Для решения проблемы асимптотической оптимальности метода предложено использовать комбинированный переобуславливателя Фурье-Якоби. В этом случае на многочисленных тестовых примерах показано отсутствие роста числа итераций с уменьшением шага сетки дискретной модели. Предложенная техника подтвердила эффективность при решении реальных задач электроимпендансной томографии [6].

Литература

- 1. *Самарский, А. А.* Теория разностных схем / А. А. Самарский. М.: Наука, 1977. 656 с.
- 2. Hageman, L. A. Applied iterative methods / L. A. Hageman, D. M. Young. London: Academic Press, 1981. 416 p.
- 3. Ольшанский, М. А. Лекции и упражнения по многосеточным методам / М. А. Ольшанский. М.: Физматлит, 2005. 168 с.
- 4. Дьяконов, Е.Г. Минимизация вычислительной работы. Асимптотически оптимальные алгоритмы для эллиптических задач / Е.Г.Дьяконов М., Наука, 1989. 272 с
- 5. *Barrett, R.* Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods / R. Barrett, M. Berry, T. F. Chan et al. SIAM, Philadelphia, 1994. 112 p.
- 6. Turovets, S. A 3D Finite-Difference BiCG Iterative Solver with the Fourier-Jacobi Preconditioner for the Anisotropic EIT / EEG forward problem. Computational and Mathematical Methods in Medicine / S. Turovets, V. Volkov, A. Zherdetsky, A. Prakonina and A. Malony 2014. 12 p.

©КИИ

КРОНА ДЕРЕВА КАК ФРАКТАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ

Д.В. РЕБКО, А.Н. КАМЛЮК

Crown of the tree was considered as a fractal object in research work. Task of determining the resistance force of tree crown based on probabilistic concepts was posed

Крона дерева, модель, фрактальный объект, сила сопротивления

Задачу о моделировании движения дерева невозможно решить неотрывно от задачи о протекании воздуха сквозь крону дерева. Очевидно, что силы сопротивления, возникающие при этом, и действующие на дерево серьезно влияют на характер его движения. Традиционно считается, что при малых скоростях сила сопротивления линейна по скорости, а при больших – пропорциональна квадрату скорости. Однако при протекании воздуха сквозь крону дерева скорость непрерывно меняется от нуля до некоторой максимальной скорости и непонятно, в какой момент необходимо применять линейную форму для силы сопротивления, а когда квадратичную. Данный факт объясняется тем, что крона дерева представляет собой фрактальный объект (пористую структуру), для которой, нельзя применить отмеченные выше рассуждения о зависимости силы сопротивления от скорости.

Многие природные объекты заполняют пространство не сплошь, а лишь частично. С этой точки зрения такие объекты представляют промежуточную форму между либо объемными (трехмерными) и плоскими (двумерными), либо плоскими и линейными (одномерными) фигурами. Такие объекты получили название фракталов [1]. Для фрактальных объектов «мерность» выражается дробными числами, а не целыми, как для привычных геометрических объектов. Одним из характерных свойств фрактальных объектов является самоподобие, т.е. подобие части объекта в ином масштабе целому объекту.

Особый класс представляют собой ветвящиеся фракталы. К таким объектам можно отнести ветки и кроны деревьев. Подход к изучению крон деревьев как фрактальных объектов применялся в ряде исследований. При этом рассматривалась либо целиком вся крона дерева как объемного тела, [2], либо анализировались отдельные ветки, которые в первом приближении принимались за плоские фигуры [3]. Вычисление фрактальной размерности реально существующих деревьев, основанное на данных наблюдений за деревьями в лесу или на открытой местности, проведено в ограниченном числе работ. Это может быть вызвано как относительной новизной фрактальной теории, так и трудностями методического характера.

Наличие данных о фрактальной размерности позволит определить силу сопротивления, возникающую при протекании воздуха сквозь крону дерева, и учесть это при исследовании динамики деревьев. При протекании воздуха сквозь крону дерева, как через фрактальный объект, скорость потока воздуха изменяется благодаря рассеянию частиц воздуха, а также вследствие потери импульса, затраченного на деформацию веток кроны. Детальное изучение взаимодействия воздушного потока с кроной дерева затруднительно, поэтому в дальнейшем может быть применен вероятностный подход. В результате задачу прохождения воздушного потока можно решить на основе вероятностных представлений, подобно тому как это делается при анализе рассеяния частиц и поглощения излучения [4].

