

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям
О. И. Чуприс
«16» _____ 2018 г.
Регистрационный № УД-6242 /уч.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальностей первой ступени высшего образования:

1-31 03 05 Актуарная математика

**1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)
направления специальности**

**1-31 03 06 - 01 Экономическая кибернетика (математические методы и
компьютерное моделирование в экономике);**

**1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)
направления специальности**

**1-98 01 01 - 01 Компьютерная безопасность (математические методы и
программные системы)**

2018 г.

Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов высшего образования ОСВО 1-31 03 05-2013, ОСВО 1-31 03 06-2013, ОСВО 1-98 01 01-2013 и учебных планов, G31-168/уч. от 30.05.2013, G31и-193/уч. от 30.05.2013, G31-166/уч. от 30.05.2013, G31и-191/уч. от 30.05.2013, P98-138/уч. от 30.05.2013, P98и-141/уч. от 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

Ю.С. Харин, профессор кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

Е.Н. Орлова, доцент кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра стохастического анализа и эконометрии Учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Я.Купалы»;

А. Д. Егоров, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики НАН Беларуси; доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета (протокол № 13 от 29 марта 2018 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 4 мая 2018 г.).



Тимо / Бодякин И.А., зав. кафедрой ММАД /

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» знакомит студентов с основными методами построения и анализа математических моделей случайных явлений.

Цель преподавания учебной дисциплины – изложение основных сведений о построении и анализе математических моделей, учитывающих случайные факторы, а также создание базы для освоения основных понятий и методов современной прикладной математики, используемых при изучении перечисленных выше дисциплин.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- формирование представления о месте и роли теории вероятностей и математической статистики в современном мире;
- теоретическое освоение студентами основных положений дисциплины;
- формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания основ теории вероятностей и математической статистики;
- приобретение практических навыков решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий в их взаимной связи, а также задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования;
- формирование системы основных понятий, используемых для описания важнейших вероятностных моделей и методов, а также раскрытие взаимосвязи этих понятий.

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к циклу общенаучных и общепрофессиональных дисциплин государственного компонента.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей с учебными дисциплинами. Основой для изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются дисциплины «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Вычислительные методы алгебры», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Уравнения математической физики».

«Теория вероятностей и математическая статистика» является базовой дисциплиной для изучения дисциплин аналитического и прикладного цикла, предусмотренных учебными планами специальностей «Актуарная математика», «Экономическая кибернетика», «Компьютерная безопасность»: «Эконометрика», «Математическая теория финансовых рисков», «Математическая экономика», «Криптографические методы», «Методы финансово-экономического управления», «Теоретические основы информационной безопасности», «Математические модели рисков страхования», «Математические модели микро- и макроэкономики»,

«Математические основы финансовой экономики», «Инвестиции и управление портфелем ценных бумаг», «Страховая математика», «Теория оценивания финансовых активов». Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», используются также в ряде учебных дисциплин специализаций.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- аксиомы теории вероятностей; понятия случайных величин и их функций распределения; формулы преобразования распределений при функциональных преобразованиях; числовые характеристики случайных величин; понятие характеристической функции; виды сходимости последовательностей случайных величин; основные предельные теоремы;
- методы построения точечных и интервальных оценок; методы проверки гипотез;
- методы построения математических моделей случайных процессов и их исследования;

уметь:

- находить вероятности сложных событий; находить функции распределения случайных величин и распределения функций случайных величин; находить числовые характеристики случайных величин; исследовать сходимость последовательностей случайных величин;
- строить точечные и интервальные оценки неизвестных параметров, исследовать их свойства;
- осуществлять статистическую проверку гипотез; строить уравнения регрессии;

владеть:

- методами нахождения вероятностных характеристик распределений, методами нахождения предельных распределений последовательностей случайных величин;
- методами статистического оценивания параметров;
- методами построения математических моделей случайных процессов.

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

ПК-13. Работать с научной и справочной литературой.

Структура содержания учебной дисциплины включает такие дидактические единицы, как темы (разделы), в соответствии с которыми разрабатываются и реализуются соответствующие лекционные и лабораторные занятия. Примерная тематика занятий приведена в информационно-методической части.

