антов заданий), итога по каждому оцененному заданию и общей суммы баллов.

Для каждой дисциплины устанавливается отдельная копия модуля с собственными независимыми настройками [2].

Таким образом, подсистема «Менеджер заданий. Рейтинги» обеспечивает реализацию контроля процессов сдачи и проверки лабораторных работ и индивидуальных проектов.

Литература

1. *Казаченок В. В., Русаков А. А., Сотсков Ю. Н., Таранчук В. Б.* Информационно-образовательная среда на основе сетевых интерактивных технологий // Информатизация образования – 2012: материалы Междунар. науч. конф., г. Минск, 24–27 окт. 2012 г. / Ин-т ЮНЕСКО по ИТ в образовании, Белорус. гос. ун-т, Белорус. гос. пед. ун-т им. Максима Танка. – Минск, 2012. С. 153–158.
2. *Горовцова О. В., Таранчук В. Б.* О реализации модулей поддержки рейтинговой системы оценки знаний на сайте кафедры // Математическое образование: современное состояние и перспективы (к 95-летию со дня рождения профессора А. А. Столяра): материалы Междунар. науч. конф., МГУ им. А. А. Кулешова, 19–20 февр. 2014 г. Могилев: «МГУ им. А. А. Кулешова», 2014. С. 270–273.
3. *Таранчук, В. Б.* Вэб-среда для создания и сопровождения интерактивного сайта кафедры // Математическое и компьютерное моделирование систем и процессов: сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы. – Гродно: ГрГУ, 2013. С. 257–263.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ, ПОПАДАЮЩИХ В РАЗНЫЕ КЛАССЫ ПО КЛАССИФИКАЦИИ МАЛЕРА И КОКСМА

А. Г. Гусакова

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее важных разделов теории чисел является теория диофантовых приближений, основными вопросами которой являются приближения действительных чисел рациональными и алгебраическими числами. Интересной и актуальной проблемой является задача о распределении алгебраических чисел и некоторых функций от алгебраических чисел (например, дискриминант, результант, расстояние между алгебраическими числами). Результаты, представленные в данной работе, относятся к распределению алгебраических чисел.

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Приведём несколько определений, связанных с алгебраическими числами. Пусть имеется многочлен $P(x) = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0$ с целыми коэффициентами. Высотой многочлена $P(x)$ назовём следующую величину $H(P) = \max\limits_{0 \le j \le n} | a_j |$.

Действительное число α называется алгебраическим, если существует отличный от нуля многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами, для которого выполнено $P(\alpha) = 0$. Многочлен минимальной степени с взаимно-простыми коэффициентами, удовлетворяющий данному условию, называется минимальным многочленом алгебраического числа α.

Степенью алгебраического числа α называется степень его минимального многочлена $\deg \alpha = \deg P$, а высотой алгебраического числа α называется высота его минимального многочлена $H(\alpha) = H(P)$.

Перейдём к рассмотрению результатов, связанных с распределением алгебраических чисел в коротких интервалах. Пусть задан некоторый интервал $J = [a,b]$, где $0 < a < b$, достаточно большое целое число $Q > Q_0(a,b,n)$ и интервал $I \subset J$ длины $| I | = c_1(n) Q^{\lambda}$, $\lambda \le 1$. Многие задачи теории диофантовых приближений зависят от решения следующей задачи [1, 2]. При каком соотношении между Q и $| I |$ можно утверждать, что внутри интервала I находятся действительные алгебраические числа α степени $\deg \alpha = n \ge 1$ и высоты $H(\alpha) \le Q$?

Ответ на данный вопрос для алгебраических чисел третьей степени был дан в 2012 году в статьях [3, 4], а именно, были доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Для любого $Q \ge 1$ существует промежуток $I \subset J$ длины $| I | = 0.5 Q^{-1}$, который не содержит действительных алгебраических чисел α степени $\deg \alpha = n \le 3$ и высоты $H(\alpha) \le Q$.

Теорема 2. При достаточно большой величине c_2 и $Q > Q_0(a,b)$ любой интервал $I \subset J$, $| I | = c_2 Q^{\lambda}$, $\lambda \le 1$ содержит не менее, чем $c_3 Q^4 | I |$ действительных алгебраических чисел α степени $\deg \alpha = 3$ и высоты $H(\alpha) \le Q$.

Аналогичные результаты были получены В.И. Берником и Ф.Гетце для алгебраических чисел степени n.

