

УДК 539.12

ОПИСАНИЕ СКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ КАК ДВУХ- И ЧЕТЫРЕХКВАРКОВЫХ СОСТОЯНИЙ

Е. З. АВАКЯН¹⁾, С. Л. АВАКЯН¹⁾

¹⁾Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,
пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Беларусь

Легкие скалярные мезоны изучены в рамках кварковых моделей. Показано, что в модели конфайнмированных кварков для описания указанных мезонов требуется введение добавочного члена с производной в лагранжиан взаимодействия. Получены параметры дополнительного взаимодействия, масса мезона $f_0(600)$, равная 500–515, зафиксирована по экспериментальным данным о длинах $\pi\pi$ -рассеяния. Легкие скалярные мезоны также рассмотрены в ковариантной модели конституентных кварков, в которой взаимодействие мезонов с кварками является нелокальным. В рамках этой модели исследованы случаи взаимодействия с двухкварковым и четырехкварковым током. Показано, что формфактор распада $S \rightarrow PP$ в обеих схемах имеет правильное поведение. Это свидетельствует о том, что скалярные мезоны могут быть описаны и как двухкварковые, и как четырехкварковые состояния.

Ключевые слова: низкоэнергетические взаимодействия; кварковые модели; скалярные мезоны.

DESCRIPTION OF SCALAR MESONS AS TWO AND FOUR QUARK STATES

E. Z. AVAKYAN^a, S. L. AVAKYAN^a

^aSukhoi State Technical University of Gomel,
48 Kastychnika Avenue, Gomel 246746, Belarus
Corresponding author: E. Z. Avakyan (mikot@tut.by)

Light scalar mesons were studied in the framework of quark models. It is shown that, in the Quark Confinement Model (QCM), the description of these mesons requires the introduction of an additional term with the derivative in the Lagrangian of interaction. The parameters of the additional interaction were obtained, the mass of the $f_0(600)$ meson ($m_{f_0(600)} = 500\text{--}515$) was fitted from experimental data on the lengths of $\pi\pi$ scattering. Light scalar mesons were also considered in the Confined Covariant Quark Model (CCQM), in which the interaction of a meson with quarks is non-local. In the framework of the CCQM, interactions with two-quark and four-quark currents were considered. It is shown that the $S \rightarrow PP$ decay form factor has the correct behavior in both schemes. This suggests that scalar mesons can be described as both two-quark and four-quark states.

Key words: low energy interactions; quark models; scalar mesons.

Образец цитирования:

Авакян ЕЗ, Авакян СЛ. Описание скалярных мезонов как двух- и четырехкварковых состояний. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2019;1:72–87.

For citation:

Avakyan EZ, Avakyan SL. Description of scalar mesons as two and four quark states. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2019;1:72–87. Russian.

Авторы:

Елена Зиновьевна Авакян – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры высшей математики факультета автоматизированных и информационных систем.
Сергей Леонович Авакян – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры высшей математики факультета автоматизированных и информационных систем.

Authors:

Elena Z. Avakyan, PhD (physics and mathematics), docent; associate professor at the department of higher mathematics, faculty of automated and information systems.
mikot@tut.by
Sergey L. Avakyan, PhD (physics and mathematics), docent; associate professor at the department of higher mathematics, faculty of automated and information systems.
avakyan@tut.by

Введение

Чтобы получить адекватное описание низкоэнергетической адронной физики, исходя из фундаментальных представлений КХД, на данный момент прилагаются значительные усилия. Основная трудность заключается в том, что теория возмущений КХД, основанная на асимптотической свободе, оказывается неприменимой при низких энергиях. Наряду с этим неясным остается вопрос адронизации, т. е. возникновения бесцветных адронов в результате кварк-глюонного взаимодействия, а также проблема конфайнмента, т. е. отсутствия кварков и глюонов в наблюдаемом спектре. Задача описания скалярных мезонов является одной из самых актуальных в современной физике элементарных частиц «до чарма» [1]. В первую очередь это относится к $f_0(600)$ – самой легкой из скалярных частиц, которая играет ключевую роль при описании нуклон-нуклонных взаимодействий, $\pi\pi$ -рассеяния и не-лептонных взаимодействий каонов. Со времени, когда в своей работе [2] П. Эстабрукс поставила вопрос: «Где он и что это такое – скалярный мезон?» (*Where and what are the scalar mesons?*), прошло около четырех десятилетий, и если мы знаем ответ на первую часть вопроса, то вторая остается актуальной до сих пор.

В отличие от векторных и тензорных резонансов идентификация скалярных состояний остается сложной задачей на протяжении всего времени их изучения. Основные экспериментальные данные о скалярных мезонах получены при изучении s -волн в двух частичных реакциях с псевдоскалярными мезонами; при исследовании спектров масс псевдоскалярных мезонов, рождающихся в реакциях типа $J/\Psi \rightarrow X + \pi\pi$, $\phi + \pi\pi$, $p\bar{p} \rightarrow K_S^0 \bar{K}_S^0(\pi\pi)$; в экспериментах SND и CMD2, в реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ [1]. В табл. 1 приведены основные свойства скалярных мезонов из [3].

Таблица 1

Основные свойства скалярных мезонов

Table 1

The main properties of scalar mesons

Мезон	Масса, МэВ	Ширина, МэВ	Изоспин I	Странность S
$f_0(600), \sigma$	400–550	400–700	0	0
$K_0^*(800), \kappa$	682 ± 29	547 ± 24	$\frac{1}{2}$	± 1
$f_0(980)$	990 ± 20	40–100	0	0
$a_0(980)$	980 ± 20	50–100	1	0
$f_0(1370)$	1200–1500	200–500	0	0
$K_0^*(1430)$	1425 ± 50	270 ± 80	$\frac{1}{2}$	± 1
$a_0(1450)$	1474 ± 19	265 ± 13	0	0
$f_0(1500)$	1505 ± 6	109 ± 7	1	0
$f_0(1700)$	1720 ± 6	135 ± 8	0	0

С теоретической точки зрения проблема скалярных мезонов состоит в том, что до сих пор не ясна их внутренняя структура. Есть модели, рассматривающие скалярные мезоны $0^{(++)}$ как двухкварковые состояния ($q\bar{q}$) [4; 5]. В отличие от псевдоскалярных, векторных, аксиально-векторных и тензорных мезонов, описание которых полностью согласуется с наивной двухкварковой моделью [6; 7], скалярные частицы не укладываются в указанную схему. Из табл. 1 следует, что скалярные мезоны образуют два нонета, изображенных на рис. 1, из которого видно, что в нонете легких скалярных мезонов нарушена массовая иерархия, т. е. массы частиц, содержащих странный кварк, меньше, чем массы нестранных частиц.

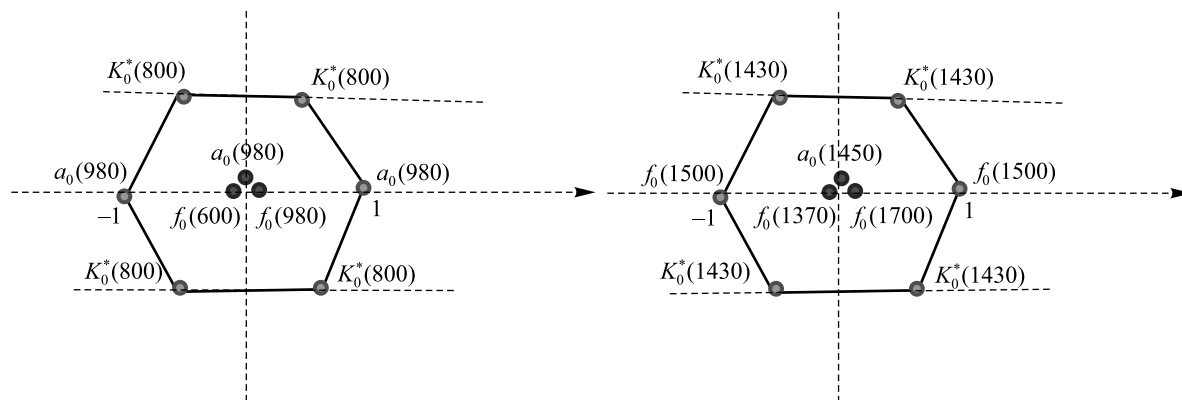


Рис. 1. Нонеты скалярных мезонов.
По горизонтальной оси отложен изоспин, по вертикальной – странность
Fig. 1. The nonets of scalars.
Isospin is plotted on the horizontal axis, strangeness – on the vertical one