Дисциплина изучается в 4, 5 семестре. Всего на освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» отведено 358 часов, в том числе 170 аудиторных часов, из них: лекции – 102 часа, лабораторные занятия – 60 часов, УСП – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 9,5 зачетных единиц.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – зачет (4 семестр), экзамены (4, 5 семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Теория вероятностей

Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Случайный эксперимент. Понятие о вероятности. Простейшие вероятностные модели. Математическая модель случайного эксперимента. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса.

Тема 1.2. Случайные величины. Одномерные случайные величины и их функции распределения. Типы случайных величин. Многомерные случайные величины. Функциональные преобразования случайных величин. Формула преобразования плотностей.

Тема 1.3. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание дискретных случайных величин. Интегралы Лебега-Стилтьеса и Римана-Стилтьеса. Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления. Моменты случайных величин. Условное математическое ожидание относительно случайных величин и сигма-алгебр.

Тема 1.4. Сходимость последовательностей случайных величин. Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии. Соотношения между видами сходимости.

Тема 1.5. Характеристическая функция. Характеристическая функция и ее свойства. Теорема единственности. Слабая сходимость распределений и теоремы Хелли. Теорема непрерывности для характеристических функций.

Тема 1.6. Предельные теоремы. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека-Реньи. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости усиленного закона больших чисел. Центральная предельная теорема и ее следствия.

Раздел 2. Математическая статистика

Тема 2.1. Выборки и точечные оценки. Выборки и выборочные характеристики. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации, Крамера-Рао. Эффективные оценки. Достаточные статистики.

Тема 2.2. Методы построения точечных и интервальных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае. Байесовский метод. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.

Тема 2.3. Проверка статистических гипотез. Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.

Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Дисперсионный анализ. Последовательный анализ Вальда. Критерии согласия. Полиномиальная регрессия.

Раздел 3. Случайные процессы

Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов. Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы. Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.

Тема 3.2. Процессы с независимыми приращениями. Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства. Пуассоновский процесс и его свойства.

Тема 3.3. Цепи Маркова. Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.

Тема 3.4. Процессы с конечными моментами второго порядка. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном. Стохастический интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения и метод последовательных приближений.

Тема 3.5. Стационарные в широком смысле случайные процессы. Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса. Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов. Прогнозирование случайных процессов. Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.

Тема 3.6. Стохастические интегралы Ито и стохастические дифференциальные уравнения. Определение и основные свойства стохастических интегралов Ито. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений.

Тема 3.7. Статистические выводы о случайных процессах. Параметрический и непараметрический анализ временных рядов. Статистический анализ цепей Маркова.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Количество часов в УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Семинарские занятия	Лабораторные занятия		
1	Теория вероятностей	42		36		
1.1	Основные понятия теории вероятностей	4		4		Устный опрос
1.2	Случайные величины	8		8		Устный опрос
1.3	Числовые характеристики случайных величин	10		8	2	Контрольная работа №1
1.4	Сходимость последовательностей случайных величин	8		6		Устный опрос. Отчет по заданию с устной защитой
1.5	Характеристическая функция	4		2		Коллоквиум. Отчет по заданию с устной защитой
1.6	Предельные теоремы	8		4	2	Контрольная работа №2
2	Математическая статистика	32		10		
2.1	Выборки и точечные оценки	10		2		Устный опрос
2.2	Методы построения точечных и интервальных оценок	10		2		Защита подготовленного студентом реферата. Отчет по заданию с устной защитой
2.3	Проверка статистических гипотез	12		4	2	Контрольная работа №3
3	Случайные процессы	28		22		
3.1	Основные понятия теории случайных процессов	6		4		Устный опрос
3.2	Процессы с независимыми приращениями	4		4		Коллоквиум

