

где U – некоторая ограниченная и измеримая $(m \times n)$ -матрица, получим однородную систему $\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t \geq 0$, (2) матрица коэффициентов которой также локально интегрируема и интегрально ограничена. Известно, что в этом случае система (2) имеет конечные показатели Ляпунова [1, с. 245] $\lambda_1(A + BU) \leq \dots \leq \lambda_n(A + BU)$. Задача о построении для системы (1) обратной связи $u = U(t)x$, обеспечивающей выполнение равенств $\lambda_i(A + BU) = \mu_i$, $i = \overline{1, n}$, для произвольных заранее заданных вещественных чисел $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_n$, называется *задачей глобального управления характеристическими показателями Ляпунова* [2, с. 184]. Е.Л. Тонков [3] предложил решать данную задачу при следующем предположении. Система (1) называется *равномерно вполне управляемой*, если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geq 0$ и $x \in \mathbb{R}^n$ на отрезке $[t_0; t_0 + \sigma]$ найдется измеримое и ограниченное управление u , при всех $t \in [t_0; t_0 + \sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leq \gamma \|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ системы (1) в ноль на этом отрезке.

В рамках такого подхода целым рядом авторов были получены различные условия управляемости характеристических показателей Ляпунова линейных нестационарных систем, большую часть из которых содержит монография [2]. Однако метод, предложенный ее авторами, ввиду своей специфичности, не мог быть распространен уже на системы (2) с кусочно-непрерывными и ограниченными коэффициентами. В связи с этим возникла задача обобщения результатов, содержащихся в [2], на более широкий класс систем (2), например, систем с разрывными и быстро осциллирующими коэффициентами. А.А. Козловым в статье [4] на основании иного, чем у Е.К. Макарова и С.Н. Поповой, подхода была доказана глобальная управляемость показателей Ляпунова двумерных систем вида (2) с такими коэффициентами в случае равномерной полной управляемости соответствующей системы (1), а позднее, в цикле работ [5,6], им, совместно с А.Д. Бураком, эти результаты были распространены и на трехмерный случай систем (2). Обобщая этот подход, авторам данной работы удалось установить следующее утверждение:

Теорема. Пусть $n = 4$, $m \in \{1, \dots, 4\}$. Если система (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема, то показатели Ляпунова соответствующей замкнутой системы (2) глобально управляемы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования (студенческий грант №20130402).

Литература

1. Былов Б.Ф. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам. М.: Наука. 1966. 576 с.
2. Макаров Е.К., Попова С.Н. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем. Минск: Беларус. навука. 2012. 407 с.
3. Тонков Е.Л. // Дифференц. уравнения. 1979. Т.15. №10. С. 1804–1813.
4. Козлов А.А. // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44. № 10. С. 1319–1335.
5. Козлов А.А., Бурак А.Д. // Веснік ВДУ. 2013. № 3(75). С. 29–45.
6. Козлов А.А., Бурак А.Д. // Веснік ВДУ. 2013. № 5(77). С. 11–31.

ГТУ им. Ф Скорины

ОБОБЩЕННО МОДУЛЯРНЫЕ И ПЕРМУТИРУЕМЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

В.А. ВАСИЛЬЕВ, А.Н. СКИБА

A subgroup H of a group G is called m -supplemented in G if there exists a subgroup K of G such that $G=HK$ and $H \cap K \leq H_m G$. A subgroup H of a group G is called permutable (strong permutable) in G if $P_G(H)=G$ ($P_U(H)=U$ when $H \leq U \leq G$). Based on these concepts groups with m -supplemented and permutable (strong permutable) subgroups were studied

Ключевые слова: конечная группа, m -добавляемая подгруппа, пермутируемая подгруппа, сильно пермутируемая подгруппа, p -нильпотентная группа

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны. Отметим, что модулярная подгруппа является модулярным элементом (в смысле Куроша) решетки всех подгрупп группы. Каждая подгруппа H группы G обладает наибольшей содержащейся в ней модулярной подгруппой HmG группы G . В работе [1] нами было введено следующее обобщение понятия модулярной подгруппы.

Определение 1. Подгруппа H группы G называется m -добавляемой в G , если в G существует такая подгруппа K , что $G=HK$ и $H \cap K \leq HmG$.