В ряде подходов скалярные мезоны рассматриваются как четырехкварковые системы ($qq\bar{q}\bar{q}$) [8; 9]. В этом случае легкие нестранные нейтральные скаляры имеют следующий состав:

$$\begin{aligned} f_0(600) &\Rightarrow u\bar{u}d\bar{d}, \\ f_0(980) &\Rightarrow s\bar{s} \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \cos \delta_s + u\bar{u}d\bar{d} \sin \delta_s, \\ a_0(980) &\Rightarrow s\bar{s} \frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Существуют также подходы, связывающие скалярные мезоны со скалярными глюониями, наличие которых предсказывается в рамках КХД [10].

В данной работе скалярные мезоны рассматриваются в рамках двух- и четырехкварковых схем. Для вычисления матричных элементов будем использовать модель конфайнмированных кварков (МКК), в рамках которой удалось описать широкий спектр низкоэнергетических мезонных взаимодействий [11], а также ковариантную модель конститuentных кварков (КМКК) [12], позволяющую описывать как двух-, так и четырехкварковые состояния.

Описание скалярных мезонов в двухкварковой схеме

В МКК [11] предполагается, что адронные поля возникают в результате интегрирования по глюонным и кварковым переменным в производящем функционале КХД. В результате получается лагранжиан взаимодействия адронов с кварками

$$L_M^i = \frac{g_M}{\sqrt{2}} M^i \bar{q}_m^a \Gamma_M \lambda^{mn} q_n^a, \quad (1)$$

где g_M – константы взаимодействия мезонов с кварками, которые определяются из условия связности; M^i – евклидовы поля, связанные с полями физических частиц (P , V , A); q_m^a – кварковые поля; Γ_M – матрицы Дирака; λ – матрицы Гелл-Манна; a – цветовой индекс.

Лагранжиан (1) хорошо описывает взаимодействия псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов. Однако, как будет показано ниже, взаимодействия скалярных мезонов требуют введения в лагранжиан дополнительного члена.

Будем рассматривать скалярные мезоны как двухкварковые состояния, описываемые лагранжианом

$$L_S^i = \frac{g_S}{\sqrt{2}} S^i \bar{q}_m^a \left(I - i \frac{H}{\Lambda} \tilde{\partial} \right) \lambda^{mn} q_n^a, \quad (2)$$

где H – неизвестный параметр; $\tilde{\partial} \equiv \tilde{\partial} - \partial$;

$$\lambda = \begin{cases} \text{diag}(1, -1, 0) \Rightarrow a_0(975) \\ \text{diag}(\cos \delta_s, \cos \delta_s, -\sqrt{2} \sin \delta_s) \Rightarrow f_0(600) \\ \text{diag}(-\sin \delta_s, -\sin \delta_s, -\sqrt{2} \cos \delta_s) \Rightarrow f_0(980). \end{cases}$$

Обсудим выбор вершины взаимодействия в более сложном, чем для остальных мезонов (псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных), виде. С этой целью рассмотрим диаграмму, описывающую распад $S \rightarrow PP$ (рис. 2).

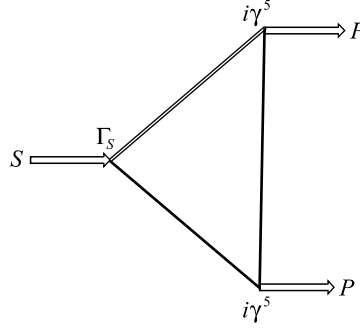


Рис. 2. Кварковая диаграмма, описывающая распад $S \rightarrow PP$ в двухкварковой модели

Fig. 2. Quark diagram describing the decay of $S \rightarrow PP$ in the two-quark model

Одно из основных предположений МКК состоит в том, что конфайнмент кварков обеспечивается наличием нетривиального глюонного вакуума. Предполагается, что усреднение по вакуумным глюонным полям $\hat{B}_{VAC}$ кварковых диаграмм, генерируемых S -матрицей, должно обеспечивать конфайнмент кварков и делать теорию конечной. Анзац конфайнмента в МКК в случае однопетлевых кварковых диаграмм состоит в замене

$$\begin{aligned} \int d\sigma_{VAC} \text{Tr} \{ M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{VAC}) \cdots M(x_n) S(x_n, x_2 | B_{VAC}) \} \rightarrow \\ \rightarrow \int d\sigma_v \text{Tr} \{ M(x_1) S_v(x_1 - x_2) \cdots M(x_n) S_v(x_n - x_1) \}, \end{aligned}$$

где

$$S_v(x_1 - x_2) = \int \frac{d^4 p}{i(2\pi)^4} e^{-ip(x_1 - x_2)} \frac{1}{v\Lambda_q - \hat{p}}.$$

Здесь параметр Λ_q характеризует размер области конфайнмента кварка с ароматом $q = u, d, s$. Мера интегрирования $d\sigma_v$ определена так, что

$$\int \frac{d\sigma_v}{v - \hat{z}} = G(z) = a(-z^2) + \hat{z}b(-z^2).$$

Функция $G(z)$ называется функцией конфайнмента. Она не зависит ни от цвета, ни от аромата кварков и представляет собой целую функцию, убывающую в евклидовой области быстрее любой степени z при $z^2 \rightarrow \infty$. Выбор функции $G(z)$, или, что то же самое, $a(-z^2)$ и $b(-z^2)$, является одним из модельных предположений. Будем использовать $a(-z^2)$ и $b(-z^2)$ в виде

$$\begin{aligned} a(u) &= a_0 e^{-u^2 - a_1 u}, \\ b(u) &= b_0 e^{-u^2 - b_1 u}. \end{aligned} \quad (3)$$

Параметры модели для нестранный сектора были зафиксированы фитированием по хорошо известным константам низкоэнергетической физики ($f_\pi, g_{\rho\gamma}, g_{\pi\gamma\gamma}, g_{\omega\pi\gamma}, g_{\rho\pi\pi}$):

$$\Lambda_u = \Lambda_d = 460 \text{ МэВ}; a_0 = b_0 = 2; a_1 = 0,5; b_1 = 0,2;$$

$$I_{SPP}(m_s^2) = I_0(m_s^2) - 4HI_1(m_s^2), \quad (4)$$

где

$$I_0(x) = \int_0^\infty du a(u) - \frac{x}{4\Lambda^2} \int_0^1 du a\left(-u \frac{x}{4\Lambda^2}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} - \sqrt{1-u} \right]; \quad (5)$$

$$I_1(x) = \int_0^\infty du ub(u) + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{4\Lambda^2} \right)^2 \int_0^1 du ub\left(-u \frac{x}{4\Lambda^2}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} - \sqrt{1-u} \right]. \quad (6)$$

Первое слагаемое в формуле (4) соответствует выбору лагранжиана взаимодействия в простейшем виде при $\Gamma_S = I$.

