

Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

А.Л. Толстик

(подпись)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД 2617 /уч.

**ТЕОРИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ГРУПП.  
ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 04 01 Физика (по направлениям),  
направлению специальности  
1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)

Минск 2016 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта ОСВО 1-31 04 01-2013, утвержденного и введенного в действие постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 30.08.2013 № 88; учебных планов №G31-163/уч., №G31и-174/уч., утвержденных 30.05.2013.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Я.М. Шнир** - профессор кафедры теоретической физики и астрофизики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**А.К. Горбацевич** — профессор кафедры теоретической физики и астрофизики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической физики и астрофизики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 23.05.2016 г.);

Советом физического факультета Белорусского государственного университета

(протокол № 10 от 09.06.2016);

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Теория непрерывных групп. Основы специальной теории относительности» состоит из двух в какой-то мере самостоятельных разделов: теории непрерывных групп и основ специальной теории относительности.

Целью первого раздела курса является знакомство студентов с основными элементами теории непрерывных групп Ли и их приложениями в различных областях теоретической физики. Задачей данного раздела является освоение студентами языка и математического аппарата теории групп и применение групповых методов при анализе физических систем и моделей.

Теория групп относится к наиболее важным разделам современной математической физики. Концепция симметрии и ее возможных нарушений, связанная с теоретико-групповым анализом, составляет универсальную основу описания фундаментальных законов физики. Ее применение привело к построению Стандартной Модели взаимодействий, созданию теории фазовых переходов и построению современных космологических моделей эволюции Вселенной.

Помимо сообщения основных сведений из теории конечных групп, программой предусмотрено развернутое изложение теории групп Ли с акцентом на их топологические свойства и теорию представлений групп

В связи с этим понимание основных идей, лежащих в основе теории непрерывных групп и владение ее математическим аппаратом являются необходимым условием успешной профессиональной деятельности специалиста, имеющего квалификацию «Физик. Исследователь» и работающего в области теоретической физики.

В первом разделе курса подробно излагаются основные элементы теоретико-групповых методов, которые составляют математическую основу ряда фундаментальных разделов современной теоретической физики: квантовой механики и электродинамики, классической и квантовой теории полей, физики фундаментальных взаимодействий и конденсированного состояния, специальной и общей теорий относительности.

Целью второго раздела данной учебной дисциплины является ознакомление студентов с современными подходами в специальной теории относительности, основанными на применении инвариантных и групповых методах, необходимых для дальнейшего построения общей теории относительности, которая относится к наиболее фундаментальным разделам современной физики. Глубокие геометрические идеи, лежащие в основе общей теории относительности, раскрываются во всей своей красоте в космологических и астрофизических приложениях, которые в последние десятилетия испытали чрезвычайно бурное развитие. В связи с

этим понимание основных идей, лежащих в основе как специальной, так и общей теориях относительности и владение их понятийным аппаратом являются необходимым условием успешной профессиональной деятельности специалиста, имеющего квалификацию «Физик. Исследователь» и работающего в области теоретической физики.

Во второй части раздела учебной дисциплины «Теория непрерывных групп. Основы специальной теории относительности» подробно излагаются основы специальной теории относительности. При этом основное внимание уделяется методам, использующим геометрические представления в плоском 4-мерном псевдоевклидовом пространстве-времени — пространстве Минковского. Активное использование методов, присущих общей теории относительности, позволяет, во-первых, добиться более глубокого понимания основ специальной теории относительности, и, во-вторых, существенно упростить переход к изложению физических процессов в искривленном пространстве-времени, лежащем в основе общей теории относительности.

Учебная дисциплина предполагает знакомство с основами линейной алгебры и аналитической геометрии, а также векторного и тензорного анализа. Материал курса основан на знаниях и представлениях, заложенных в общих курсах по теоретической механике и электродинамике. Он является базовым для последующих спецкурсов по теоретической физике, читаемых на кафедре, в частности, он непосредственно связан с курсами «Классическая теория поля», «Квантовая электродинамика», «Дифференциальная геометрия и топология», «Тензорный и спинорный анализ», «Общая теория относительности» и др.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные идеи и современные представления теории групп, в частности групп Ли, и связанных с ней концепций симметричного анализа,
- основные идеи и современные представления о физике пространства-времени и группе Лоренца;

уметь:

- применять основные представления и математический аппарат теории непрерывных групп для решения конкретных задач в современной теоретической физике,
- применять основные представления и математический аппарат специальной теории относительности для решения актуальных задач современной физики;

владеть:

- понятийным аппаратом и методами теории непрерывных групп и специальной теории относительности.

