

$$+ \left(\frac{Tm}{\sqrt{n}} \right)^{\left\lfloor \frac{R-1}{2} \right\rfloor} m + \int_{T < |t| \leq U} \left| \frac{f_n(t) - g_n(t)}{t} \right| dt + \frac{1}{U} \quad (15)$$

для достаточно больших n , где $0 < T \leq \min\{T_1, T_2, T_3\} = B_0 \sqrt{nm} \frac{s_0}{s_0 - 1}$.

Положим $T = C_5 n^a$, $U = C_6 n^{a\tau}$, $m = \lfloor n^\mu \rfloor$, где $\mu = \frac{1}{2} \frac{s_0(\tau+1) - 1}{s_0(\tau+1) + \gamma\tau}$, когда

$(s, \beta, \tau) \in D_1$, и $\mu = 3(2\gamma+5)^{-1}$, когда $(s, \beta, \tau) \in D_2$. Теперь, взяв достаточно большое $R = R(s, \beta, \tau) \geq 3$, из (15) нетрудно получить (5) и доказательство теоремы.

1. Heinrich L. // Math. Nachr. 1990. Bd. 145. S. 309, 345.
2. Rhee Wan Soo // Intern. J. Math. and Math. Sci. 1985. Vol. 8. № 3.
3. Зуев Н.М. Предельные теоремы для слабо зависящих случайных величин. Мн., 2000. С. 43.
4. Тихомиров А.Н. // Теория вероятностей и ее применения. 1980. Т. 25. Вып. 4.
5. Давыдов Ю.А. // Там же. 1968. Т. 13. Вып. 4. С. 731, 732.
6. Ибрагимов И.А., Линник Ю.В. Независимые и стационарно связанные величины. М., 1965. С. 388.
7. Петров В.В. Суммы независимых случайных величин. М., 1972. С. 137.

Поступила в редакцию 20.12.2002.

Александр Сергеевич Шмуратко – аспирант кафедры теории вероятностей и математической статистики. Научный руководитель – кандидат физико-математических наук, доцент Н.М. Зуев.

УДК 517.9

А.Н. КОВАЛЬЧУК

ПРЕДЕЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ИТОВСКИХ КОНЕЧНЫХ СУММ С ОСРЕДНЕНИЕМ. МНОГОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

The necessary and sufficient conditions of convergence of the Ito's finite sums with averaging to the stochastic θ -integral in multi-dimensional case are obtained. The estimates of the speed of approximations are found.

Для исследования решений дифференциальных уравнений с обобщенными случайными процессами разработана специальная теория, которая базируется на понятиях стохастических интегралов [1]. Наиболее общий среди них в непрерывном случае стохастический θ -интеграл [2].

Отметим, что изучение теории стохастических дифференциальных уравнений непосредственно связано с проблемой умножения обобщенных функций. В работах [3, 4] предложена конструкция алгебры обобщенных случайных процессов и на ее основе разработан единый подход к исследованию различных классов стохастических дифференциальных уравнений. При этом исследование ассоциированных решений уравнений в дифференциалах в алгебре сводится к описанию предельного поведения итовских конечных сумм с осреднением. В статьях [5, 6] показано, что предельное поведение таких сумм для одномерного стандартного процесса броуновского движения полностью описывается стохастическими θ -интегралами. Настоящая работа – продолжение исследований в этом направлении для многомерного случая.

Пусть $\bar{B}(t, \omega) = (B^1(t, \omega), B^2(t, \omega), \dots, B^r(t, \omega))$ – r -мерный стандартный процесс броуновского движения [1, с. 48].

$$(\Theta) \int_0^t f(\bar{B}(s, \omega)) dB^i(s, \omega), t \in T = [0, a] \subset \mathbf{R}, \omega \in \Omega, i = \overline{1, r},$$

– стохастический Θ -интеграл [2, с. 192].