В данной работе рассматриваются два обобщения теорем 1 и 2.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

В данном разделе приведены результаты, связанные с распределением алгебраических чисел с малой производной их минимального многочлена в корне. Иными словами исследуется распределение алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$ с условием $|P'(\alpha)| < Q^{1-v}$, где $0 \le v < 0.25$. Эти числа могут быть использованы при решении проблем различия классификаций Малера и Коксма, а также для построения T-чисел Малера [1, 2].

Теорема 3. Для любого $Q \ge 1$ существует промежуток $I \subset J$ длины $|I| = 0.25Q^{-1+v}$, который не содержит действительных алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$, с условием $|P'(\alpha)| < Q^{1-v}$, $0 \le v < 0.25$.

Теорема 4. При достаточно большой величине $c_4(n)$ и $Q > Q_0(a,b,n)$ любой интервал $I \subset J$, $|I| = c_4(n)Q^{-1+v}$ содержит не менее, чем $c_5(n)Q^{n+1-2v}|I|$ действительных алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$, с условием $|P'(\alpha)| < Q^{1-v}$, $0 \le v < 0.25$.

Несложно заметить, что при $v = 0$ и $n = 3$ данный результат аналогичен результату теорем 1 и 2. Для доказательства теорем 3 и 4 используется метод, предложенный в [3, 4].

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ В ОЧЕНЬ КОРОТКИХ ИНТЕРВАЛАХ

В данном разделе исследуется распределение алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$ в интервалах $|I| = c_6(n)Q^{\lambda}$ при $\lambda > 1$. Из теоремы 1 следует, что необходимо наложить некоторые дополнительные условия на интервал I.

Определение 1. Назовем интервал I длины $|I| = c_6(n)Q^{-1-\gamma}$ интервалом типа (Q,γ), $\gamma < 1$, если для всех рациональных чисел p/q, $|q| < 2Q^{\gamma}$, выполняется неравенство $|qd - p| > c_6(n)Q^{-1}$, где d – центр интервала I.

Иными словами, интервал I не содержит рациональных точек с малыми знаменателями.

Теорема 5. Для любого $Q \ge 1$ существует промежуток $I \subset J$ длины $|I| = 2^{-n-1}(n^2+n)^{-1}Q^{-1-\gamma_1 n}$, $\gamma_1 < 1/n$, с центром в рациональной точке p/q,

$1 \le q \le Q^{\gamma_1}$, который не содержит действительных алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$.

Из теоремы 5 в частности следует, что при $\gamma_1 n = 0.5$ существуют интервалы I длины $|I| = c_7(n)Q^{-3/2}$, которые не содержат алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$.

Теорема 6. При достаточно большой величине $c_8(n)$ и $Q > Q_0(a,b,n)$ любой интервал $I \subset J$, $|I| = c_8(n)Q^{-3/2}$ содержит не менее, чем $c_9(n)Q^{n+1}|I|$ действительных алгебраических чисел α степени $\deg\alpha = n$ и высоты $H(\alpha) \le Q$.

Теоремы 3 и 5 доказываются без труда за счёт выбора специального расположения интервалов I оценок сверху для результантов. Теоремы 4 и 6 получаются с помощью методов Спринджука [5], Берника [6] и Бересневича [7] метрической теории трансцендентных чисел.

Литература

1. *Бударина Н.В., Берник В.И., О'Доннелл Х.*, Действительные алгебраические числа третьей степени в коротких интервалах. Доклады НАН Беларуси, 54:4 (2012), 23–26.
2. *Bernik V., Goetze F., Kukso O.,* Regular systems of real algebraic numbers of third degree in small intervals. Anal. Probab. methods Number Theory, 2012, pp. 61–69, E. Manstavius et al. (Eds).
3. *Bugeaud Y.*, Approximation by Algebraic Numbers. Tracts in Mathematics, 160, Cambridge University Press, Cambridge, 2004, xvi+274 pp.
4. *Schmidt W.,* T-numbers do exist. Symposia Mathematica, IV (INDAM, Rome, 1968/1969), 1970, 3–26.
5. *Спринджук В.Г.*, Проблема Малера в метрической теории чисел. Наука и техника, Мн., 1967.
6. *Берник В.И.*, О точном порядке приближения нуля значениями целочисленных многочленов. Acta Arith., 53:1 (1989), 1 –28.
7. *Beresnevich V.*, On approximation of real numbers by real algebraic numbers. Acta Arith., 90:2 (1999), 97–112.

ДИССОЦИИРУЮЩИЕ МНОЖЕСТВА В ГРАФАХ

Е.М. Долженок

ВВЕДЕНИЕ

Подмножество вершин графа называется *диссоциирующим*, если степени вершин подграфа, порожденного этим множеством, не превышают единицы. Диссоциирующее множество называется максимальным, если оно не является собственным подмножеством некоторого другого дис-