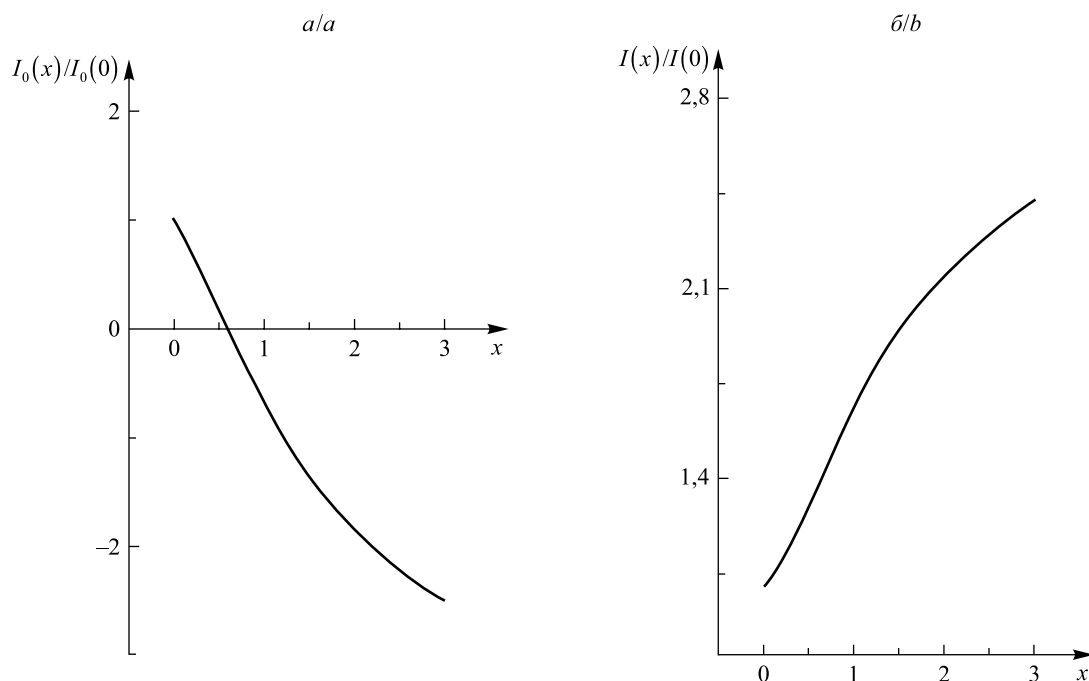


Рис. 3. Зависимость структурных интегралов, определяющих матричный элемент распада $S \rightarrow PP$, от массы скалярного мезона

Fig. 3. Dependence of structural integrals defining the matrix element of the decay $S \rightarrow PP$ on the mass of the scalar

На рис. 3, а, показана зависимость $\frac{I_0(x)}{I_0(0)}$ от масс скалярного мезона. Наличие знака «минус» в формуле (5) приводит к тому, что в случае простейшего лагранжиана структурный интеграл $I_{SPP}(m_s^2)$ обращается в нуль при $m_s \approx 1070 \text{ МэВ}$, что, в свою очередь, приводит к значительно заниженному, по сравнению с экспериментальным, значению ширины распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$. Полученный результат, по-видимому, свидетельствует в пользу более сложной структуры скалярных мезонов. Выбор вершины в виде (2) позволяет избежать обращения в нуль указанной величины. На рис. 3, б, приведена зависимость $\frac{I(x)}{I(0)}$ при $H = 0,25$.

Итак, одним из свободных параметров, входящих в лагранжиан взаимодействия скалярных мезонов с кварками, является параметр H . Еще один свободный параметр – угол смешивания скалярных мезонов δ_s .

За основу фитирования примем, во-первых, условие согласованности Адлера, состоящее в требовании обращения в нуль амплитуды $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ в пределе $m_\pi \rightarrow 0$, и аналогичное ему требование обращения в нуль амплитуды $\pi^0\gamma \rightarrow \pi^0\gamma$; во-вторых, экспериментальное значение ширины распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$.

В МКК условие Адлера получено в виде

$$\begin{cases} \int_0^\infty du b(u) = 2\Lambda^2 \left[\int_0^\infty du a(u) - 4H \int_0^\infty du ub(u) \right]^2 h_f(H) D_f(0), \\ 5b(0) = -2\Lambda^2 \cos \delta_s (5 \cos \delta_s - \sqrt{2} \sin \delta_s) a(0) \times \\ \times h_f(H) D_f(0) \left[\int_0^\infty du a(u) - 4H \int_0^\infty du ub(u) \right], \end{cases} \quad (7)$$

где $a(u)$, $b(u)$ – функции конфайнмента, определенные формулами (3); h_f – эффективная константа взаимодействия мезона с кварками; $D_f(p^2)$ – пропагатор скалярного мезона, вычисленный в цепочном приближении.

Эффективная константа h_M взаимодействия мезона M с кварками связана с g_M , входящей в (1) и (2), соотношением

$$h_M = \frac{3g_M^2}{4\pi^2}.$$

Константы g_M определяются из условия связности:

$$Z_M = 1 - g_M^2 \Pi'_M(p^2) \Big|_{p_M^2 = m_M^2} = 0, \quad (8)$$

где $\Pi_M(p^2)$ – массовый оператор мезона. В силу (8) эффективная константа взаимодействия скалярного мезона с кварком $h_f(H)$ зависит от параметра H .

Для фитирования удобно использовать частное от деления выражений, входящих в (7), которое не зависит от массы мезона $f_0(600)$, и рассматривать равенство

$$R = - \frac{5b(0) \left[\int_0^\infty du a(u) - 4H \int_0^\infty du ub(u) \right]}{\cos \delta_s (5 \cos \delta_s - \sqrt{2} \sin \delta_s) a(0) \int_0^\infty du b(u)} = 1 \quad (9)$$

в качестве одного из исходных для фитирования параметров H и δ_s .

Матричный элемент распада $S \rightarrow PP$ имеет вид

$$\begin{aligned} g_{SP_1 P_2}(m_s^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2) &= \text{Tr} \lambda_s \{ \lambda_{P_1}, \lambda_{P_2} \} \times \\ &\times \Lambda \frac{\sqrt{h_{P_1} h_{P_2} h_s(H)}}{6} I_{SPP}(m_s^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2). \end{aligned} \quad (10)$$

В случае распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$ $\text{Tr} \lambda_s \{ \lambda_{P_1}, \lambda_{P_2} \} = 4 \sin \delta_s$; $h_s(H)$ – константа связи, вычисленная из условия связности; $I_{SPP}(m_s^2, m_{P_1}^2, m_{P_2}^2)$ – структурный интеграл, зависящий от H . Для фитирования будем использовать экспериментальное значение [13]. Наиболее близкими к единице параметры R и $\frac{g_{SPP}^t}{g_{SPP}^{\text{exp}}}$ оказываются при

$$H = 0,54; \sin \delta_s = 0,3. \quad (11)$$

Массу промежуточного скалярного мезона будем определять, используя данные о длинах $\pi\pi$ -рассеяния. Матричный элемент рассеяния π -мезона на π -мезоне имеет вид

$$M_{\pi\pi}(s, t, u) = \delta^{ab} \delta^{cd} A(s, t, u) + \delta^{ac} \delta^{bd} A(t, u, s) + \delta^{ad} \delta^{bc} A(u, s, t),$$

где a, b, c, d – изотопические индексы.

Амплитуда $A(s, t, u)$ может быть записана как

$$A(s, t, u) = I_{\text{box}}^{\pi\pi}(s, t, u) + S^{\pi\pi}(s, t, u) + V^{\pi\pi}(s, t, u), \quad (12)$$

где $I_{\text{box}}^{\pi\pi}(s, t, u)$, $V^{\pi\pi}(s, t, u)$, $S^{\pi\pi}(s, t, u)$ – вклады диаграмм, приведенных на рис. 4, а, б, и в, соответственно.