Для произвольной фиксированной точки t из отрезка T имеет место представление

$$t = \tau_i + m_i h_n, \quad (1)$$

где $h_n > 0, n \geq 1, \tau_i \in [0, h_n), m_i \in \mathbf{N}$.

$$\text{Обозначим } K_i(n, h_n) = \iint_{\substack{0 \leq s, \tau \leq 1/n \\ |s - \tau| \leq h_n}} (1 - |s - \tau| h_n^{-1}) \rho_n^i(s) \rho_n^i(\tau) ds d\tau,$$

где $\rho_n^i(t) \in C^\infty(\mathbf{R})$, $\rho_n^i(t) \geq 0$, $\text{supp } \rho_n^i(t) \subset [0, 1/n]$, $\int_0^{1/n} \rho_n^i(s) ds = 1, i = \overline{1, r}; C_B^p(\mathbf{R}^d)$

– множество функций, p раз непрерывно дифференцируемых и ограниченных на $\mathbf{R}^d$ вместе со своими производными до порядка p включительно.

Лемма. Пусть $f \in C_B^1(\mathbf{R}^d)$. Конечные суммы

$$\sum_{k=1}^{m_i} \sum_{i=1}^r f_n(\bar{B}_n(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^i(\tau_i + kh_n) - B_n^i(\tau_i + (k-1)h_n)]^2$$

сходятся в $L^2(\Omega, \mathcal{A}, P)$ и равномерно по $t \in T$ при $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ тогда и только тогда, когда числовые последовательности $K_i(n, h_n), i = \overline{1, r}$, сходятся при $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ и имеет место оценка

$$\sup_{t \in T} E \left(\sum_{k=1}^{m_i} \sum_{i=1}^r f_n(\bar{B}_n(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^i(\tau_i + kh_n) - B_n^i(\tau_i + (k-1)h_n)]^2 - \sum_{i=1}^r K_i(n, h_n) \int_0^t f(\bar{B}(s)) ds \right)^2 \leq C/n + Ch_n.$$

Доказательство леммы проводится методами, аналогичными доказательству леммы 4 из статьи [6].

Обозначим

$$S_n f(\bar{B}(t)) = \sum_{k=1}^{m_i} \sum_{i=1}^r f_n(\bar{B}_n(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^i(\tau_i + kh_n) - B_n^i(\tau_i + (k-1)h_n)],$$

где $B_n^i(t) = \int_0^{1/n} B^i(t+s) \rho_n^i(s) ds$, $\bar{B}_n(\tau_i + kh_n) = (B_n^1(\tau_i + kh_n), \dots, B_n^r(\tau_i + kh_n))$,

$$f_n(t_1, \dots, t_r) = \int_0^{1/n} \dots \int_0^{1/n} f(t_1 + s_1, \dots, t_r + s_r) \bar{\rho}_n(t_1, \dots, t_r) ds_1 \dots ds_r,$$

$\bar{\rho}_n(t_1, \dots, t_r)$ – неотрицательная бесконечно дифференцируемая функция, носитель которой содержится в $[0, 1/n]^r$, и

$$\int_0^{1/n} \dots \int_0^{1/n} \bar{\rho}_n(s_1, \dots, s_r) ds_1 \dots ds_r = 1.$$

Теорема 1. Пусть $f \in C_B^2(\mathbf{R}^d)$. Конечная сумма $S_n f(\bar{B}(t))$ сходится в $L^2(\Omega, \mathcal{A}, P)$ и равномерно по $t \in T$ при $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ тогда и только тогда, когда числовые последовательности $K_i(n, h_n), i = \overline{1, r}$, сходятся при $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ так, что $n^2 h_n \rightarrow \infty$.

