стороны, предполагая, что уровни значений курсов валют и цен на драгоценные металлы непосредственно подвержены автокорреляционной зависимости, были рассмотрены адаптивные модели исследуемых финансовых временных рядов. Построены модели в классе *ARIMA*(p,d,q), и с помощью специального статистического сравнения выбраны наиболее лучшие модели для краткосрочного прогнозирования.

Выявлено долгосрочное равновесие между курсами валют и ценами на золото и серебро. Установлено, что временные ряды валютного курса и цен на драгметаллы являются коинтегрированными первого порядка. Построены векторные модели коррекции ошибок для интегрированных временных рядов валютных курсов по отношению к белорусскому рублю и цен на золото и серебро.

Литература

1. Харин, Ю. С. Эконометрическое моделирование : учебное пособие / В. И. Харин [и др.]. – Мн. : БГУ, 2003.

ФУНКЦИЯ ДЮЛАКА-ЧЕРКАСА В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ ЧИСЛА И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ СИСТЕМЫ КУКЛЕСА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

***А.В. КУЗЬМИЧ,* А.А. ГРИНЬ**

In this paper we consider an real generalized Kukles system where the derivative $\dot{y}$ represents a polynomial of the fifth degree concerning a phase variable *y*. Factors of this polynomial smoothly depend on a phase variable x and continuously depend on parameter μ. At zero value of parameter considered Kukles system is a linear conservative system. The subject of investigation is the limit cycles bifurcating under a perturbation of a conservative system. The place of Dulac-Cherkas function and Pontrjagin's criterion in a solution of a problem of limit cycles number and their localization is uncovered. The research objective is to work out an approach to the problem of existence of the limit cycle based on Dulac-Cherkas function and Pontrjagin's criterion. The derived results can be applied in the qualitative theory and theory of bifurcations of ordinary differential equations as well as in the theory of nonlinear oscillations

Ключевые слова: предельный цикл, функция Дюлака-Черкаса

Рассмотрим класс автономных дифференциальных систем на плоскости, представляющих собой обобщение системы Куклеса [1]

$$\frac{dx}{dt} = y \equiv P(x,y), \frac{dy}{dt} = -x + \mu\sum_{i=0}^{5} h_i(x,\mu)y^i \equiv Q(x,y), X = (P,Q), \quad (1)$$

где функции $h_i : R \times R \to R, i = \overline{0,5}$ являются непрерывными по параметру μ и непрерывно дифференцируемыми по переменной *x*, причем полагаем, что

$$h_5(x,\mu) \neq 0.$$

Для оценки числа и локализации предельных циклов в некоторой области $\Omega \subseteq R^2$ структурно устойчивых систем на плоскости применяется обобщенный подход Л.А. Черкаса [2] к критерию Дюлака, который, в случае системы (1), заключается в нахождении функции $\Psi(x,y,\mu)$, которая удовлетворяет неравенству

$$\Phi(x,y,\mu) = k\Psi \mathrm{div} X + \frac{\partial\Psi}{\partial x}P + \frac{\partial\Psi}{\partial y}Q > 0(<0) \ \ \forall(x,y)\in\Omega, \forall\mu\in I\subseteq R, \quad (2)$$

где числовой промежуток *I* не содержит бифуркационных значений параметра μ. При этом функция $\Psi(x,y,\mu)$ предполагается непрерывной по всем аргументам и непрерывно дифференцируемой по фазовым переменным *x*,*y*. Если при некоторых значениях параметра $\mu\in I$ система (1) в области Ω является структурно неустойчивой, то к ней указанный подход в использовании функции $\Psi(x,y,\mu)$ напрямую не применим.

С помощью построения функции Дюлака-Черкаса в виде $\Psi(x,y,\mu) = \Psi_0(x,\mu) + \Psi_1(x,\mu)y + \Psi_2(x,\mu)y^2$ и сведения соответствующей функции $\Phi(x,y,\mu)$ к виду $\Phi(x,y,\mu) = \Phi_0(x,\mu)$ и используя критерий Понтрягина, получен следующий результат.