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

- Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- Владеть системным и сравнительным анализом.
- Владеть исследовательскими навыками.
- Уметь работать самостоятельно.
- Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- Быть способным к социальному взаимодействию.
- Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- Быть способным к критике и самокритике.
- Уметь работать в команде.
- Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.
- Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.
- Проводить планирование и реализацию физического эксперимента, оценивать функциональные возможности сложного физического оборудования.
- Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.
- Осуществлять поиск, систематизацию и анализ информации по перспективным направлениям развития отрасли, инновационным технологиям, проектам и решениям.
- Применять полученные знания фундаментальных положений физики, экспериментальных, теоретических и компьютерных методов исследования, планирования, организации и ведения научно-исследовательской, научно-производственной и научно-педагогической работы.
- Применять знания физических основ современных технологий, средств автоматизации, методов планирования и организации производства, правового обеспечения хозяйственной деятельности и налоговой системы, современного предпринимательства, государственного регулирования экономики и экономической политики.

Общее количество часов, отводимое на изучение учебной дисциплины — 82, из них количество аудиторных часов — 54.

Форма получения высшего образования — очная, дневная.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и семинарских занятий. На проведение лекционных занятий отводится 46 часов, на семинарские занятия — 8 часов.

Занятия проводятся на 3 курсе в 5 семестре.

Формы текущей аттестации по учебной дисциплине — зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**1. Элементы теории групп.** Группы. Определения и примеры. Конечные и непрерывные группы. Подгруппы. Абелевы и неабелевы группы. Смежные классы. Теорема Лагранжа. Классы сопряженных элементов. Инвариантная подгруппа. Простые и полупростые группы. Фактор-группа. Гомоморфизм и изоморфизм. Группа автоморфизмов. Прямое и полупрямое произведение групп.

**2. Представления групп.** Отображения, линейные преобразования. Инвариантные билинейные формы. Унитарные пространства. Пространство представления, эквивалентные представления, характеры. Приводимые и неприводимые представления. Леммы Шура. Соотношения ортогональности. Прямая сумма и прямое (кронекеровское) произведение представлений. Разложение кронекеровского произведения. Ряд Клебша-Гордана, коэффициенты Клебша-Гордана.

**3. Непрерывные группы и их представления.** Группы Ли. Параметры преобразований. Определения и примеры. Инфинитезимальные преобразования. Переход от инфинитезимальных преобразований к конечным. Теорема Эйзенхарта. Инфинитезимальные генераторы и структурные константы. Алгебры Ли, их структура. Локальный изоморфизм групп. Представления алгебры Ли. Присоединенное представление. Скалярное произведение (форма Киллинга). Условие невырожденности для простых и полупростых групп Ли. Полная антисимметрия структурных констант. Инвариантные операторы представления (операторы Казимира). Каноническая форма алгебры Ли. Корни. Корневые диаграммы. Схемы Дынкина. Классификация простых алгебр Ли.

**4. Свойства группового пространства.** Инвариантное интегрирование. Групповой объем. Компактные и некомпактные группы. Связность. Группы гомотопий. Универсальная накрывающая группа.

**5. Элементы специальной теории относительности.** Принцип относительности Эйнштейна. Измерение расстояний и промежутков времени. Введение координат.

**6. Преобразования Лоренца и их классификация.** Групповые свойства преобразований Лоренца. Явные выражения для преобразований Лоренца. Специальный и общий случаи.

**7. Кинематические следствия преобразований Лоренца:** относительность одновременности, сокращение длин, замедление времени, эйнштейновская формула сложения скоростей. Эксперименты, подтверждающие кинематические следствия преобразований Лоренца.

**8. 4-мерная формулировка специальной теории относительности.** Пространственно-временной континуум.

Преобразования Лоренца как псевдповращения в пространстве Минковского. Световой конус. Классификация интервалов. Причинность.

9. **Векторы и тензоры в пространстве Минковского.** Инвариантная классификация векторов. Понятия о собственном времени, 4-скорости и 4-ускорении материальной точки. Теорема о максимальности собственного времени для равномерного и прямолинейного движения. Проекционный тензор. Инвариантные выражения для промежутков времени и расстояний в произвольной системе отсчета. Парадокс близнецов.

