

ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ИНВЕСТИЦИЙ: ИХ ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ

К. С. Балахничева

Белорусский государственный университет, г. Минск;

anthill38@mail.ru;

науч. рук – И. В. Большакова

Статья посвящена проблеме формирования оптимального инвестиционного портфеля. Математическое моделирование предлагает возможность прогнозирования будущей ситуации, что повышает вероятность выгодного для инвестора вложения средств. Первой законченной системой формирования оптимального портфеля является модель Марковица, разработанная ещё в 50-е годы XX века. На сегодняшний день существует множество различных моделей, позволяющих определить оптимальный набор акций в портфеле. Но ни одна из них не может дать абсолютно верный результат, каждая имеет как преимущества, так и недостатки. В статье рассмотрены такие методы формирования оптимального портфеля, как одноиндексная модель Шарпа и модель Тобина, а также выявлена область и эффективность их практического применения.

Ключевые слова: оптимальный портфель; модель Шарпа; однофакторная модель; рыночный индекс; модель Тобина.

Одним из важнейших объектов вложения средств как государственных, так и частных инвесторов являются ценные бумаги. Как правило, вложения осуществляются в набор ценных бумаг, который образует «инвестиционный портфель». Основной причиной трудностей, возникающих при формировании портфеля, является то, что найти одновременно высоконадежную, высокодоходную и высоколиквидную ценную бумагу практически невозможно. Поэтому оптимизация портфеля инвестиций является одной из распространенных и значимых финансовых задач. Решение ее позволяет найти наиболее эффективный способ вложения инвестором своего капитала в акции нескольких компаний.

В 1952 г. американский экономист Гарри Марковиц опубликовал статью «Portfolio Selection». Модель, разработанная Марковицем, стала первой законченной системой формирования инвестиционного портфеля. Но эта модель все же не лишена недостатков. Основными недостатками модели Марковица являются: предположение о нулевых транзакционных издержках, необоснованность предположения о том, что доходность является нормально распределенной случайной величиной, а также трудоемкость вычислений. Эти и другие недостатки модели, а также пути их преодоления были и являются предметом изучения многих ученых [1, с.419-420].

В 1963 г. Уильям Шарп предложил свой метод построения границы эффективных портфелей. Одноиндексная модель, разработанная на основе идеи Шарпа, основана на предположении о том, что характер изменения доходности отдельной ценной бумаги за определенный период времени связан с характером изменения доходности рыночного индекса за аналогичный период [2, с.24-25]. Величина рыночного индекса в модели Шарпа считается независимой. Взаимосвязь доходности отдельной ценной бумаги и рыночного индекса согласно рассматриваемой модели можно представить в виде уравнения:

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{m,t} + \varepsilon_{i,t},$$

где $r_{i,t}$ – доход i -той ценной бумаги в момент времени t ; α_i – коэффициент смещения; $r_{m,t}$ – доходность рыночного индекса; β_i – коэффициент наклона; $\varepsilon_{i,t}$ – погрешность.

$$\beta_i = \frac{K_{i,m}}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{i,m} \sigma_i}{\sigma_m}; \quad \alpha_i = E(r_i) - \beta_i E(r_m).$$

Точность регрессионной модели, степень взаимосвязи r_m и r_i , можно оценить с помощью дисперсии случайной ошибки $\sigma_{\varepsilon,i}^2$:

$$\sigma_{\varepsilon,i}^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (r_{i,t} - (\alpha_i + \beta_i r_{m,t}))^2}{N-2}.$$

Для компактности формулы вычисления доходности портфеля Шарп предложил считать рыночный индекс характеристикой условной $(n+1)$ -ой ценной бумаги в портфеле и при этом считать, что дисперсия $(n+1)$ -ой равна дисперсии рыночной доходности. Обобщая все вышенанписанное, математическая модель оптимизационной задачи в модели Шарпа примет следующий вид [3, с. 207-217]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_{\varepsilon,i}^2 + \sum_{i=1}^n W_i \beta_i \sigma_m^2 \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^n W_i \alpha_i + \sum_{i=1}^n W_i \beta_i E(r_m) \geq E^*; \\ \sum_{i=1}^n W_i = 1; \\ W_i > 0. \end{array} \right.$$

Рассмотрим применение модели Шарпа на примере портфельной задачи с активами 11 «голубых фишек».