Теорема 1. Автономная система

$$\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -x + \mu\left(\frac{15}{8a^2}(ax^2-c)^3 y + \frac{5}{2a}(ax^2-c)^2 y^3 + (ax^2-c)y^5\right) \quad (3)$$

имеет функцию Дюлака-Черкаса в форме $\Psi(x, y, \mu) = ax^2 + ay^2 - c$ с произвольными $a, c \in R$ для всех $x, y \in R$ и $\mu \neq 0$ Это значит, что для всех значений μ система (3) имеет не более одного предельного цикла во всей фазовой плоскости при $ac > 0$

Литература

1. *Куклес И.С.* О некоторых случаях отличия фокуса и центра // Доклады АН СССР. 1944. Т.44. № 5. С. 208–211.
2. *Черкас Л.А.* Функция Дюлака полиномиальных автономных систем на плоскости // Дифференциальные уравнения. 1997. Т.33. № 5. С. 689–699.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ОБЛАСТИ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ ВЕКТОРНЫМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

***А.А. КУХАРЕНКО*, К.С. КУРОЧКА**

A mathematical model to simulate the electromagnetic field distribution in the near zone of spherical particles. As a numerical method used vector finite element method. To analyze the tasks apply rib elements and irregular grid of tetrahedra. An algorithm is proposed based on the analysis of results allow to convert the local to the global field

Ключевые слова: компьютерное моделирование, нанокомпозиты, электромагнитное поле, векторный метод конечных элементов

Сегодня широкое применение находят нанокомпозиты – материалы с включениями наночастиц металлов [1]. Сроки их получения очень велики и требуют дорогостоящих натурных экспериментов. Поэтому применяют компьютерное моделирование [2] для проверки параметров синтезируемых материалов на основе виртуальной модели, построенной на компьютере. Это позволяет сократить затраты и сроки, а также дать возможность проводить большее количество экспериментов для различных параметров.

Предлагается использование векторного метода конечных элементов для анализа распределения электромагнитного поля [3]. На его основе построена математическая модель, которая использует нерегулярную сетку из тетраэдров, а сами элементы – реберные [4].

На основании модели был разработан программный комплекс, получивший название ElectroMagnaticFieldFEMModeler (EMFFM). Среди преимуществ можно отметить наличие универсального формата описания задачи, трехмерной геометрии объектов задачи, графический пользовательский интерфейс и экспорт результатов решения.

Для верификации использовалась задача о распределении электромагнитного поля вокруг сферической частицы, имеющая аналитическое решение – теория Ми [5].

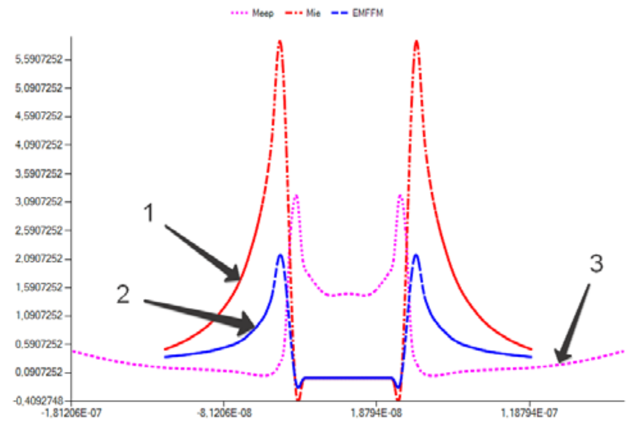

Рис. 1 – Результаты решения задачи разными комплексами и методами:
1 – теория Ми, **2** – комплекс EMFFM, 3 – программа MEEP

Разработанное программное обеспечение и предложенная математическая модель дают результаты с достаточной точностью и степенью адекватности.

Литература

1. *Климов В. В.* Наноплазмоника / В. В. Климов. – М.: Физматлит, 2009. – 480 с.
2. *Ибрагимов И. М.* Основы компьютерного моделирования наносистем: Учебное пособие / И. М. Ибрагимов, А. Н. Ковшов, Ю. Ф. Назаров. – СПб.: Издательство “Лань”, 2010. – 384 с.: ил.
3. *Jianming, J.* Theory And Computation Of Electromagnetic Fields / J. Jianming – John Wiley & Sons, 2010. – 616 p.
4. *Jianming, J.* The Finite Element Method in Electromagnetics. 2nd edition. / J. - M. Jin – New York : Wiley, 2002. – 780 p.
5. *Хюлст ван де Г.* Рассеяние света малыми частицами. / Г. ван де Хюлст. – М.: Издательство иностранной литературы, 1961. – 537 с.