3.3	Цепи Маркова	4		2	2	Защита подготовленного студентом реферата
3.4	Процессы с конечными моментами второго порядка	4		4		Устный опрос
3.5	Стационарные в широком смысле случайные процессы	4		2		Отчет по заданию с устной защитой
3.6	Стохастические интегралы Ито и стохастические дифференциальные уравнения	2		2		Контрольная работа №4
3.7	Статистические выводы о случайных процессах	4		2		Отчет по заданию с устной защитой
	ИТОГО	102		60	8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Боровков, А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. – М. : Наука, 2007. – 772 с.
2. Боровков, А. А. Теория вероятностей / А. А. Боровков. – Москва : Едиториал УРСС, 2003. – 470 с.
3. Булинский, А. В. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с.
4. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – Москва : Наука, 2004. – 447 с.
5. Матальцкий, М. А. Теория вероятности, математическая статистика и случайные процессы: теория, примеры, задачи / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич. – Минск : Выш. шк., 2012. – 720 с.
6. Розанов, Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика / Ю. А. Розанов. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
7. Харин, Ю. С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев, Е. Е. Жук. – Минск : БГУ, 2011. – 463 с.
8. Теория вероятностей, математическая статистика. Задачи, упражнения, тестовые задания / Ю. С. Харин [и др.]. – Минск : БГУ, 2010. – 302 с.
9. Ширяев, А. Н. Вероятность. В 2-х кн. / А.Н. Ширяев. – Москва : МЦНМО, 2004. – 928 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Гихман, И. И. Введение в теорию случайных процессов / И. И. Гихман, А. В. Скороход. – Москва : Наука, 1977. – 568 с.
2. Карлин, С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. – Москва : Мир, 1988. – 354 с.
3. Крамер, Г. Стационарные случайные процессы / Г. Крамер, М. Лидбеттер. – Москва : Мир, 1969. – 398 с.
4. Розанов, Ю. А. Случайные процессы / Ю. А. Розанов. – Москва : Наука, 1979. – 184 с.
5. Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей и математической статистики / В. П. Чистяков. – Москва : Наука, 1987. – 240 с.
6. Харин Ю.С., Орлова Е.Н., Сталевская С.Н. Электронный учебно-методический комплекс по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» (<http://cdn.edu.by/ems/tv.zip>).

Примерный перечень тем для коллоквиумов

- 1) Характеристическая функция.
- 2) Процессы с независимыми приращениями.

Рекомендуемая тематика контрольных работ

- 1) Контрольная работа №1. *Числовые характеристики случайных величин.*
- 2) Контрольная работа №2. *Предельные теоремы.*
- 3) Контрольная работа №3. *Проверка статистических гипотез.*
- 4) Контрольная работа №4. *Стохастические интегралы Ито и стохастические дифференциальные уравнения.*

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, ссылки на учебные издания для теоретического изучения дисциплины, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, тематика рефератов и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы создаются фонды оценочных средств, включающие типовые задания, контрольные работы и тесты. Оценочными средствами предусматривается оценка способности обучающихся к творческой деятельности, их готовность вести поиск решения поставленных задач.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: опросы, устная защита лабораторных работ.
2. Письменная форма: отчеты по лабораторным работам, оценивание на основе модульно-рейтинговой системы.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается как среднее за отчеты по домашним практическим упражнениям.

Методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» учебным планом предусмотрены зачет и экзамены.

Рекомендуется использовать рейтинговую оценку знаний студента, дающую возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине. Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в рейтинговую оценку:

- подготовка реферата – 15 %;
- работа на лабораторных занятиях – 35 %;
- контрольные работы – 30 %;
- коллоквиум – 20 %.

Итоговая оценка формируется на основе:

- 1) Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012г.);
- 2) Положение о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД);
- 3) Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Эконометрика	Математическое моделирование и анализа данных	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Математическая теория финансовых рисков	Теории вероятностей и математической статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Математическая экономика	Методов оптимального управления	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Криптографические методы	Математическое моделирование и анализа данных	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Методы финансово-экономического управления	Математическое моделирование и анализа данных	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Теоретические основы информационной безопасности	Технологий программирования	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.

Математическ ие модели рисков страхования	Теории вероятностей и математическо й статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Математическ ие модели микро- и макрэкономи ки	Математическо го моделирования и анализа данных	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Математическ ие основы финансовой экономики	Теории вероятностей и математическо й статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Инвестиции и управление портфелем ценных бумаг	Теории вероятностей и математическо й статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Страховая математика	Теории вероятностей и математическо й статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.
Теория оценивания финансовых активов	Теории вероятностей и математическо й статистики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 13 от 29.03.2018 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