Доказательство. Пусть $h_n > 0, n \in \mathbf{N}$. Выберем $N = N(h_n): (0; 1) \rightarrow \mathbf{N}$ такое, что $h_n N(h_n) = \delta \rightarrow 0, 1/n = o(\delta)$ при $h_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. Тогда представление (1) можно записать в виде

$$t = \tau'_i + MNh_n = \tau'_i + M\delta, \quad (2)$$

где $\tau'_i = \tau_i + k'_i h_n \in [0; \delta)$, $N, M, k'_i \in \mathbb{N}$.

Для простоты исследуем случай $r=2$. Достаточно рассмотреть первое слагаемое.

Преобразуем выражение

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m_i} f_n(B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n), B_n^2(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^1(\tau_i + kh_n) - B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n)] - \\ & - (I) \int_0^t f(B^1(s), B^2(s)) dB^1(s) - ((1 - K_1(n, h_n))/2) \int_0^t f'_{x_1}(B^1(s), B^2(s)) ds = \\ & = \left\{ \sum_{l=1}^M f_n(B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^1(\tau'_i + l\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)] - \right. \\ & - (I) \int_0^t f(B^1(s), B^2(s)) dB^1(s) \left. \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{l=1}^M f'_{nx_1}(B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) \times \right. \\ & \times [B_n^1(\tau'_i + l\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 - \int_0^t f'_{x_1}(B^1(s), B^2(s)) ds \left. \right\} - \\ & - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^{m_i} f'_{nx_1}(B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n), B_n^2(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^1(\tau_i + kh_n) - \right. \\ & - B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n)]^2 - K_1(n, h_n) \int_0^t f'_{x_1}(B^1(s), B^2(s)) ds \left. \right\} + \\ & + \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f_n(B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)) - \right. \\ & - f_n(B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - \\ & - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] - \frac{1}{2} \left(\sum_{l=1}^M f'_{nx_1}(B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) \times \right. \\ & \times [B_n^1(\tau'_i + l\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 - \sum_{k=k'_i}^{m_i} f'_{nx_1}(B_n^1(\tau'_i + (k-1)h_n), B_n^2(\tau'_i + (k-1)h_n)) \times \\ & \times [B_n^1(\tau'_i + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (k-1)h_n)]^2 \left. \right) \left. \right\} + \left\{ \sum_{k=1}^{k'_i} f_n(B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n), \right. \\ & B_n^2(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^1(\tau_i + kh_n) - B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n)] - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k'_i} f'_{nx_1}(B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n), \\ & B_n^2(\tau_i + (k-1)h_n)) [B_n^1(\tau_i + kh_n) - B_n^1(\tau_i + (k-1)h_n)]^2 \left. \right\} = \\ & = I_1(t) + 1/2 I_2(t) - 1/2 I_3(t) + I_4(t) + I_5(t), \quad f'_{x_1} = \partial f / \partial x_1, \quad f'_{nx_1} = \partial f_n / \partial x_1. \end{aligned}$$

Рассмотрим $I_1(t)$. Согласно теореме 1 из статьи [4] выполняется

$$E(I_1(t))^2 \leq C/(n\delta) + C\delta.$$

Для оценки $I_3(t)$ воспользуемся леммой. В результате получим оценку

$$E(I_3(t))^2 \leq Ch_n + C/n.$$

Так как $1/n = o(\delta)$, то легко убедиться, что $K_1(n, \delta) \rightarrow 1$ при $\delta \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$. Тогда согласно лемме выполняется

$$E(I_2(t))^2 \leq C\delta + C/n.$$

Рассмотрим $I_5(t)$. Используя вид k'_i из соотношения (2), ограниченность f и ее частных производных, получим

$$E(I_5(t))^2 \leq C k'_i \sum_{k=1}^{k'_i} E(B_n(\tau'_i + kh_n) - B_n(\tau'_i + (k-1)h_n))^2 + \\ + C k'_i \sum_{k=1}^{k'_i} E(B_n(\tau'_i + kh_n) - B_n(\tau'_i + (k-1)h_n))^4 \leq C k'^2_i h_n + C k'^2_i h_n^2 \leq C \delta^2 (1 + 1/h_n).$$

