

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НЕЧЁТКИХ МНОЖЕСТВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

И. А. Коренкович

*Белорусский государственный университет, г. Минск;
korenkovichir@yandex.ru
науч. рук. – И. В. Большакова*

Статья обращена к вопросу о построении оптимальной структуры портфеля ценных активов. Любое вложение инвестором своего капитала в ценные бумаги невозможно без эффективного управления. Инвестор каждый раз учитывает соотношение доходности и риска при выборе актива для инвестирования. Вероятность риска будет сильно уменьшаться при вложении инвестиций в различные ценные бумаги, как результат, будет обеспечиваться стабильность получения положительного результата. В настоящее время в портфельной оптимизации всё более широко применяются такие методы анализа, которые основываются на получении качественных и количественных оценок данных из приближенных рассуждений. Один из таких методов исследования, который на сегодняшний день находится на стадии активной разработки, строится на теории нечетких множеств. Данный метод портфельной оптимизации будет рассмотрен в статье, а также будут сделаны выводы об эффективности его применения.

Ключевые слова: оптимизация портфеля; нечеткие доходности; риск портфеля; функция принадлежности; максимизация доходности.

Важнейшей задачей управления финансовыми активами является задача оптимизации портфеля ценных бумаг. Формирование оптимального портфеля ценных бумаг, в свою очередь, возможно при знании уровня риска и ожидаемой доходности активов. Принятие финансовых решений постоянно сопровождает неопределенность, которая влечёт за собой неуверенность принимающего решения инвестора. И это неудивительно, если учитывать высокую степень изменчивости на финансовом рынке, рост конкуренции на фондовом рынке и, как результат, увеличение рисков возможных потерь. Поэтому в настоящее время всё более широко применяются такие методы анализа, которые основываются на получении качественных и количественных оценок данных из приближенных рассуждений. Но выбор наиболее эффективной модели оптимизации портфеля ценных бумаг до сегодняшнего дня стоит под вопросом.

Началом современной теории портфельной оптимизации, считается предложенная Гарри Марковицем математическая модель формирования оптимального портфеля. Развивая идею портфельной оптимизации, исследователи выделили такие недостатки модели Марковица: трудоемкость вычислений и предположение о нулевых транзакционных издержках. Попытки развития и усовершенствования данной модели привели к

формированию большого количества разнообразных моделей для решения задачи оптимизации портфеля ценных бумаг, которые основываются на различных теориях и используют различные инструменты.

В последнее десятилетие для решения задач оптимизации портфеля ценных бумаг стали также использоваться элементы искусственного интеллекта, что позволяет учитывать при расчётах неопределённость условий внешней среды и достаточно быстро получать решения высокой точности для оптимизационных задач большой размерности. [1, с.14-15]

В случае применения теории нечетких множеств к прогнозу параметров, требуется задавать расчетный коридор значений прогнозируемых параметров. Тогда ожидаемый результат оценивается экспертом так же, как нечеткое число со своим расчетным разбросом. Применение нечётко-множественного подхода базируется на следующих положениях, где: риск портфеля – это не его волатильность, а возможность того, что ожидаемая доходность портфеля окажется ниже некоторой предустановленной плановой величины; корреляция активов в портфеле не рассматривается и не учитывается; доходность каждого актива – это неслучайное нечеткое число [2, с.5-7].

В работе предлагается модель составления оптимальной структуры фондового портфеля с учетом суточных колебаний стоимости акций. Суть модели заключается в том, что мы определяем доходности ценных бумаг в виде треугольных нечетких чисел. Для этого нам необходимо знать минимальную, максимальную и среднюю доходность акций, которые можно рассчитать аналогично нижеприведенной формуле для максимальной доходности акций [3, с.3-6]:

$$R_{it}^{max} = \frac{S_{it}^{max} - S_{it}^{откр}}{S_{it}^{откр}}$$

Теперь можем представить доходность ценной бумаги в момент времени t как треугольное нечеткое число:

$$\widetilde{R}_{it} = \langle R_{it}^{min}, R_{it}, R_{it}^{max} \rangle$$

Далее, используя понятие матожидания, рассчитывается ожидаемая доходность акций, её значения также принимают вид нечетких треугольных чисел:

$$\tilde{E}(R_j) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widetilde{R}_{it} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \langle R_{it}^{min}, R_{it}, R_{it}^{max} \rangle$$

Будущая доходность и риск портфеля в данной модели являются нечеткими функциями.

