РАЦИОНАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

***Е.Р. БИБИЛО*, И.П. МАРТЫНОВ**

This article is devoted to the irrational solutions of the nonlinear differential equations and systems construction. The constructed two-parameter rational solutions meet the negative (different from -1) resonances of the equation

Ключевые слова: резонансы, рациональное решение

В работе [1] авторы говорят о том, что отрицательные резонансы до сих пор все еще полностью не поняты и на современном этапе представляют большой интерес, однако в работе [2] приведена формула, которая позволяет построить рациональные решения дифференциальных уравнений по отрицательным резонансам.

Рассмотрим применение формулы для нахождения рациональных решений нелинейных дифференциальных уравнений и систем на примере дифференциального уравнения

$$w'w''' = \frac{2}{3}w''^2 + \frac{1}{3}ww'w'' + 3w'^3 - \frac{1}{3}w^2w'^2 \tag{1}$$

и системы дифференциальных уравнений

$$x' = -x^2 - 3xy - 3xz, \quad y' = xy + 3y^2 + 2yz, \quad z' = xz + z^2. \tag{2}$$

Дифференциальному уравнению (1) соответствуют наборы $(1;-10;-1,-5,6)$, $(1;-1;-1,1,3)$. [3] По отрицательному резонансу $r=-5$ построим его двухпараметрическое рациональное решение

$$w = \frac{-5(t-t_0)^4\left(2(t-t_0)^5 + h\right)}{(t-t_0)^{10} + h(t-t_0)^5 + \frac{1}{54}h^2}. \tag{3}$$

Решениям системы (2) отвечает набор $\left(1;-3,-\frac{2}{3},2;-1,-2,6\right)$, где $s=1$ означает наличие решений с полюсом первого порядка, $-3,-\frac{2}{3},2$ – вычеты у компонент x,y,z, $-1,-2,6$ – резонансы. По отрицательному резонансу $r=-2$ строим двухпараметрическое рациональное решение

$$x = \frac{-3(t-t_0)^2 + c}{(t-t_0)\left((t-t_0)^2 - c\right)}, \quad y = \frac{-2(t-t_0)}{3(t-t_0)^2 + c}, \quad z = \frac{2(t-t_0)}{(t-t_0)^2 - c}. \tag{4}$$

Таким образом, верна

Теорема. Уравнение (1), система (2) имеют двухпараметрические рациональные решения (3), (4) соответственно.

Литература

1. *Peter A. Clarkson*. Symmetry and the Chazy equation / Peter A. Clarkson, Peter J. Olver // Journal of Differential Equations. – 1996. – № 124. – pp. 225 – 246.
2. *Здунек, А.Г.* О рациональных решениях дифференциальных уравнений / А.Г. Здунек, И.П. Мартынов, В.А. Пронько // Вест. ГрГУ. Сер.2. – 2000. – №3. – с.33 – 39.
3. *Ванькова, Т.Н.* О некоторых аналитических свойствах решений алгебраических дифференциальных уравнений / Т.Н. Ванькова, И.П. Мартынов, О.Н. Парманчук, В.А. Пронько // Весн. ГрДУ. Сер. 2. – 2008. – № 1 (64). – С. 8 – 16.

О ГЛОБАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА ЛИНЕЙНЫХ БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ СИСТЕМ

***А.Д. БУРАК*, А.А. КОЗЛОВ**

We give sufficient conditions for the global controllability of Lyapunov exponents of four-dimensional linear systems with locally integrable and integrally bounded coefficient

Ключевые слова: глобальное управление характеристическими показателями Ляпунова

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему обыкновенных дифференциальных уравнений $\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geqslant 0,$ (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Замкнем систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$,