

голографического интерферометра, позволяющего проводить интерференционные исследования объектов без приложения к кристаллу внешнего электрического поля.

В основу работы оптимизированного интерферометра положен принцип использования опорной системы интерференционных полос, создаваемых до начала проведения контроля изменения толщины объекта [4, 5]. Результаты предварительной лабораторной апробации оптической схемы интерферометра представлены на *рисунке 1*.

Возможность интерферометра фиксировать изменения толщины прозрачных и зеркальных объектов дает возможность использовать его в прикладных целях – контроле толщины покрытий оптических элементов отраженным или прошедшим зондирующим излучением.

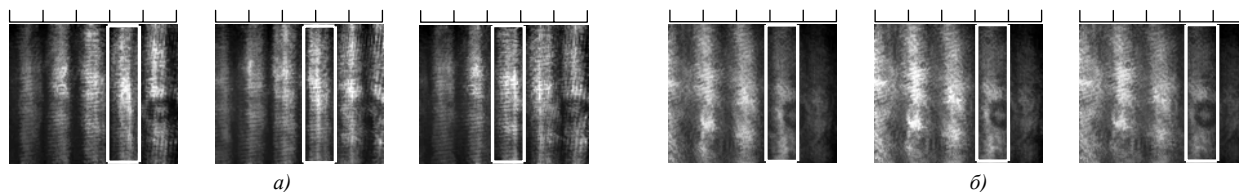


Рис. 1. Последовательное смещение опорной системы интерференционных полос: а) при изменении толщины прозрачного объекта, б) при изменении толщины зеркального объекта в направлении нормали к его отражательной поверхности. Рамкой белого цвета выделена произвольно выбранная светлая интерференционная полоса, смещение которой происходит относительно горизонтальной оси

Литература

1. Sochava, S. L. Holographic interferometry using – 1-order diffraction in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystals / S. L. Sochava, R. C. Troth, S. I. Stepanov // J. Opt. Soc. Am. B. – 1992. – Vol. 9, № 8. – P. 1521-1527.
2. Шандаров, С. М. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах / С. М. Шандаров, В. М. Шандаров, А. Е. Мандель и др. – Томск: ТУСУР, 2007. – 242 с.
3. Шепелевич, В. В. Голография в фоторефрактивных оптически активных кристаллах / В. В. Шепелевич. – Минск: Изд. центр БГУ, 2012. – 254 с.
4. Макаревич, А. В. Применение голографического интерферометра на основе фоторефрактивных кристаллов для контроля изменения толщины прозрачных объектов / А. В. Макаревич, М. В. Дубина, В. В. Шепелевич и др. // Прикладные проблемы оптики, информатики, радиофизики и физики конденсированного состояния: материалы второй Междунар. науч.-практ. конф., 27-28 фев. 2013 г., Минск. / редкол.: В.И. Попечич (гл. ред.), Ю.И. Дудчик. – Минск: 2013. – С.65-67.
5. Макаревич, А. В. Голографический интерферометр на основе фоторефрактивных кристаллов для контроля изменения толщины покрытий оптических элементов / А. В. Макаревич, М. В. Дубина, В. В. Шепелевич и др. // IV Конгресс физиков Беларуси (24-26 апреля 2013 г.): Сборник научных трудов./ редкол.: С.Я. Килин (гл. ред) [и др.]. – Минск: Ковчег, 2013. – С. 121-122.

© ГГУ им. Ф.Скорины

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ГАНКЕЛЕВЫХ ОПЕРАТОРОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ С КОМПАКТНЫМИ АБЕЛЕВЫМИ ГРУППАМИ

Р.В. ДЫБА, А.Р. МИРОТИН

Three criteria boundedness for classical Hankel operators is generalized to compact abelian groups with linearly ordered duals

Ключевые слова: компактная абелева группа, линейно упорядоченная группа, оператор Ганкеля

Пусть G – компактная абелева группа. Обозначим через X группу характеров группы G и будем предполагать, что X является линейно упорядоченной группой с положительным конусом X_+ . «Крышкой» будем обозначать преобразование Фурье в группе G .

Рассмотрим пространство $l^2(X_+) = \{f: X_+ \rightarrow \mathbb{C} \mid \sum_{\chi \in X_+} |f(\chi)|^2 < \infty\}$. Система индикаторов $\{1_\chi\}_{\chi \in X_+}$ является ортонормированным базисом в $l^2(X_+)$.

Определение. Оператор $\Gamma: l^2(X_+) \rightarrow l^2(X_+)$ называется *оператором Ганкеля в $l^2(X_+)$* , если существует такая функция a на X_+ , что

$$\langle \Gamma 1_\chi; 1_\xi \rangle = a(\chi\xi) \quad \forall \chi, \xi \in X_+$$

(угловые скобки обозначают скалярное произведение в $l^2(X_+)$).