В портфельной теории дисперсия доходности является мерой риска, связанного с инвестированием в определенный актив или портфель активов. Так риск портфеля является нечеткой функцией вида:

$$\widetilde{\sigma_v^2} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \widetilde{v_{ij}} k_i k_j$$

Отношение доходности портфеля к его риску, функция $\tilde{\theta}$, определяет критерий эффективности, является нечеткой функцией четкого аргумента, поскольку инвестор желает совершенно точно знать, в каком количестве ему следует приобретать ценные бумаги каждого вида, чтобы составить для себя оптимальный фондовый портфель [4, с.19-21]. Для нахождения оптимальной структуры портфеля будем максимизировать эту функцию следующим образом:

$$\tilde{\theta} = \frac{\widetilde{m_p} - \langle m_p^{min}, m_p, m_p^{max} \rangle}{\widetilde{\sigma_p}} = \langle \theta_{min}, \theta, \theta_{max} \rangle,$$

при условии $\sum_{j=1}^N k_j = 1$.

Убедившись, что мы строим максимально эффективный портфель, мы сможем определить доли акций каждой компании в составе оптимизированного портфеля.

Практическое применение теории нечетких множеств к оптимизации портфеля ценных бумаг будет рассмотрено на примере оптимизации портфеля ценных бумаг, состоящего из акций семи из пятидесяти предприятий, на основании стоимости которых строится индекс российской торговой системы. Для построения оптимальной структуры портфеля ценных бумаг по предложенной модели были взяты данные за сентябрь – октябрь 2017 года. Работа была проведена по вышеприведенному алгоритму. Максимум функции принадлежности $\mu_{\tilde{\theta}}=1$ соответствует наиболее достоверному значению $\theta^*=0,446$. Оно является вещественным числом. Следовательно, можно однозначно определить структуру портфеля ценных бумаг, соответствующую такому θ^* , причем она будет оптимальной. Доли ценных бумаг в итоговом портфеле, соответствующем максимальному критерию эффективности по предложенной нечеткой модели, распределились следующим образом: Сбербанк России – 15,6%, Мобильные ТелеСистемы – 13,37%, Мегафон – 29,1%, Магнит – 13,195, Северсталь – 7,72%, Газпром – 6,0%, Транснефть – 15,02%.

В ходе его оптимизации портфеля его доходность составила 2,16%, риск соответствует значению 0,48%. Из чего следует, что, по результатам оптимизации портфеля ценных бумаг на основе нечетко-множественного подхода, был получен действительно эффективный

портфель, который в будущем сможет принести инвестору прибыль. При этом была учтена размытость условий, в которых инвестор принимает решение о том, какое количество инвестиций в какие ценные бумаги выгоднее вложить, неопределенность величины доходов, а также снизили трудоёмкость решения задачи оптимизации портфеля.

Таким образом, модель на основе теории нечетких множеств дает более эффективный портфель, чем известная модель, с точки зрения отношение доходности портфеля к его риску. Поспособствовало этому то, что в рассмотрение принято не одно конкретное значение стоимости ценной бумаги из какого-то временного интервала, а описание изменения стоимости за некоторый промежуток времени в виде треугольного нечеткого числа.

Библиографические ссылки

1. *Большакова И. В. Портфельная оптимизация: обзор // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика . 2017. № 2. С. 4–15*
2. *Недосекин А. О. Нечётко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. СПб., 2002.*
3. *Севодин М. А., Козловская Я. И. Об использовании теории нечетких множеств при построении оптимальной структуры портфеля ценных бумаг// Электронный научный журнал «Современные проблемы науки и образования» № 6 (2014).*
4. *Fang Y., Lai K., Wang S. Fuzzy Portfolio Optimization: Theory and Methods (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems) Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg: 2008.*