

# Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

20.06. О.И. Чуприс  
2018 года  
Регистрационный № УД-6119 уч.



## ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:  
1-31 80 03 Математика**

Минск 2018

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 80 03-2012 и учебных планов УВО: №G31-257/уч., №G31<sub>3</sub>-258/уч., (26.05.2017 г.)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Е.М. Радыно**, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 06.06.2018);

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 8 от 19.06.2018)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В дисциплине «Основы теории случайных процессов» изучаются функционалы и операторы в функциональных пространствах, а также методы, с помощью которых сведения об этих объектах применяются к конкретным задачам.

Среди областей применения теории операторов можно указать математическую физику, теорию функций, теорию дифференциальных и интегральных уравнений, методы вычислений, квантовую механику, математическую экономику и ряд других направлений.

**Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста.** Дисциплина «Основы теории случайных процессов» является дисциплиной по выбору магистранта компонента учреждения высшего образования цикла дисциплин специальной подготовки и преподается в третьем семестре для дневной формы получения образования и в третьем семестре для заочной формы. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами, как «Функциональный анализ», «Дополнительные главы функционального анализа», «Теория вероятностей», «Математическая и прикладная статистика».

**Целями** изучения дисциплины «Основы теории случайных процессов» для магистрантов-математиков являются:

- ознакомление с основными понятиями теории случайных процессов;
- выработка мировоззренческих представлений о современных приложениях теории случайных процессов;
- подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;
- подготовка к самостоятельному изучению тех разделов современных научных знаний, которые могут потребоваться дополнительно в практической и научно-исследовательской работе;

Важнейшими **задачами** изучения магистрантами-математиками дисциплины «Основы теории случайных процессов» являются:

- углубленное ознакомление магистрантов с основными принципами теории случайных процессов и ее приложений;
- дальнейшее формирование у магистрантов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах;
- повышение их математической культуры.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен **знать:**

- классификацию случайных процессов в соответствии с областями задания временной переменной и областями значений процесса;
- особенности стационарных процессов;
- особенности марковских процессов;
- основы теории интегрирования Ито.

Магистранты должны **уметь:**

- использовать формализм цепей Маркова, в том числе находить предельное распределение вероятностей для цепи Маркова;
- использовать теорию стационарных процессов с непрерывным временем и дискретным множеством состояний;
- вычислять интегралы Ито;
- решать простейшие стохастические дифференциальные уравнения.

Магистранты должны *владеть*:

- терминологией дисциплины «Основы теории случайных процессов»;
- основными методами и приемами исследования свойств случайных процессов;
- навыками использования теории случайных в прикладной и научной деятельности.

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций.

#### **Академические компетенции:**

- уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;
- владеть системным и сравнительным анализом;
- владеть исследовательскими навыками;
- уметь работать самостоятельно;
- владеть междисциплинарным подходом при решении проблем;
- иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером;
- обладать навыками устной и письменной коммуникации.

#### **Социально-личностные компетенции:**

- уметь работать в команде;
- совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень;
- анализировать и принимать решения по социальным, этическим, научным проблемам, возникающим в профессиональной деятельности.

#### **Профессиональные компетенции:**

- осуществлять самостоятельную научно-исследовательскую деятельность (включая анализ, сопоставление, систематизацию, абстрагирование, моделирование, проверку достоверности данных, принятие решений и др.);
- пользоваться глобальными информационными ресурсами;
- анализировать научную, научно-техническую, нормативную и справочную литературу, включая электронные базы данных;
- разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение;
- адаптироваться к новым ситуациям социально-профессиональной деятельности, реализовывать накопленный опыт, свои возможности;
- осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий;

– организовывать и вести переговоры с заинтересованными специалистами смежных профилей.

Программа дисциплины охватывает основные направления применения теории линейных операторов при решении прикладных задач. При составлении программы одним из важнейших выступал принцип профессиональной направленности, который подразумевает тесную связь содержания учебной дисциплины с профессиональной сферой деятельности будущих специалистов.

Рекомендуется использовать, помимо традиционных, активные формы и методы обучения, в частности: мультимедиа-средства; элементы проблемного обучения; элементы творческого характера на занятиях и при выполнении самостоятельной работы; лекцию-визуализацию, а также рейтинговую систему оценки знаний.

Для организации самостоятельной работы магистрантов по дисциплине рекомендуется использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, лекционный экспресс-курс, методические указания и рекомендации по решению задач, задачи для решения на практических занятиях и для самостоятельного решения, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания для самоконтроля в тестовой форме и в форме контрольных работ и др.).