Исследуем $I_4(t)$. Для этого воспользуемся формулой Тейлора для функции f_n

$$I_4(t) = \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f'_{nx_1} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - \right. \\ \left. - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\sum_{l=1}^M f'_{nx_1} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^1(\tau'_i + l\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{k=k'_i}^{m_i} f'_{nx_1} (B_n^1(\tau'_i + (k-1)h_n), B_n^2(\tau'_i + (k-1)h_n)) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times [B_n^1(\tau'_i + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (k-1)h_n)]^2 h_n \right)^2 \right\} + \\ + \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f'_{nx_2} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - \right. \\ \left. - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \right\} + \\ + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f''_{nx_1 x_1} (\alpha) [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 \times \right. \\ \left. \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \right\} + \\ + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f''_{nx_2 x_2} (\alpha) [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 \times \right. \\ \left. \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \right\} + \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f''_{nx_1 x_2} (\alpha) \times \right. \\ \left. \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^2((l-1)\delta + (k-1)h_n) - \right. \\ \left. - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^1((l-1)\delta + \tau'_i + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \right\} = \\ = I_{41}(t) + I_{42}(t) + 1/2 I_{43}(t) + 1/2 I_{44}(t) + I_{45}(t), \quad f''_{nx_1 x_2} = \partial^2 f_n / \partial x_1 \partial x_2.$$

Легко установить справедливость следующего равенства:

$$\sum_{k=1}^N [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - \\ - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] = \frac{1}{2} [B_n^1(\tau'_i + l\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 - \\ - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2.$$

Используя это тождество, ограниченность f''_{nx, x_j} , формулу Лагранжа и неравенство Гельдера, получим

$$\begin{aligned} E(I_{41}(t))^2 &= E \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f'_{nx_l} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) - \right. \\ &\quad - f'_{nx_l} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)) \times \\ &\quad \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2 \left. \right\} \leq \\ &\leq MN E \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N ([B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2 + \\ &\quad + [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2) \times \\ &\quad \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^4 \leq C\delta. \end{aligned}$$

Используя ограниченность f''_{nx, x_j} и неравенство Гельдера, получим

$$\begin{aligned} E(I_{43}(t))^2 &\leq CMN E \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - \right. \\ &\quad - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^4 [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2 \left. \right\} \leq \\ &\leq CM^2 N^2 \delta^2 h_n \leq C\delta^2/h_n. \end{aligned}$$

Аналогично находим оценки для $I_{44}(t)$ и $I_{45}(t)$

$$E(I_{44}(t))^2 \leq C\delta^2/h_n, \quad E(I_{45}(t))^2 \leq C\delta^2/h_n.$$

Рассмотрим $I_{42}(t)$. Выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned} I_{42}(t) &= \left\{ I_{42}(t) - \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f'_{nx_2} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta - 1/n), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) \times \right. \\ &\quad \times [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)] [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - \\ &\quad - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \left. \right\} + \left\{ \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N f'_{nx_2} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta - \right. \\ &\quad - 1/n), B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)] \times \\ &\quad \times [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \left. \right\} = I_{421}(t) + I_{422}(t). \end{aligned}$$

Используя теорему Лагранжа о конечных приращениях, ограниченность f''_{nx, x_j} и неравенство Гельдера, получим

$$\begin{aligned} E(I_{421}(t))^2 &\leq CMN E \sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^N [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta - 1/n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 \times \\ &\quad \times [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)]^2 [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - \\ &\quad - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)]^2 \leq CM^2 N^2 \delta h_n / n \leq C \delta / (h_n n). \end{aligned}$$