На основе данного понятия нами был получен следующий результат.

Теорема 1 [2]. Пусть G – группа и P – силовская p -подгруппа группы G , где p – простой делитель $|G|$. Предположим, что по крайней мере одно из следующих утверждений выполняется:

(i) $(p-1, |G|) = 1$ и каждая максимальная подгруппа из P , не имеющая p -нильпотентного добавления в G , является m -добавляемой в G .

(ii) $(p-1, |G|) = 1$ и каждая циклическая подгруппа из P простого порядка или порядка 4 (если $p = 2$ и P неабелева), не имеющая p -нильпотентного добавления в G , является m -добавляемой в G .

Тогда G является p -нильпотентной группой.

Также были введены следующие понятия.

Определение 2 [3]. Пусть H – подгруппа группы G . Будем говорить, что:

1) H является пермутируемой в G , если $PG(H)=G$;

2) H является сильно пермутируемой в G , если $PU(H)=U$ когда $H \leq U \leq G$.

На основе этих понятий были получены следующие результаты.

Теорема 2 [3]. Пусть G – метанильпотентная группа. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) G сверхразрешима;

2) каждая силовская подгруппа из G сильно пермутируема в G ;

3) каждая силовская подгруппа из G пермутируема в G .

Теорема 3 [3]. Пусть G – группа. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) G сверхразрешима;

2) каждая пронормальная подгруппа из G сильно пермутируема в G ;

3) каждая пронормальная подгруппа из G пермутируема в G ;

4) каждая холлова подгруппа из G сильно пермутируема в G ;

5) каждая холлова подгруппа из G пермутируема в G .

Литература

1. Васильев, В.А. Об одном обобщении модулярных подгрупп / В.А. Васильев, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2011. – Т. 63, №10. – С. 1314–1325.
2. Васильев, В.А. О p -нильпотентности одного класса конечных групп / В.А. Васильев // Проблемы физики, математики и техники, 2013, №3 (16). – С. 61–65.
3. Васильев, В.А. Пермутируемые подгруппы и их приложения в конечных группах / В.А. Васильев, А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева // Проблемы физики, математики и техники, 2013, №2 (15). – С. 35–38.

©БГУ

ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ КЛЕТОК В МОНОСЛОЕ

Н.В. ВАСИЛЬЕВ

It was shown that the formation of cell monolayer on the surface of the sensor leads to the decrease of system capacity. In this case the capacity of sensor with cell monolayer decreases with increasing of monolayer density and gap junction communication degree. This enables to carry out the electrophysical monitoring of the cultural growth phase and cell-cell adhesion under the influence of drugs

Ключевые слова: встречно-штыревые емкостные сенсоры, покрытия Лэнгмюра-Блоджетт, клеточный монослой, межклеточная щелевая коммуникация, клеточная адгезия

Биоаналитические исследования действия широкого ряда фармакологических веществ на клетки требуют создания новых высокочувствительных сенсорных устройств, позволяющих быстро и неинвазивно оценивать происходящие функциональные изменения. Биоимпедансная спектроскопия является перспективным методом для такого рода исследований.

Цель работы – изучить электрофизические параметры монослоя клеток глиомы крысы линии С6 в зависимости от их функционального состояния.

Методом световой микроскопии проведен морфологический анализ монослоев клеток глиомы, выращенных на различных модифицированных диэлектрических покрытиях на основе металлосодержащих пленок Лэнгмюра-Блоджетт с многослойными углеродными нанотрубками. Установлено, что клетки контрольного образца (на поверхности стекла) и клетки, культивируемые на покрытиях, имеют схожую звездчатую форму с большим количеством отростков и межклеточных контактов, формируя плотный монослой. Это свидетельствует о биосовместимости чувствительных покрытий с клетками глиомы.

С использованием встречно-штыревых емкостных сенсоров были определены электрофизические характеристики культивируемых клеточных монослоев. Показано, что формирование клеточного монослоя на поверхности сенсора приводит к снижению емкости системы (рисунки 1). Емкость сенсора с клеточным монослоем понижается при повышении плотности клеток и степени межклеточной коммуникации. Это позволяет осуществлять электрофизический мониторинг фазы роста культуры и адгезии клетка-клетка при воздействии препаратов.