10. **Элементы релятивистских механики и электродинамики.** Четырехмерная и трехмерная формы релятивистских уравнений движения. Законы сохранения. Движение с постоянным 4-ускорением (гиперболическое движение). Сила Лоренца. 4-мерная формулировка уравнений Максвелла. Распространение электромагнитных волн. Эффект Доплера.



## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

| Номер раздела,<br>темы | Название раздела, темы                                    | Количество аудиторных часов |                         |                        |                         |      | Количество часов<br>УСР     | Литература       | Формы контроля<br>знаний |
|------------------------|---|-----------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------|-----------------------------|------------------|--------------------------|
|                        |   | Лекции                      | Практические<br>занятия | Семинарские<br>занятия | Лабораторные<br>занятия | Иное |                             |                  |                          |
| 1                      | 2   | 3                           | 4                       | 5                      | 6                       | 7    | 8                           | 9                |                          |
|                        | <b>Теория непрерывных групп</b>                           |                             |                         |                        |                         |      |                             |                  |                          |
| 1                      | Элементы теории групп.                                    | 6                           |                         |                        |                         |      | [1], [2], [3]               |                  |                          |
| 2                      | Представления групп.                                      | 6                           |                         |                        |                         |      | [1], [3], [4]               |                  |                          |
| 3                      | Непрерывные группы и их представления.                    | 6                           |                         | 2                      |                         |      | [1], [5], [7]               | Тестовые задания |                          |
| 4                      | Свойства группового пространства.                         | 4                           |                         |                        |                         |      | [4], [6], [7]               | Коллоквиум       |                          |
|                        | <b>Основы специальной теории относительности</b>          |                             |                         |                        |                         |      |                             |                  |                          |
| 5                      | Принцип относительности Эйнштейна                         | 2                           |                         |                        |                         |      | [9], [10],[д.6]             |                  |                          |
| 6                      | Преобразования Лоренца и их классификация.                | 4                           |                         | 2                      |                         |      | [9],[д.6]                   |                  |                          |
| 7                      | Кинематические следствия преобразований Лоренца:          | 4                           |                         | 2                      |                         |      | [9], [10],[д.6]             | Коллоквиум       |                          |
| 8                      | 4-мерная формулировка специальной теории относительности. | 4                           |                         |                        |                         |      | [8], [9], [10]              |                  |                          |
| 9                      | Векторы и тензоры в пространстве Минковского.             | 6                           |                         |                        |                         |      | [8]—[10], [д.6 – д.9]       |                  |                          |
| 10                     | Элементы релятивистских механики и электродинамики        | 4                           |                         | 2                      |                         |      | [8], [9], [10], [д.6 – д.9] |                  |                          |
|                        | Текущая аттестация  | 46                          |                         | 8                      |                         |      |                             | Зачет            |                          |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Jones H. Groups. Representations and Physics. — Bristol, IoP, 2014 (4th ed).
2. Vvedensky D, Evans T. Symmetry, Groups, and Representations in Physics — World Scientific Publishing, 2016.
3. Cornwell J. F. Group Theory in Physics, V1,2. — London, Academic Press, 2017 (5<sup>th</sup> ed).
4. Вейнберг, С. Гравитация и космология / С. Вейнберг, М.: Мир, 1975 – 697 С.
5. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, М.: Физматлит, 2016 – 508 С.
6. Stephani, H. Relativity / H. Stephani. Cambridge university press, 2004 – 416 P.

### Перечень дополнительной литературы

1. Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и ее приложения, т.1, 2. — М.: Мир 1980.
2. Хамермеш М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам. — М.: Мир, 1966
3. Желобенко Д.П. Компактные группы Ли и их представления. — М.: Наука, 1970
4. Вейль Г. Классические группы, их инварианты и представления. — М.: Гостехиздат, 1947.
5. Любарский Г.Я. Теория групп и ее применение к физике. — М.: Гостехиздат, 1958
6. Wu-Ki Tung. Group Theory in Physics — Singapore, World Scientific, 1985
7. Поклонский, Н.А. Точечные группы симметрии.— Мн.:БГУ, 2003.—215 с.
8. Roy McWeeny. Symmetry: An Introduction to Group Theory and Its Applications. — London, Dover Publications, 2002
9. Robert Gilmore. Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications. — London, Dover Publications, 2006.
10. Мизнер, Ч. Гравитация. Т.1 — / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уиллер, — М.: Мир, 1977.—480 С.
11. Мизнер, Ч. Гравитация. Т.2 / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уиллер, — М.: Мир, 1977.—527 С.
12. Мизнер, Ч. Гравитация. Т.3 / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уиллер, — М.: Мир, 1977.—512 С.