Для оценки $I_{422}(t)$ воспользуемся независимостью

$$\begin{aligned} [B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + kh_n) - B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n)] \text{ и } f'_{nx_2} (B_n^1(\tau'_i + (l-1)\delta - 1/n), \\ B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)) [B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta + (k-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (l-1)\delta)] f'_{nx_2} (B_n^1(\tau'_i + \\ + (j-1)\delta - 1/n), B_n^2(\tau'_i + (j-1)\delta)) [B_n^2(\tau'_i + (j-1)\delta + (i-1)h_n) - B_n^2(\tau'_i + (j-1)\delta)] \times \\ \times [B_n^1(\tau'_i + (j-1)\delta + ih_n) - B_n^1(\tau'_i + (j-1)\delta + (i-1)h_n)], \\ \text{если } (l-1)\delta + (k-1)h_n \geq (j-1)\delta + ih_n + 1/n. \end{aligned}$$

В результате $E(I_{421}(t))^2 \leq CMN \delta h_n (1+1/(h_n n)) \leq C \delta (1+1/(h_n n))$.

В итоге получена оценка

$$\sup_{t \in T} E \left\{ \sum_{k=1}^{m_t} f_n(B_n^1(\tau_t + (k-1)h_n), B_n^2(\tau_t + (k-1)h)) [B_n^1(\tau_t + kh_n) - B_n^1(\tau_t + (k-1)h_n)] - \right. \\ \left. - (I) \int_0^t f(B^1(s), B^2(s)) dB^1(s) - \frac{1 - K_1(n, h_n)}{2} \int_0^t f'_1(B^1(s), B^2(s)) ds \right\}^2 \leq \\ \leq Ch_n + \frac{C}{n} + \frac{C}{n\delta} + \frac{C\delta}{nh_n} + \frac{C\delta^2}{h_n}.$$

Если $1/n^2 < h_n < 1/n^{1/2}$, то, положив $\delta = h_n^{1/3}/n^{1/3}$, а если $1/n^{1/2} \leq h_n$, тогда $1/(nh_n) \leq h_n$, и взяв $\delta = h_n$, получим требуемый результат.

Используя связь между интегралом Ито и θ -интегралом, получим следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда, если $K_i(n, h_n) \rightarrow (1 - 2\theta_i)$, $\theta_i \in [0; 1/2]$, $i = \overline{1, r}$, при $n \rightarrow \infty$, $h_n \rightarrow 0$ так, что $1/n^2 = o(h_n)$, то

$$\sup_{t \in T} E \left\{ \sum_{k=1}^{m_t} \sum_{i=1}^r f_n(\bar{B}_n(\tau_t + (k-1)h_n)) [B_n^i(\tau_t + kh_n) - B_n^i(\tau_t + (k-1)h_n)] - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^r (\theta_i) \int_0^t f(\bar{B}(s)) dB^i(s) \right\}^2 \rightarrow 0.$$

1. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. М., 1986.

2. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. М., 1990.

3. Лазакович Н.В. // Докл. НАН Беларуси. 1994. Т. 38. № 5. С. 23.

4. Лазакович Н.В., Сташуленок С.П. // Теория вероятностей и ее приложения. 1996. Т. 41. Вып. 4. С. 783.

5. Лазакович Н.В., Сташуленок С.П., Яблонский О.Л. // Лит. мат. сб. 1999. Т. 39. № 2. С. 248.

6. Яблонский О.Л. // Докл. НАН Беларуси. 2000. Т. 44. № 2. С. 22.

Поступила в редакцию 26.12.2002.

Андрей Николаевич Ковальчук – аспирант кафедры функционального анализа. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Н.В. Лазакович.

УДК 517.9

В.Г. НОВОХРОСТ

ОБ АППРОКСИМАЦИИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Differential equations with composition of discontinuous functions and distributions in the right-hand part are considered. It is shown that the approach based on approximation with delay differential equations is the partial case of the average-out finite-difference approach.

Решение нелинейных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами связано с проблемой определения умножения обобщенных функций. Существует несколько подходов к определению решений таких дифференциальных уравнений (см., например, [1, 2]), которые, вообще го-