплуатации различных транспортных средств.

Нанокмпозиционные и нанофазные композиционные смазочные материалы являются востребованный продукций на рынках Европейского союза, США, СНГ. Применение наносмазок в узлах трения автомобильных агрегатов, токарных патронов позволяет повысить эксплуатационный ресурс данных механизмов.

Представляет интерес использовать в качестве функциональной присадки нанодисперсные частицы различной природы и технологии получения. В данной работе основное внимание уделено двум типам присадок, отличающихся технологией получения и природой происхождения. Одна из них – природный минерал кремний, нанофазные частицы которого получали путем производственного измельчения на роторно-цепной дробилке, а за тем проводили окончательное измельчение на пружинной мельнице до размера 3-5 мкм. Другим типом присадки является материал, который получен путем синтеза – ультрадисперсный политетрафторэтилен. Представляет интерес изучить влияние указанных модификаторов на структуру пластичных базовых смазок типа «Циатим-201»; «Итмол-150Н»; «Литол-24».

В ходе проведения данного исследования, определили, что введение в базовый состав смазочного материала модификаторов наноразмерной и нанометровой фазы, позволяет улучшить противозадирный и противоизносный эффект полученного состава. Выделены наиболее интересные модификаторы, такие как ультрадисперсный политетрафторэтилен и кремний. Изготовлены композиции на основе данных модификаторов. Определена методика исследования составов, посредством которой определялись реологические, структурные, триботехнические, морфологические характеристики, а так же термоактивность.

Из полученных результатов следует, что основной структурой составляющей кремния является α -кварц. В области 575 °С наблюдается переход α -кварца в β -кварц. Большое значение удельной поверхности и наличие широкого спектра легирующих допинговых элементов в кремне обуславливает