СВЯЗЬ ПРОЦЕССОВ РАДИАЦИОННОГО ДЕФЕКТООБРАЗОВАНИЯ С ЦЕПЯМИ МАРКОВА

А. Тогамбаева, А.А. Купчишин, А.И. Купчишин, Т.А. Шмыгалева

Казахский национальный университет им. аль-Фараби. г. Алматы. Казахстан.

ул. Тимирязева 46, тел.8(327) 2471988

Kupchish@kazsu.kz. shmyg@kazsu.kz, altynay78@mail.ru

В работе изучена связь каскадно-вероятностных функций (КВФ) для электронов, протонов, альфа-частиц, ионов с цепями Маркова и Марковскими процессами. Используя известное уравнение Колмогорова–Чэпмена для Марковского процесса, нами получено рекуррентное соотношение для переходных вероятностей (КВФ). Показана связь процесса образования радиационных дефектов с цепями Маркова и Марковскими процессами. Доказано, что выражение для спектров первично-выбитых атомов и концентрации радиационных дефектов получается из уравнения Колмогорова–Чэпмена. Рассматривается случай, когда после соударения частица не изменяет направление своего движения, интенсивность потока зависит от времени, а следовательно и от глубины проникновения.

Введение

Вопросы связи каскадно-вероятностных функций, энергетических спектров первично-выбитых атомов (ПВА), концентрации дефектов C и потоков вторичных частиц N, интегральных кратностей и др. с Марковскими процессами не рассматривались. Изучение этих связей позволило расширить наши знания о происходящих процессах в веществах при прохождении через них высокоэнергетических частиц и по иному посмотреть на эти явления, в частности, с общих позиций. Фактически все до сих пор полученные аналитические выражения для КВФ, энергетических спектров проходящих и вторичных частиц N и концентрации дефектов C и др. можно вывести из уравнения Колмогорова–Чэпмена, задавшись соответствующими физическими и математическими моделями.

Основная часть

Процесс взаимодействия частиц с веществом является Марковским процессом, поскольку все вероятностные характеристики в будущем зависят лишь от того, в каком состоянии этот процесс находится в настоящее время, и не зависят от того, каким образом этот процесс протекал в прошлом. Марковская цепь представляет собой разновидность Марковского процесса, в котором будущее зависит от прошлого через настоящее. Процесс взаимодействия частиц с веществом, в том числе с твердым телом, атмосферой Земли и др. описывается цепью Маркова, поскольку условные вероятности наступления каждого события при данном испытании однозначно определяются результатом предыдущего состояния.

Пусть на некоторой глубине h' под углом γ к выбранному направлению (относительно перпендикуляра к поверхности образца) генерирована частица (электрон, протон, альфа-частица, ион). Будем считать, что после соударения она не изменяет направление своего движения, интенсивность потока зависит от времени, а, следовательно, и от глубины проникновения, т.е.

$$\frac{1}{\lambda(h)} = \frac{1}{\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{a(E_0 - kh'')}\right] \qquad (1)$$

В дальнейшем везде вместо времени будем рассматривать глубину проникновения. Используя известное уравнение Колмогорова–Чэпмена для Марковского процесса, а именно [1]:

$$p_{im}(\tau,t) = \sum_{v} p_{iv}(\tau,s)\, p_{vm}(s,t) \qquad (2)$$

где $\tau < s < t$, получим рекуррентное соотношение для переходных вероятностей:

$$\psi_{im}(h',h,\alpha_0) = \sum_{v} \psi_{iv}(h',h'',\alpha_0) * \psi_{vm}(h'',h,\alpha_0) \qquad (3)$$

Но поскольку процесс непрерывен по глубине проникновения, частица всегда находится на какой-то глубине, то вместо суммы имеем интеграл, который берется по всей глубине от h' до h. Таким образом, получаем следующее соотношение:

$$\psi_n(h',h,\alpha_0) = \int_{h'}^{h} \psi_k(h',h'',\alpha_0) * \frac{1}{\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{a(E_0 - kh'')}\right] dh''\, \psi_{n-k-1}(h'',h,\alpha_0). \qquad (4)$$

$$\Psi_n(h',h,\alpha_0) = \int_{h'}^{h} \Psi_{n-k-1}(h',h'',\alpha_0) * \frac{1}{\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{a(E_0 - kh'')}\right] dh''\, \Psi_k(h'',h,\alpha_0). \qquad (5)$$

$k = 1 \div (n-1)$.

Или в более простой форме:

$$\Psi_n(h',h,\alpha_0) = \int_{h'}^{h} \Psi_0(h',h'',\alpha_0) * \Psi_{n-1}(h'',h,\alpha_0)\frac{1}{\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{a(E_0 - kh'')}\right] dh'' , \qquad (6)$$