Теорема 1. Оператор Ганкеля Γ ограничен тогда и только тогда, когда $\exists \psi \in L^\infty(G) \quad \forall \chi \in X_+ \quad \widehat{\psi}(\bar{\chi}) = a(\chi)$. При этом

$$\|\Gamma\| = \inf \{ \|\psi\|_\infty \mid \widehat{\psi}(\bar{\chi}) = a(\chi) \}.$$

Введем пространство $BMO(G) = \{f + \tilde{g} \mid f, g \in L^\infty(G)\}$, где $\tilde{g}$ – функция, гармонически сопряженная с функцией g , и положим.

Теорема 2. Оператор Ганкеля Γ ограничен тогда и только тогда, когда функция $\varphi := \sum_{\chi \in X_+} a(\chi)\chi$ принадлежит $BMO(G) \cap H^1(G)$.

Введем оператор $H_\varphi: H^2(G) \rightarrow H_-^2(G)$, определяемый равенством $H_\varphi = P_-(\varphi f)$, $\varphi \in L^\infty(G)$. Его будем называть *оператором Ганкеля в $H^2(G)$* .

Теорема 3. Пусть $\psi \in L^2(G)$. Следующие утверждения эквивалентны:

- 1) оператор H_φ ограничен;
- 2) $\exists \psi_1 \in L^\infty(G)$ такая, что $\widehat{\psi_1}(\chi) = \widehat{\varphi}(\chi) \forall \chi \in X_-$;
- 3) $P_-\varphi \in BMO(G)$.

Если выполнено одно из условий 1-3, то

$$H_\varphi = \inf \left\{ \|\psi_1\|_\infty \mid \widehat{\psi_1}(\chi) = \widehat{\varphi}(\chi) \forall \chi \in X_- \right\}.$$

Литература

1. Пеллер, В.В. Операторы Ганкеля и их приложения / В.В. Пеллер. // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». - 2005. - 1028 с.
2. Миротин, А.Р. Гармонический анализ на абелевых полугруппах / А.Р. Миротин // - Гомель: ГГУ, 2008. - 207 с.

© ГГУ им. Ф.Скорины

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ, У КОТОРЫХ ВСЕ N-МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ U-СУБНОРМАЛЬНЫ

В.А. КОВАЛЕВА, А.Н. СКИБА

In this paper, we describe finite soluble groups in which every n-maximal subgroup is U-subnormal

Ключевые слова: n-максимальная подгруппа, разрешимая группа, сверхразрешимая группа, минимальная не-сверхразрешимая группа, U-субнормальная подгруппа

Все рассматриваемые в работе группы являются конечными. Символ $\pi(G)$ обозначает множество простых делителей порядка группы G , символ U – класс всех сверхразрешимых групп.

Напомним, что подгруппа H группы G называется 2-максимальной (второй максимальной) подгруппой в G , если H является максимальной подгруппой в некоторой максимальной подгруппе M группы G . Аналогично могут быть определены 3-максимальные подгруппы и т.д. Максимальная подгруппа H группы G называется U-нормальной в G , если G/H_G принадлежит U . Подгруппа H группы G называется U-субнормальной в G , если либо $H = G$, либо найдется такая цепь $H = H_0 < \dots < H_n = G$, что H_{i-1} – U-нормальная максимальная подгруппа в H_i для всякого $i = 1, 2, \dots, n$.

Нами исследовалось строение групп, у которых все n-максимальные подгруппы U-субнормальны. В частности, нами получено полное описание групп, все 2-максимальные или 3-максимальные подгруппы которых U-субнормальны. Кроме того, нами получены следующие сверхразрешимые аналоги результатов А. Манна [1].

Теорема 1. Если каждая n-максимальная подгруппа разрешимой группы G U-субнормальна в G и $|\pi(G)| \geq n+2$, то G сверхразрешима.

Теорема 2. Пусть G – разрешимая группа с $|\pi(G)| \geq n+1$. Тогда в том и только в том случае все n-максимальные подгруппы G являются U-субнормальными в G , когда G является группой одного из следующих типов:

I. G сверхразрешима.

II. G является полупрямым произведением подгрупп A и B , где $A = G^U$ и B – холловы подгруппы в G , G дисперсивна по Оре и выполняются следующие условия:

(1) подгруппа A либо является полупрямым произведением подгрупп $N_1, \dots, N_t$ ($t \geq 2$), где N_i – минимальная нормальная подгруппа в G , являющаяся силовой подгруппой в G ($i = 1, \dots, t$), либо является силовой p -подгруппой в G экспоненты p для некоторого простого числа p , причем коммутант, подгруппа Фраттини и центр группы A совпадают, каждый главный фактор группы G ниже $\Phi(A)$ является циклическим, а $P/\Phi(A)$ – нециклический главный фактор группы G ;

(2) для каждого простого делителя p порядка группы A любая n-максимальная подгруппа H из G сверхразрешима и индуцирует на силовой p -подгруппе из A группу автоморфизмов, являющуюся расширением некоторой p -группы при помощи абелевой группы экспоненты, делящей $p-1$.