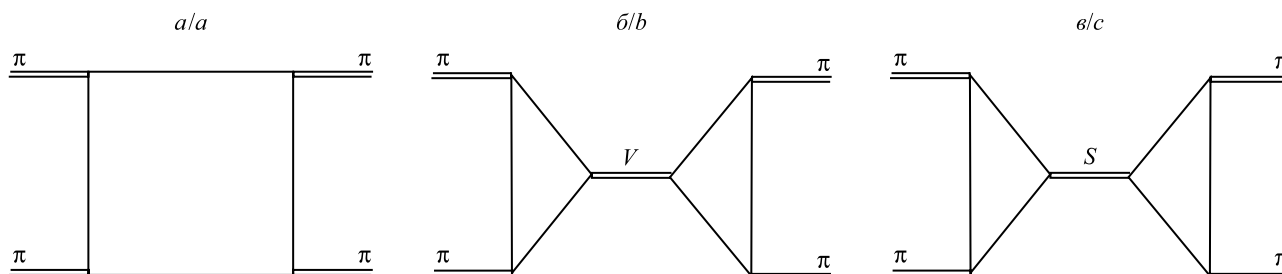


Рис. 4. Диаграммы, определяющие амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния

Fig. 4. Diagrams defining the amplitude of $\pi\pi$ -scattering

В МКК нами получены следующие аналитические выражения для вкладов диаграммы с промежуточным и скалярными мезонами:

$$\begin{aligned} S^{\pi\pi}(s, t, u) = & F_{S\pi\pi}^2(s) \left(\frac{\cos^2 \delta_s}{\Pi_s(s) - \Pi_s(m_1^2)} + \frac{\sin^2 \delta_s}{\Pi_s(s) - \Pi_s(m_2^2)} \right) + \\ & + F_{S\pi\pi}^2(t) \left(\frac{\cos^2 \delta_s}{\Pi_s(t) - \Pi_s(m_1^2)} + \frac{\sin^2 \delta_s}{\Pi_s(t) - \Pi_s(m_2^2)} \right), \quad (13) \\ F_{S\pi\pi}(x) = & F_{S\pi\pi}(x, m_\pi^2, m_\pi^2), \end{aligned}$$

где m_1 – масса $f_0(600)$; m_2 – масса $f_0(980)$.

Рассеяние π -мезона на π -мезоне возможно по трем каналам $I = 0, 1, 2$. Амплитуды рассеяния по различным каналам T^I могут быть выражены через $A(s, t, u)$, $A(t, s, u)$, $A(u, t, s)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} T^0(s, t, u) = & 3A(s, t, u) + A(t, s, u) + A(u, t, s), \\ T^1(s, t, u) = & A(t, s, u) - A(u, s, t), \\ T^2(s, t, u) = & A(t, s, u) + A(u, s, t). \end{aligned} \quad (14)$$

В силу симметрии между конечными мезонами имеет место равенство $A(s, t, u) = A(s, u, t)$, поэтому отличными от нуля оказываются только $T^0(s, t, u)$ и $T^2(s, t, u)$.

Длины рассеяния a^I вычисляются по формуле

$$a^I = \frac{1}{32\pi} T^I(4m_\pi^2, 0, 0). \quad (15)$$

Экспериментальные значения для длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 и a_0^2 , полученные несколькими экспериментальными группами, приведены в табл. 2.

Согласно (11)–(15), длины рассеяния зависят от массы мезона $f_0(600)$ (рис. 5), значение которой в настоящее время неизвестно и интенсивно обсуждается в литературе. Оказалось, что для того, чтобы полученные численные значения длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 и a_0^2 не противоречили экспериментальным данным, масса промежуточного мезона $f_0(600)$ должна быть выбрана в диапазоне 500–515 МэВ.

Проведенное выше исследование показало, что адекватное описание взаимодействия скалярных мезонов в двухкварковой схеме требует введения дополнительного члена с производной в лагранжиан взаимодействия. Это может свидетельствовать о том, что взаимодействие скалярного мезона с парой кварков не является точечным.

Таблица 2

Экспериментальные данные о длинах $\pi\pi$ -рассеяния,
полученные в 1977 [14], 2003 [15], 2011 [16] годах

Table 2

Experimental data about $\pi\pi$ -scattering lengths
have been received in 1977 [14], 2003 [15], 2011 [16] years

Экспериментальная группа	$a_0^0 m_\pi^{-1}$	$a_0^2 m_\pi^{-1}$
Geneva-Saclay [14]	$0,26 \pm 0,05$	$-0,028 \pm 0,012$
E865 [15]	$0,216 \pm 0,033$	$-0,0454 \pm 0,0031$
NA48/2 [16]	$0,2210 \pm 0,0197$	$-0,0424 \pm 0,0044$

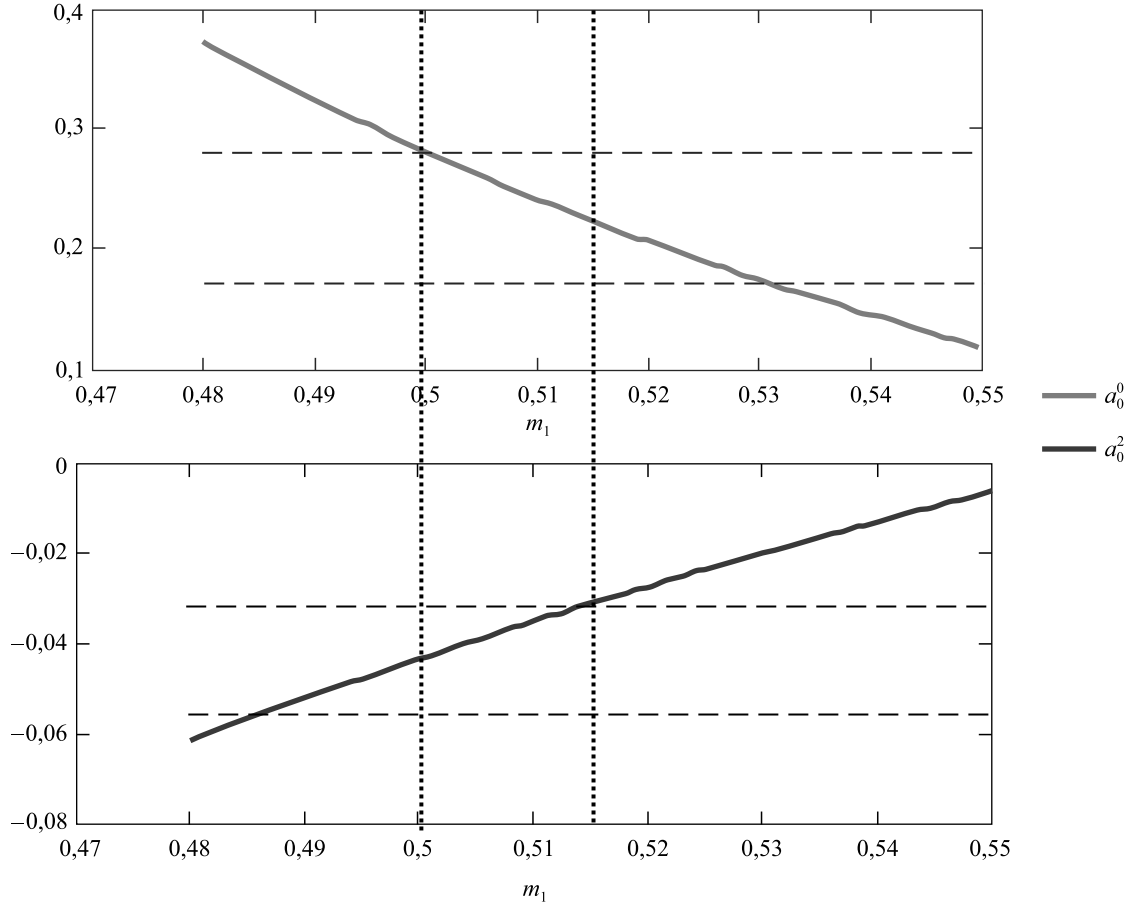


Рис. 5. Зависимости численных значений длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 и a_0^2 от массы m_1 мезона $f_0(600)$.