Эффективность самостоятельной работы магистрантов целесообразно проверять в ходе текущего и итогового контроля знаний в форме устного опроса, контрольных работ по темам дисциплины. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Общее количество часов, отводимое на изучение учебной дисциплины, составляет 122 часа, из них количество аудиторных часов для дневной формы – 52, в том числе: лекции – 36 часов, практические занятия – 16 часов; количество аудиторных часов для заочной формы – 14, в том числе: лекции – 8 часов, практические занятия – 6 часов.

Форма текущей аттестации – зачет.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## **Тема 1. Классификация случайных процессов**

Определение. Значения в моменты времени и траектории.

Некоторые специальные классы случайных процессов: стационарность значений, стационарность приращений, независимость значений, независимость приращений.

## **Тема 2. Цепи Маркова**

Процессы с дискретным временем. Цепи Маркова.

Нахождение предельного распределения по состояниям для цепи Маркова.

Понятие о скрытых цепях Маркова и алгоритме Витерби нахождения наиболее вероятной траектории.

## **Тема 3. Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений**

Свойство стационарности и полугруппа операторов, описывающая процесс с непрерывным временем и дискретным множеством значений.

Процесс Пуассона и его обобщения. Пример радиоактивного распада.

Понятие о процессах Феллера.

## **Тема 4. Процессы Ито**

Гауссовские процессы. Описание гауссовских процессов с помощью математического ожидания и ковариационной функции.

Интеграл Ито. Свойство адаптированности процесса к потоку сигмалгебр. Примеры вычисления интеграла Ито.

Диффузионные процессы Ито. Лемма Ито. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) для диффузионных процессов.

Применение СДУ в финансовой математике: модели Васичека, Халла-Уайта, Кокса-Ингерсола-Росса.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ (очная форма обучения)

Номер раздела, темы занятия	Название темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСР	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Формы контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Семинарские занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Тема 1. Классификация случайных процессов</b>	<b>8</b>		<b>4</b>				Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
2	<b>Тема 2. Цепи Маркова</b>	<b>8</b>		<b>4</b>				Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
3	<b>Тема 3. Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений</b>	<b>10</b>		<b>4</b>				Отчет по лабораторной работе с устной защитой
4	<b>Тема 4. Процессы Ито</b>	<b>10</b>		<b>4</b>				Отчет по лабораторной работе с устной защитой
<b>ИТОГО:</b>		<b>36</b>		<b>16</b>				

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ (заочная форма обучения)

Номер раздела, темы занятия	Название темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСР	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Формы контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Семинарские занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1</b>	<b>Тема 1. Классификация случайных процессов</b>	<b>2</b>						
<b>2</b>	<b>Тема 2. Цепи Маркова</b>	<b>2</b>		<b>2</b>				Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
<b>3</b>	<b>Тема 3. Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений</b>	<b>2</b>		<b>2</b>				Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
<b>4</b>	<b>Тема 4. Процессы Ито</b>	<b>2</b>		<b>2</b>				Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
<b>ИТОГО:</b>		<b>8</b>		<b>6</b>				



## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Рекомендуемая литература Основная**

1. Лазакович Н.В., Сташуленок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей. – Минск, БГУ, 2003. – 322 с.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. Москва, Наука, 1996. – 400 с.
3. Ширяев А. Н. Вероятность. – Москва, Наука, 1979. – 575 с.

### **Дополнительная**

1. Bernt Oksendal. Stochastic differential equations: an introduction with applications. Springer, 2010. – 385 p.

## **Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности**

1. Устный опрос.
2. Самостоятельная работа с устной защитой.

### **Рекомендации по контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации**

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать устные опросы по разделам дисциплины, тестовые задания, отчеты по лабораторным работам. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

Текущая аттестация по учебной дисциплине – зачет.

### **Методика формирования итоговой оценки**

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 г. №382-ОД);
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г.).



# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры \_\_\_\_\_ (название кафедры) (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_ 201\_\_ г.)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ (подпись) А.В. Лебедев \_\_\_\_\_ (И.О. Фамилия)  
доктор физ.-мат. наук, профессор (степень, звание)

**УТВЕРЖДАЮ**  
 Декан факультета \_\_\_\_\_ (подпись) Д.Г. Медведев \_\_\_\_\_ (И.О. Фамилия)  
кандидат физ.-мат. наук, доцент (степень, звание)