## **Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности**

1. Коллоквиумы
2. Тестовые задания

Коллоквиум №1. Основы теории групп Ли.

Примерный перечень вопросов:

1. Группы и алгебры Ли;
2. Генераторы алгебры Ли, структурные константы;
3. Представления алгебры Ли;
4. Инвариантные операторы представления группы, их построение;
5. Каноническая форма алгебры Ли. Корни. Корневые диаграммы;
6. Схемы Дынкина. Классификация простых алгебр Ли;

Коллоквиум №2 . Преобразования Лоренца.

Примерный перечень вопросов:

1. Групповые свойства преобразований Лоренца.
2. Сокращение длин и замедление времени.
3. Преобразования Лоренца как 4-мерные псевдовращения.
4. Собственное время. Парадокс близнецов.

Рекомендуемые темы тестовых заданий:

1. Вычисление таблиц Кэли конечных групп  $D_3$  и  $D_4$
2. Вычисление смежных классов и инвариантных подгрупп конечных групп  $D_3$  и  $D_4$
3. Алгебра матриц фундаментального и присоединенного представлений групп  $SU(2)$  и  $SU(3)$
4. Построение корневой диаграммы и явного вида матриц фундаментального представления группы  $SO(5)$  и исключительной группы  $G_2$  исходя из соответствующих схем Дынкина.
5. Вычисление таблиц характеров неприводимых представлений групп  $D_3$  и  $D_4$
6. Доказательство изоморфизма групп Ли  $SO(3) \sim SU(2)/Z_2$
7. Вычисление инвариантной меры интегрирования по группе  $SO(3)$ .

### **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов**

Основой методики организации самостоятельной работы студентов по курсу является предоставление студентам необходимой для работы информации, а также обеспечение регулярных консультаций преподавателя и периодичной отчетности по различным видам учебной и самостоятельной деятельности.

В открытом доступе для студентов размещается следующая информация:

- программа курса с указанием основной и дополнительной литературы;
- учебно-методические материалы для практических занятий;
- график консультаций преподавателя;
- вопросы для проведения зачета;
- сроки проведения контрольных мероприятий по различным видам учебной деятельности:
  - коллоквиумов по изучаемому материалу;
  - тестовых заданий;
- для дополнительного развития творческих способностей одаренных студентов организуются:
  - студенческие научно-практические конференций, конкурсы;
  - студенческие олимпиады.

### **Рекомендации по контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации**

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать тестовые задания по разделам дисциплины, устные дискуссии, коллоквиумы. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

Коллоквиум проводится в письменной форме. Каждая из письменных работ включает в себя 3–6 заданий. По согласованию с преподавателем разрешается использовать справочные, научные и учебные печатные издания, любые электронные источники информации и конспект лекций (в любой форме). Каждое задание в соответствии с ее сложностью оценивается от 3 до 5 баллов (максимальная сумма баллов за все задачи в контрольной (коллоквиуме) равна 10). Количество баллов за каждое задание выставляется в зависимости от правильности, полноты и оригинальности его решения. Невыполненное или выполненное полностью неправильно задание оценивается в 0 баллов. Оценка за коллоквиум рассчитывается как сумма баллов, полученных за каждое задание.

Тестовое задание – это задание, которое студент должен выполнить в конце занятия. Оценивается по 10-балльной системе.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается как среднее оценок за каждый из письменных видов работ. При оценке текущей успеваемости 4 балла и более студенты допускаются к зачету. При оценке ниже 4 баллов

решением кафедры студенты не допускаются к зачету, и им назначается срок выполнения контрольных мероприятий.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме зачета.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

| Название дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры                           | Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)    |
|---|--|--|--|
| Электродинамика                                       | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |
| Теоретическая механика                                | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |
| Классическая теория поля                              | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |
| Квантовая электродинамика                             | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |
| Общая теория относительности                          | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |
| Тензорный анализ                                      | Кафедра теоретической физики и астрофизики | Оставить содержание учебной дисциплины без изменения                                     | Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол №10 от 23.05.2016) |