Пунктирными линиями обозначены экспериментальные границы значений a_0^0 и a_0^2

Fig. 5. Dependencies of the numerical values of the $\pi\pi$ -scattering lengths a_0^0 and a_0^2 on the mass m_1 the mass $f_0(600)$ of the meson. The dotted lines denote the experimental

Нелокальное взаимодействие мезонов с кварками может быть описано в КМКК [12]. Исследуем поведение формфактора распада $S \rightarrow PP$. Лагранжиан взаимодействия в данной модели имеет вид

$$L_{\text{int}}^{\text{st}}(x) = g_M M(x) \int dx_1 \int dx_2 F_M(x, x_1, x_2) \bar{q}_1(x_1) \lambda_M \Gamma_M q_2(x_2),$$

где $F_M(x, x_1, x_2)$ – вершинная функция, характеризующая конечные размеры мезона. В силу требования трансляционной инвариантности эта функция должна удовлетворять условию

$$F_M(x+a, x_1+a, x_2+a) = F_M(x, x_1, x_2)$$

для любого вектора a . Поэтому $F_M(x, x_1, x_2)$ может быть записана в виде

$$F_M(x, x_1, x_2) = \delta^4 \left(x - \sum_{i=1}^2 w_i x_i \right) \Phi_M \left((x_1 - x_2)^2 \right), \quad (16)$$

где $w_i = \frac{m_i}{m_1 + m_2}$, m_i – массы конститuentных кварков.

Показано, что функция Φ_M , входящая в (16), может быть выбрана в простейшем виде:

$$\Phi_M(-l^2) = \exp \left(-\frac{l^2}{\Lambda_M^2} \right), \quad (17)$$

где Λ_M^2 – параметр модели, характеризующий размер данного мезона.

Диаграмма, описывающая распад $S \rightarrow PP$ в КМКК, аналогична диаграмме, приведенной на рис. 2. Отличие состоит в том, что в вершинах взаимодействия появляются дополнительные формфакторы, имеющие представление (17).

Таким образом, формфактор распада $S \rightarrow PP$ можно записать так:

$$\begin{aligned} T_{SPP}(\hat{p}_{M_1}, \hat{p}_{M_2}, \hat{p}_{M_3}) &= 3g_S g_{P_1} g_{P_2} \times \\ &\times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_S \left(-(k + w_{13} p_1)^2 \right) \Phi_P \left(-(k - w_{23} p_3)^2 \right) \Phi_P \left(-(k - w_{21} p_2)^2 \right) \times \\ &\times \text{Tr} \left\{ I S_{q_1}(\hat{k} + \hat{p}_1) i \gamma^5 S_{q_2}(\hat{k} + \hat{p}_2) i \gamma^5 S_{q_3}(\hat{k}) \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

В данной модели используются пропагаторы свободных кварков $S_q(\hat{k}) = \frac{1}{m_q - \hat{k} - im}$, которые в представлении Фока – Швингера имеют вид

$$S_q(\hat{k}) = \frac{1}{m_q - \hat{k}} = \frac{m_q + \hat{k}}{m_q^2 - k^2} = (m_q + \hat{k}) \int_0^\infty d\alpha e^{-\alpha(m_q^2 - k^2)}. \quad (19)$$

Тогда интеграл, входящий в (18), может быть преобразован к виду

$$\begin{aligned} &\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \text{Tr} \left\{ (m_{q_1} + \hat{k} + \hat{p}_1) i \gamma^5 (m_{q_2} + \hat{k} + \hat{p}_2) i \gamma^5 (m_{q_3} + \hat{k}) \right\} \times \\ &\times \int_0^\infty d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \int_0^\infty d\alpha_3 e^{\alpha(\alpha)k^2 + 2kr(\alpha, p) - z_0(\alpha, m_q, p)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Для вычисления интеграла (20) воспользуемся следующими тождественными преобразованиями:

$$\begin{aligned} k^\mu e^{ak^2 + 2kr + z_0} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\mu} e^{ak^2 + 2kr + z_0}, \\ k^\mu k^\nu e^{ak^2 + 2kr + z_0} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\mu} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\nu} e^{ak^2 + 2kr + z_0}. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда

$$\begin{aligned} &\text{Tr} \left\{ (m_{q_1} + \hat{k} + \hat{p}_1) i \gamma^5 (m_{q_2} + \hat{k} + \hat{p}_2) i \gamma^5 (m_{q_3} + \hat{k}) \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{Tr} \left\{ \Gamma_{M_1}(m_{q_1} + \gamma^\mu) \Gamma_{M_2}(m_{q_2} + \gamma^\nu) \Gamma_{M_3}(m_{q_3} + \gamma^\sigma) \right\} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\mu} + w_1 p_1^\mu \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\nu} + w_2 p_2^\nu \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\sigma} \right) \end{aligned}$$

и (20) может быть переписан в форме

$$\int_0^\infty d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \int_0^\infty d\alpha_3 \text{Tr} \left\{ \Gamma_{M_1}(m_{q_1} + \gamma^\mu) \Gamma_{M_2}(m_{q_2} + \gamma^\nu) \Gamma_{M_3}(m_{q_3} + \gamma^\sigma) \right\} \times \\ \times \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\mu} + w_1 p_1^\mu \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\nu} + w_2 p_2^\nu \right) \left(\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^\sigma} \right) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} e^{a(\alpha)k^2 + 2kr(\alpha, p) - z_0(\alpha, m_q, p)}. \quad (22)$$

Вычислим интеграл по $d^4 k$:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} e^{a(\alpha)k^2 + 2kr(\alpha, p) - z_0(\alpha, m_q, p)} = \left\{ k_0 = ik_4; k_E^2 \leq 0, p_E^2 \leq 0 \right\} = \frac{1}{a(\alpha)} e^{-\frac{r^2(\alpha, p)}{a(\alpha)} - z_0(\alpha, m_q, p)}. \quad (23)$$

Заметим, что

$$\frac{\partial}{\partial r^\mu} e^{-\frac{r^2}{a}} = e^{-\frac{r^2}{a}} \left(-\frac{2r^\mu}{a} + \frac{\partial}{\partial r^\mu} \right), \\ \left[\frac{\partial}{\partial r^\mu}, r^\nu \right] = g^{\mu\nu}. \quad (24)$$

Тогда искомый формфактор можно записать как

$$T_{SPP}(\hat{p}_{M_1}, \hat{p}_{M_2}, \hat{p}_{M_3}) = 3g_S g_{P_1} g_{P_2} \int_0^\infty d^3 \alpha F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3),$$

где $F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ – выражение, полученное с помощью (22)–(24).

Следует отметить, что любая диаграмма в КМКК представима в виде

$$G = \int_0^\infty d^n \alpha F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n).$$

Интеграл по швингеровским параметрам может быть преобразован с помощью тождества

$$1 = \int_0^\infty dt \delta \left(t - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right). \quad (25)$$

Сделаем замену переменных

$$G = \int_0^\infty d^n \alpha \int_0^\infty dt \delta \left(t - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \{ \alpha_i = t\alpha_i \} = \\ = \int_0^\infty dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) F(t\alpha_1, t\alpha_2, \dots, t\alpha_n). \quad (26)$$

Все пороговые особенности, имеющиеся в исходном интеграле, можно исключить с помощью обрезания на верхнем пределе:

$$\int_0^\infty dt \rightarrow \int_0^{1/\lambda^2} dt. \quad (27)$$

Окончательно получим

$$G^c = \int_0^{1/\lambda^2} dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) F(t\alpha_1, t\alpha_2, \dots, t\alpha_n). \quad (28)$$

Входящий в (28) параметр λ – универсальный для данной модели. Параметрами модели также являются массы конститuentных кварков. В [12] зафиксированы следующие значения:

$$\lambda = 0,181 \text{ ГэВ}, \\ m_u = m_d = 0,241 \text{ ГэВ}, \quad (29)$$

$$m_s = 0,428 \text{ ГэВ.}$$

Размерный параметр, характеризующий π -мезон, также зафиксирован в [12]: $\Lambda_\pi = 0,711 \text{ ГэВ}$. В случае распада $S \rightarrow PP$ соответствующий интеграл имеет вид

$$J_{SPP} = \int_0^{1/\lambda^2} dt t^2 \int_0^1 d^3 \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i \right) F(t\alpha_1, t\alpha_2, t\alpha_3). \quad (30)$$

На рис. 6 приведена зависимость отношения $\frac{J_{SPP}(q)}{J_{SPP}(0)}$ от массы распадающегося скалярного мезона.