На первом этапе были подсчитаны среднемесячные доходности акций в период с 1 ноября 2016 года по 1 ноября 2017 года, а также ожидаемые доходности и риски для каждой компании. В качестве рыночного индекса был выбран индекс голубых фишек, рассчитываемый Московской межбанковской валютной биржей. Далее для каждого вида акций были вычислены ковариация доходностей с рыночным индексом, коэффициент детерминации, коэффициенты смещения и наклона, а также диспер-

сии случайных ошибок. Доли акций W_i в портфеле, обеспечивающем минимальный риск при заданном уровне доходности, были найдены при помощи надстройки Excel «Поиск решения». В результате был сформирован портфель со следующими долями акций компаний: 3,96% - ПАО «Сбербанк», 8,48% - ПАО «ЛУКОЙЛ», 2,11% - ПАО «Магнит», 19,14% - ОАО «Сургутнефтегаз», 0,95% - ОАО «НОВАТЭК», 6,82% - ПАО «ГМК Норильский никель», 21,94% - ПАО «Банк ВТБ», 10,78% - ОАО «МТС», 25,82% - ПАО «Аэрофлот». Доходность такого портфеля составит 1%, а риск 0,21%.

Таким образом, одноиндексная модель Шарпа подходит не для каждого набора ценных бумаг, так как тесная линейная зависимость между доходностью отдельной акции и величиной некоторого рыночного индекса наблюдается не у всех акций рынка. Для рассмотренного в данной работе рынка акций голубых фишек модель подходит не в полной мере, так как для небольшого количества акций из набора взаимосвязь рыночного индекса и доходности достаточно низкая. В то же время необходимо отметить, что данная модель очень удобна в применении для большого количества бумаг в портфеле, так как она значительно упрощает вычисления.

Еще один метод оптимизации портфеля основан на наблюдении лауреата Нобелевской премии Джеймса Тобина о том, что если на рынке есть безрисковые ценные бумаги, то решение оптимизационной задачи в значительной мере упрощается. Ожидаемую доходность портфеля Тобина можно вычислить, используя следующую формулу:

$$E(r_n) = W_0 r_0 + \sum_{i=1}^n W_i E(r_i),$$

где r_0 – доходность безрискового актива ($E(r_0) = r_0$).

Риск портфеля Тобина вычисляется по той же формуле, которая употребляется в классической модели Марковица [4, с.8-9]:

$$\sigma_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i K_{i,j} W_j}$$

Из акций тех же 11 «голубых фишек» составим портфель Тобина. Для этого добавим в портфель безрисковый актив – государственные краткосрочные облигации. Математическая модель портфеля Тобина с минимальным риском при заданной доходности примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sigma_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i K_{i,j} W_j} \rightarrow \min; \\ W_0 r_0 + \sum_{i=1}^n W_i E(r_i) > E^*; \\ W_0 + \sum_{i=1}^n W_i = 1. \end{cases}$$

В результате решения задачи получим, что необходимо вложить 3,82% капитала в акции Сбербанка, 3,88% – в акции ПАО «ГМК Но-

рильский никель», 3,32% – в акции МТС, 11,21% – в акции Аэрофлота, а 77,77% – в государственные краткосрочные облигации. При таком распределении средств доходность портфеля составит 1%, а риск 0,88%.

Основным преимуществом модели, предложенной Джеймсом Тобином, является возможность включения безрисковых активов в портфель. Недостатком данной модели является трудоемкость ее практического применения для большого количества бумаг.

Сформированные по результатам применения данных моделей портфели были проверены на данных о доходностях за ноябрь 2017 года. В результате доходность портфеля, составленного по модели Шарпа, составила 0,77%, а по модели Тобина – 1,46%. Таким образом, формирование оптимального инвестиционного портфеля – нелегкая задача, для решения которой нет определенного метода, дающего однозначно точный и верный результат. Тем не менее, применение математических моделей оптимизации значительно сокращает риск невыгодного вложения средств.

Библиографические ссылки

1. *Синявская О. А.* Модели и методики многокритериальной портфельной оптимизации // Аудит и финансовый анализ. 2007. №1. с. 418–427
2. *Аскинадзи В. М., Максимова В.Ф.* Портфельные инвестиции. М.: Московская финансово-промышленная академия, 2005.
3. *Шарп У., Александер Г., Бейли Дж.* Инвестиции: Перевод с англ. М.: ИНФРА, 2001.
4. *Большакова И. В.* Портфельная оптимизация: обзор // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика . 2017. № 2. С. 4–15