Литература

- 1. *Федер Е.* Фракталы / Е. Федер. М.: Мир, 1991. 261 с.
- 2. Zeide, B. A method for estimation of fractal dimension of tree crown / B. Zeide, P. Pfeifer // Forestscience. 1991. –Vol. 37. P. 1253–1265.

- 3. Гурцев, А. И. Фрактальная структура ветви дерева/ А. И. Гурцев, Ю. Л. Цельникер // Сибирский экологический журнал. -1999. T. 4. C. 431 441.
- 4. *Денис, Джс.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. М.: Мир, 1988. 440 с.

© ΓΓΤΥ

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ КРУГЛЫХ ТОНКИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

О.В. РОГОВЦОВА, К.С. КУРОЧКА

It seems a mathematical model of a thin circular sandwich plate under the vertical load on the basis of the finite element method using an axisymmetric finite element advantage is the small dimension of the resulting stiffness matrix in sufficient accuracy for practical use calculations

Ключевые слова: математическое моделирование, метод конечных элементов, прогиб трехслойных пластин

1. Введение

В настоящее время все большее применение находят трехслойные элементы конструкций. Совместное использование материалов с существенно различающимися термомеханическими характеристиками позволяет получать в рамках конструкции новые полезные свойства, недостижимые при применении однородных элементов. Прочные и жесткие несущие слои обеспечивают необходимые значения деформаций, а внутренние слои, перераспределяя усилия между несущими слоями, могут также выполнять и ряд других функций [1].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается тонкая круглая трехслойная пластинка под действием вертикальной поперечной нагрузки в цилиндрической системе координат. Пластина состоит из внешних несущих слоев 1 и 2 соответственно толщиной h_1 и h_2 и жесткого заполнителя толщиной h_0 , воспринимающего нагрузку в тангенциональном направлении. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев, при этом пластина может быть свободно оперта, шарнирно оперта или защемлена. Перемещения в каждом слое будут определяться из уравнения Софи Жермен – Лагранжа. Для слоев пластины принимаются гипотезы Кирхгофа [1].

3. Построение математической модели

Для построения математической модели воспользуемся методом конечных элементов на основе вариационного принципа Лагранжа [1, 2]. Будем использовать осесимметричный конечный элемент [2]. В качестве искомой функции принимается прогиб. Для тонкой круглой пластины будут отсутствовать сдвиговые деформации, т.е. векторы деформаций и напряжений будут содержать только прогиб.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате были получены соотношения для аналитического вычисления локальных матриц жесткости, что минимизирует погрешность при нахождении глобальной матрицы жесткости и позволяет ускорить процесс ее формирования.

Достоинством предлагаемой математической модели и методики ее применения является использование осесимметричных конечных элементов, позволяющих для дискретизации исследуемой пластины применять меньшее число узлов, чем при использовании элементов других типов.

Литература

- 1. *Старовойтов*, Э.И. Деформирование трехслойных элементов конструкций на упругом основании [монография] / Э.И. Старовойтов, А.В. Яровая, Д.В. Леоненко. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 379 с.
- 2. Zienkiewicz, O.C. The finite element method for solid and structural mechanics. Sixth edition / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. Oxford: Elsivier, 2005. 631 p.

©БГТУ

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРАЖКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ В КОМПОЗИТНЫХ ПЛЕНКАХ ФТАЛОЦИАНИН МЕДИ-ПОЛИСТИРОЛ

Л.Д. РУСАК, А.Е. ПОЧТЕННЫЙ

The effect of adsorbed oxygen on the conductivity of laser evaporated copper phthalocyanines – poly-styrene films of with variable surface topography was studied using the method of cyclic thermodesorption. The results are interpreted in terms of a two-lewel hopping conductivity model. Microscopic parameters of the electron hopping transport (the radius of electron localization in the intrinsic and impurity states and the concentration of localization centers) are evaluated. The region of oxygen concentration in which the electron transport proceeds by hopping via intrinsic states, or impurity localized electron states, or a combined system involving the states of both types are determined

Ключевые слова: органический полупроводник, прыжковая проводимость