Оказалось, что исследуемый формфактор имеет правильное поведение с ростом массы. Это свидетельствует о нелокальном взаимодействии скалярных мезонов в двухкварковой схеме.

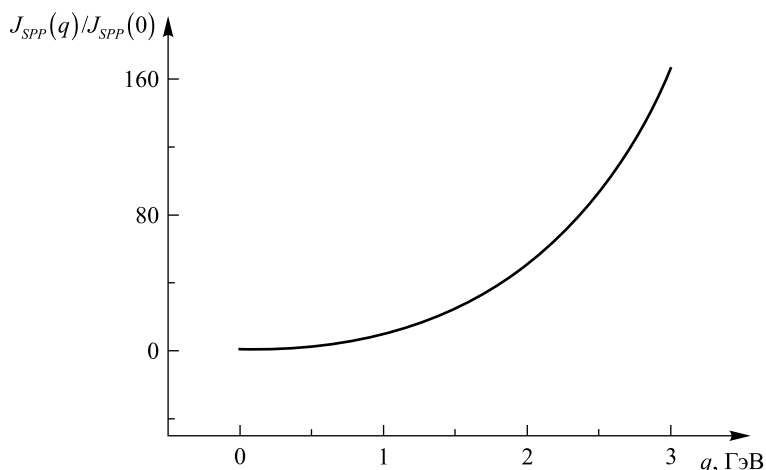


Рис. 6. Зависимость формфактора распада $S \rightarrow PP$ от массы скалярного мезона (нормированного к значению в 0)

Fig. 6. Dependence of the decay form factor $S \rightarrow PP$ on the mass of the scalar meson (normalized to a value at 0) obtained in the CCQM

Скалярные мезоны как четырехкварковые состояния

Четырехкварковые состояния в КМКК будем описывать кварковыми токами вида

$$J_M(x) = \int dx_1 \int dx_2 \int dx_3 \int dx_4 \delta \left(x - \sum_{i=1}^4 \varpi_i x_i \right) \Phi_M \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right) \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dec} \left\{ \left[q_a(x_4) C \Gamma_{M_1} q_b(x_1) \right] \left[\bar{q}_d(x_3) \Gamma_{M_2} C \bar{q}_e(x_2) \right] + \Gamma_{M_1} \leftrightarrow \Gamma_{M_2} \right\}, \quad (31)$$

где $\varpi_i = \frac{m_{q_i}}{\sum m_{q_i}}$; $C = \gamma^0 \gamma^2$, $C = C^\dagger = C^{-1} = -C^T$,

$$C \Gamma^T C^{-1} = \begin{cases} \Gamma & \text{для } S, P, A, \\ -\Gamma & \text{для } V, T. \end{cases}$$

В случае скалярных мезонов кварковый ток записывается в виде

$$J_{4q}(x_1, x_2, x_3, x_4) = g_M \varepsilon_{abc} \left[q_a^T(x_3) C \gamma^5 q_b(x_1) \right] \varepsilon_{dec} \left[\bar{q}_d(x_4) \gamma^5 C \bar{q}_e^T(x_2) \right], \quad (32)$$

а $\Phi_M \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right)$ – по формуле (17).

Диаграмма, описывающая массовый оператор мезона, приведена на рис. 7.

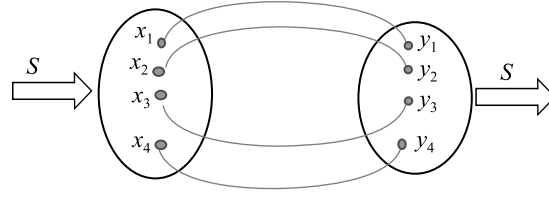


Рис. 7. Массовый оператор мезона в четырехкварковой схеме

Fig. 7. Meson mass operator in a four-quark scheme

Массовый оператор скалярного мезона имеет представление

$$\begin{aligned} \Pi(x-y) &= ig_M^2 \int dx_1 \cdots \int dx_4 \delta(x - \sum x_i \varpi_i) \Phi \left(\sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 \right) \times \\ &\times \int dy_1 \cdots \int dy_4 \delta(y - \sum y_i \varpi_i) \Phi \left(\sum_{i < j} (y_i - y_j)^2 \right) \times \\ &\times \langle 0 | T \{ J_q(x_1, \dots, x_4) J_q(y_1, \dots, y_4) \} | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (33)$$

После введения переменных Якоби

$$x_i = x + \sum_{j=1}^3 w_{ij} \rho_j^x, \quad y_i = y + \sum_{j=1}^3 w_{ij} \rho_j^y$$

выражение (33) преобразуется к виду

$$\Pi(x-y) = ig_M^2 \int d^3 \vec{\rho}_x \Phi(\vec{\rho}_x^2) \int d^3 \vec{\rho}_y \Phi(\vec{\rho}_y^2) \langle 0 | T \{ J_q(x_1, \dots, x_4) J_q(y_1, \dots, y_4) \} | 0 \rangle.$$

Переходя в p -представление, получим

$$\tilde{\Pi}(p, p') = \int dx e^{-ipx} \int dy e^{-ip'y} \Pi(x-y) = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p-p') \tilde{\Pi}(p^2), \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}(p^2) &= 12g_M^2 \prod_{i=1}^3 \int \left[\frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \right] \tilde{\Phi}^2(-\tilde{\omega}^2) \text{Tr} \{ \gamma^5 S_1(k_1 - w_1 p) \gamma^5 S_3(k_3 + w_3 p) \} \times \\ &\times \text{Tr} \{ \gamma^5 S_2(k_2 - w_2 p) \gamma^5 S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \}, \end{aligned} \quad (35)$$

где $\tilde{\omega}^2 = \frac{1}{2} [k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_1 k_2 - k_1 k_3 - k_2 k_3]$.

Для вычисления константы взаимодействия g_M^2 воспользуемся условием (8). При этом необходимо найти производную от массового оператора (34), (35):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp^2} \tilde{\Pi}(p, p') &= \frac{1}{2p^2} p^\alpha \frac{\partial}{\partial p^\alpha} \tilde{\Pi}(p, p'), \\ \frac{d}{dp^2} \tilde{\Pi}(p, p') &= \frac{1}{2p^2} 12g_M^2 \prod_{i=1}^3 \left[\frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \right] \tilde{\Phi}^2(-\tilde{\omega}^2) \cdot \{ \dots \}, \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \{ \dots \} &= -w_1 \text{Tr} \{ \gamma^5 S_1(k_1 - w_1 p) \hat{p} S_1(k_1 - w_1 p) \gamma^5 S_3(k_3 + w_3 p) \} \times \\ &\times \text{Tr} \{ \gamma^5 S_2(k_2 - w_2 p) \gamma^5 S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \} + \\ &+ w_3 \text{Tr} \{ \gamma^5 S_1(k_1 - w_1 p) \gamma^5 S_3(k_3 + w_3 p) \hat{p} S_3(k_3 + w_3 p) \} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \text{Tr} \left\{ \gamma^5 S_2(k_2 - w_2 p) \gamma^5 S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \right\} - \\ & - w_2 \text{Tr} \left\{ \gamma^5 S_1(k_1 - w_1 p) \gamma^5 S_3(k_3 + w_3 p) \right\} \times \\ & \times \text{Tr} \left\{ \gamma^5 S_2(k_2 - w_2 p) \hat{p} S_2(k_2 - w_2 p) \gamma^5 S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \right\} - \\ & - w_4 \text{Tr} \left\{ \gamma^5 S_1(k_1 - w_1 p) \gamma^5 S_3(k_3 + w_3 p) \right\} \times \\ & \times \text{Tr} \left\{ \gamma^5 S_2(k_2 - w_2 p) \gamma^5 S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \hat{p} S_4(k_1 + k_2 - k_3 + w_4 p) \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

Используя представление (19), получим

$$\begin{aligned} S_1(k_1 - w_1 p) \hat{p} S_1(k_1 - w_1 p) &= \frac{(m_1 + k_1 - w_1 p) \hat{p} (m_1 + k_1 - w_1 p)}{(m_1^2 - (k_1 - w_1 p)^2)^2} = \\ &= (m_1 + k_1 - w_1 p) \hat{p} (m_1 + k_1 - w_1 p) \int_0^\infty d\alpha_1 \alpha_1 e^{-\alpha_1 [m_1^2 - (k_1 - w_1 p)^2]}. \end{aligned} \quad (38)$$

Таким образом,

$$\tilde{\Pi}'(p^2) = 12 g_M^2 \prod_{j=1}^4 \int_0^\infty d\alpha_j \prod_{i=1}^3 \left[\frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4 i} \right] \text{num} \{k_i, \alpha_j\} e^z, \quad (39)$$

где $\text{num} \{k_i, \alpha_j\}$ – выражение, полученное из (37) с учетом (38); $z = kak + 2kr + z_0$, $k = \{k_1, k_2, k_3\}$ – 3-вектор, $a = a(\alpha)$ – матрица 3×3 , $r_i = b_i(\alpha, w)p_i$, $z_0 = z_0(p^2, w, m_q, \alpha)$.

Для проведения дальнейших вычислений воспользуемся равенствами (21). Тогда

$$\text{num} \{k_i, \alpha_j\} e^z = \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^i}, \alpha_j \right\} e^z$$

и (39) можно переписать в виде

$$\tilde{\Pi}'(p^2) = 12 g_M^2 \prod_{j=1}^4 \int_0^\infty d\alpha_j \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r^i}, \alpha_j \right\} \prod_{i=1}^3 \left[\frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4 i} \right] e^z. \quad (40)$$

Выполним интегрирование по k_i в (40):

$$\prod_{i=1}^3 \left[\frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4 i} \right] e^{kak + 2kr + z_0} = \frac{1}{(4\pi)^6} \frac{1}{|a|^2} e^{-ra^{-1}r + z_0}. \quad (41)$$

Воспользовавшись правилами коммутации, аналогичными (24),

$$\begin{aligned} \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_i}, \alpha_j \right\} e^{-ra^{-1}r + z_0} &= e^{-ra^{-1}r + z_0} \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_i} - (a^{-1}r)_i, \alpha_j \right\}, \\ \frac{\partial}{\partial r_i^\alpha} r_j^\beta &= \delta_{ij} g^{\alpha\beta} + r_j^\beta \frac{\partial}{\partial r_i^\alpha}, \end{aligned} \quad (42)$$

получим

$$\tilde{\Pi}'(p^2) = \frac{12}{(4\pi)^6} g_M^2 \prod_{j=1}^4 \int_0^\infty d\alpha_j \frac{1}{|a|^2} e^{-ra^{-1}r + z_0} \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_i} - (a^{-1}r)_i, \alpha_j \right\}. \quad (43)$$

Преобразуем (43) по формулам (25)–(27). Окончательно имеем

$$\tilde{\Pi}'(p^2) = \frac{12}{(4\pi)^6} g_M^2 \int_0^{1/\kappa^2} dt t^3 \int_0^1 d^4 \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) \frac{1}{|a|^2} e^{-ra^{-1}r + z_0} \text{num} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_i} - (a^{-1}r)_i, t \alpha_j \right\}. \quad (44)$$

Диаграммы, описывающие распад $S \rightarrow PP$, приведены на рис. 8.

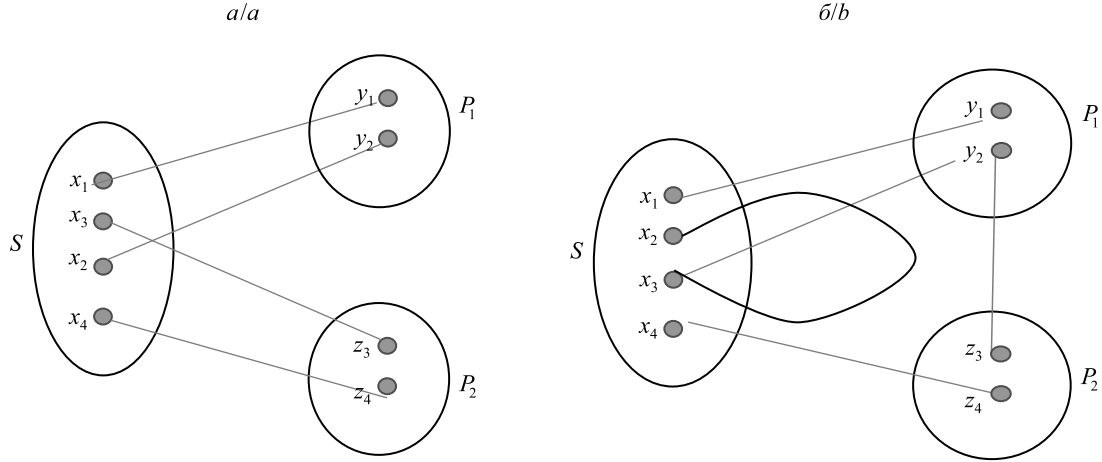


Рис. 8. Кварковые диаграммы, описывающие распад $S \rightarrow PP$ в четырехкварковой схеме

Fig. 8. Quark diagrams describing the decay of $S \rightarrow PP$ in a four-quark scheme

Матричный элемент, соответствующий диаграмме, приведенной на рис. 8, *a*, имеет вид

$$\begin{aligned}
 M(p, q_1, q_2) = & -6ig_S g_{P_1} g_{P_2} \times \\
 & \times \prod_{i=1}^3 \int \frac{d\omega_i}{(2\pi)^4} \Phi_S(-\vec{\omega}^2) \int \frac{dl_1}{(2\pi)^4} \Phi_{P_1}(-l_1^2) \int \frac{dl_2}{(2\pi)^4} \int \frac{dl_2}{(2\pi)^4} \Phi_{P_2}(-l_2^2) \times \\
 & \times \prod_{j=1}^4 \int \frac{dk_j}{(2\pi)^4} \text{Tr} \{ \gamma_5 S_1(k_1) \gamma_5 S_2(k_2) \gamma_5 S_4(k_4) \gamma_5 S_3(k_3) \} \times \\
 & \times \int d\rho_1 \int d\rho_2 \int d\rho_3 \int dy_1 \int dy_2 \int dz_1 \int dz_2 \delta \left(y - \sum_{i=1}^2 v_i y_i \right) \delta \left(z - \sum_{i=3}^4 u_i z_i \right) \times \\
 & \times \exp \{ -ipx + iq_1 y + iq_2 z - i\vec{p}\vec{\omega} - il_1(y_1 - y_2) - il_2(z_3 - z_4) - ik_1(x_1 - y_1) - \\
 & - ik_2(y_2 - x_2) - ik_3(z_3 - x_3) - ik_4(x_4 - z_4) \},
 \end{aligned} \tag{45}$$

где

$$\omega_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^4 m_i}, \quad v_i = \frac{m_i}{m_1 + m_2}, \quad u_i = \frac{m_i}{m_3 + m_4}.$$

После перехода к переменным Якоби

$$x_i = x + \sum_{j=1}^3 w_{ij} \rho_j, \quad w_{ij} = \frac{m_i}{m_i + m_j}, \quad y = v_1 y_1 + v_2 y_2, \quad z = u_3 z_3 + u_4 z_4$$

и некоторых алгебраических преобразованиях (45) может быть записан в виде

$$M(p, q_1, q_2) = i(2\pi)^4 \delta(p - q_1 - q_2) T(p^2, q_1^2, q_2^2),$$

где

$$\begin{aligned}
 T(p^2, q_1^2, q_2^2) = & -6g_S g_{P_1} g_{P_2} \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_S(-\vec{\omega}^2) \tilde{\Phi}_{P_1}(-(k_1 + v_1 q_1)^2) \times \\
 & \times \tilde{\Phi}_{P_2}(-(k_2 + u_4 q_2)^2) \text{Tr} \{ \gamma_5 S_1(k_1) \gamma_5 S_2(k_1 + q_1) \gamma_5 S_4(k_2) \gamma_5 S_3(k_2 + q_2) \},
 \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}\omega_1 &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}(2k_1 + (1 + w_1 - w_2)q_1 + (w_1 - w_2)q_2), \\ \omega_2 &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(2k_2 - (w_3 - w_4)q_1 + (1 - w_3 + w_4)q_2), \\ \omega_3 &= \frac{1}{2}((w_3 + w_4)q_1 - (w_1 + w_2)q_2).\end{aligned}$$

Перепишем (46), используя представление (19) для кварковых пропагаторов:

$$T(p^2, q_1^2, q_2^2) = -6g_S g_{P_1} g_{P_2} \prod_{i=1}^4 \int_0^\infty d\alpha_i \prod_{j=1}^2 \int \frac{d^4 k_j}{(2\pi)^4} num[k] e^z, \quad (47)$$

где $num[k] = \text{Tr} \{ \gamma_5 (m_1 + k_1) \gamma_5 (m_2 + k_1 + q_1) \gamma_5 (m_4 + k_2) \gamma_5 (m_3 + k_2 + q_2) \}$; $z = kak + 2kr + z_0 a = a(\alpha)$ – матрица 2×2 , $z_0 = z_0(p^2, w, m_q, \alpha)$, r – вектор: $r_1 = b_{11}q_1 + b_{12}q_2$, $r_2 = b_{21}q_1 + b_{22}q_2$.

Применяя (25)–(28), из (47) получим

$$\begin{aligned}T(p^2, q_1^2, q_2^2) &= -\frac{6g_S g_{P_1} g_{P_2}}{(4\pi)^4} \int_0^{1/\kappa^2} dt t^3 \int_0^1 d^4 \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) \frac{1}{|a|^2} e^{-ra^{-1}r + z_0} \times \\ &\times num \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_i} - (a^{-1}r)_i \right\}.\end{aligned} \quad (48)$$

Алгебраические преобразования, необходимые для вычислений по формулам (44) и (48), были проведены с помощью пакета *FORM*.

Как видно из рис. 9, формфактор, полученный в четырехкварковой схеме, имеет правильное поведение. Это свидетельствует о том, что скалярные мезоны могут быть описаны как четырехкварковые состояния.

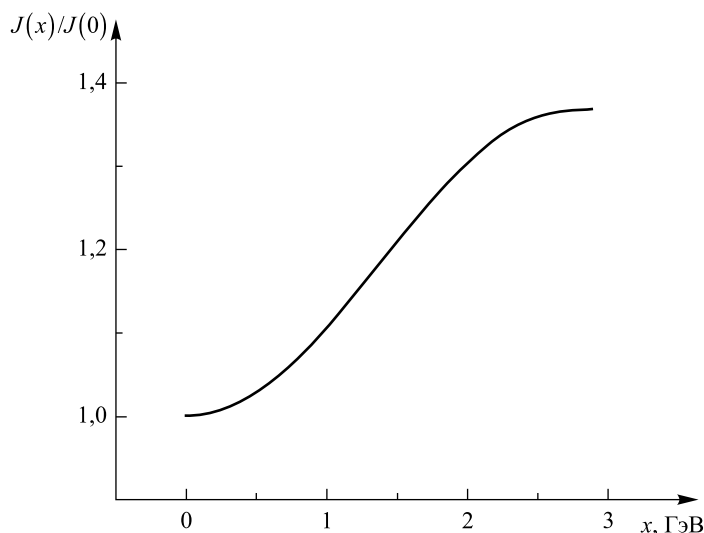


Рис. 9. Зависимость формфактора распада $S \rightarrow PP$ от массы распадающегося скалярного мезона

Fig. 9. The dependence of the decay form factor $S \rightarrow PP$ on the mass of the decaying scalar meson

Анализ экспериментальных данных о ширинах распадов скалярных мезонов позволяет оценить значение параметра Λ в диапазоне 800–950 МэВ.

Библиографические ссылки / References

1. Amsler C. Note on scalar mesons below 2 GeV. *Chinese Physics C*. 2016;40(10):100001.
2. Estabrooks P. Where and what are the scalar mesons? *Physics Review D*. 1979;19:2678.
3. Tanabashi M, Hagiwara K, Hikasa K, Nakamura K, Sumino Y, Takahashi F, et al. [collaboration]. Review of particle physics. *Physical Review D*. 2018;98:030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001.
4. Boglione M, Pennington MR. Dynamical generation of scalar mesons. *Physical Review D*. 2002;65:114010. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.114010.
5. Tornqvist NA. Understanding the scalar meson q anti- q nonet. *Zeitschrift für Physik C*. 1995;68:647–660. DOI: 10.1007/BF01565264.
6. Gell-Mann M. A schematic model of baryons and mesons. *Physics Letters*. 1964;8:214–215. DOI: 10.1016/S0031-9163(64)92001-3.
7. Zweig G. An $Su(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2. In: Lichtenberg D, Rosen S, editors. *Developments in the Quark Theory of Hadrons. Volume 1*. Nonantum: Hadronic Press; 1980. p. 22–101.
8. t'Hooft G, Isidori G, Maiani L, Polosa AD, Riquer V. A theory of scalar mesons. *Physics Letters B*. 2008;662(5):424–430. DOI: 10.1016/j.physletb.2008.03.036.
9. Alford M, Jaffe RL. Insight into the scalar mesons from a lattice calculation. *Nuclear Physics B*. 2000;578(1–2):367–382. DOI: 10.1016/S0550-3213(00)00155-3.
10. Kaminski R, Mennessier G, Narison S. Gluonium nature of the $\sigma/f(0)(600)$ from its coupling to K anti- K . *Physics Letters B*. 2009;680:148–153.
11. Efimov GV, Ivanov MA. *The Quark Confinement Model of Hadrons*. London: Taylor & Francis Group; 1993. 177 p.
12. Brantz T, Faessler A, Gutsche T, Ivanov MA, Korner JG, Lyubovitskij VE. Relativistic constituent quark model with infrared confinement. *Physical Review D*. 2010;81:034010. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.034010.
13. Hagiwara K. [None Particle Data Group]. Review of Particle Properties. *Physical Review D*. 2002;66(1):010001. DOI: 10.1103/PhysRevD.66.010001.
14. Rosselet L, Extermann P, Fischer J, Guisan O, Mermod R, Sachot R, et al. Experimental study of 30,000 $K(e4)$ decays. *Physical Review D*. 1977;15(3):574–586. DOI: 10.1103/PhysRevD.15.574.
15. Pislak S, Appel R, Atoyan GS, Bassalleck B, Bergman DR, Cheung N, et al. High statistics measurement of K_{i4} decay properties. *Physical Review D*. 2003;67(7):072004. DOI: 10.1103/PhysRevD.67.072004.
16. Bizzeti A. Precision measurements of $\pi\pi$ scattering lengths at NA48/2. *AIP Conference Proceedings*. 2011;1374(1):639–642. DOI: 10.1063/1.3647221.

Статья поступила в редколлегию 27.11.2018.
Received by editorial board 27.11.2018.