

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

«16»

07

2018 г.

Регистрационный № УД-5515/уч.

ОСНОВЫ ВЕКТОРНОГО И ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 04 08 Компьютерная физика

2018г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 04 08-2018, учебного плана по специальности 1-31 04 08 «Компьютерная физика», утвержденного 13.07.2018, регистрационный номер G 31 220 /уч.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Г. Абрашина-Жадаева, заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

В.И. Зеленков, доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

И.А. Тимошенко, старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

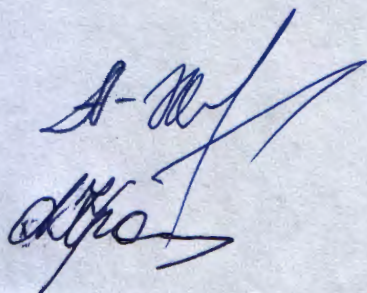
И.Д.Феранчук – профессор кафедры теоретической физики и астрофизики Учреждения образования «Белорусский государственный университет», доктор физико-математических наук, профессор.

С.С. Белявский – доцент кафедры прикладной информатики и кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета
(протокол № 11 от 27.06.2018г.).

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 7 от 13.07.2018г.).



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Основы векторного и тензорного анализа», относящейся к государственному компоненту учебных дисциплин модуль «Высшая математика 1», разработана в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования по специальности первой степени 1-31 04 08 «Компьютерная физика».

Векторное и тензорное исчисление является неотъемлемой частью инструментария для исследований в области геометрии, механики, электродинамики и физики в целом.

Целью дисциплины является ознакомление студентов с основными понятиями исчисления тензоров, скалярных и векторных функций одной, двух и трех переменных, теории кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве, а также криволинейными и поверхностными интегралами.

В процессе изучения дисциплины решаются **задачи**:

- формирование у студента целостной системы знаний об основных математических инструментах исследования физических процессов и навыков их использования.

- обучение общим методам анализа кривых и поверхностей, вычисления криволинейных и поверхностных интегралов;

- формирование представлений об использовании тензоров в физических и математических исследованиях.

Материал дисциплины основан на знаниях и представлениях, заложенных в дисциплинах «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» и «Механика». Знания и навыки, приобретенные в ходе изучения дисциплины, будут необходимы при последующем изучении таких дисциплин, как «Теория функций комплексной переменной», «Методы математической физики», «Электричество и магнетизм», «Теоретическая механика», «Электродинамика» и др.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

знать:

- основные элементы дифференциальной геометрии;
- дифференциальные операции и теоремы теории поля;
- ортогональные криволинейные системы координат;
- криволинейные и поверхностные интегралы;
- критерии потенциальности и соленоидальности векторных полей;

уметь:

- параметризовать кривые и поверхности в 3-х мерном пространстве и исследовать их свойства;
- находить градиент скалярного поля, дивергенцию и ротор векторного поля;
- вычислять поток и циркуляцию векторных полей, находить скалярный и векторный потенциалы;
- записывать дифференциальные операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах;

– использовать аппарат векторного и тензорного анализа при изучении физических явлений;

владеть:

–навыками применения методов векторного и тензорного анализа для решения научно-практических задач.

Данная учебная программа по дисциплине согласована с учебными программами по дисциплинам: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» и «Механика».

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих групп компетенций:

Академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здорового образа жизни.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-3. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-9. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

Базовые профессиональные компетенции:

БПК-2: быть способным использовать алгебраические и геометрические средства, средства математического, векторного и тензорного анализов для построения и решения модельных задач прикладной физики; владеть навыками исследования функций, вычисления их производных и интегралов.

Общее количество часов, отводимое на изучение учебной дисциплины – 108, из них количество аудиторных часов – 60.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий. На проведение лекционных занятий отводится 28 часов, на практические занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Занятия проводятся на 1-м курсе в 1-м семестре.

Форма получения высшего образования – очная, дневная.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Основы дифференциальной геометрии

Векторные функции скалярного аргумента, предел и непрерывность, производная и дифференциал, производная сложной функции, формула Тейлора, интеграл. Векторные функции многих переменных. Кривые в трехмерном пространстве, их параметризация. Сопровождающий трехгранник кривой. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривых.

Поверхности в трехмерном пространстве, параметрическое и неявное уравнения. Кривые на поверхности, координатная сеть. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой и угол между кривыми на поверхности, площадь области на поверхности. Понятие о второй квадратичной форме поверхности.

2. Скалярные и векторные поля

Скалярное поле, поверхности уровня, предел, непрерывность, дифференцируемость. Градиент, производная по направлению скалярного поля. Векторное поле, векторные линии, предел, непрерывность, дифференцируемость. Дивергенция, ротор и производная по направлению векторного поля. Оператор Гамильтона и его свойства. Дифференциальные операции второго порядка.

Криволинейные ортогональные системы координат. Выражение элементов длины дуги для координатных кривых, элементов площадей для координатных поверхностей и элемента объема через коэффициенты Ламе.

3. Криволинейные и поверхностные интегралы

Ориентация кривых и поверхностей. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, свойства, способы вычисления и приложения. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов 2-го рода от пути интегрирования. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода, свойства, способы вычисления и приложения. Применение криволинейных и поверхностных интегралов для решения геометрических и физических задач. Поток и циркуляция векторных полей. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса.

4. Основы теории поля

Понятие об инвариантном определении дивергенции, ротора векторного поля и градиента скалярного поля. Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля и нахождение потенциала. Соленоидальные векторные поля. Критерий соленоидальности векторного поля и нахождение векторного потенциала. Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля, оператор Лапласа в ортогональных криволинейных системах координат.

5. Основы тензорной алгебры

Сопряженные линейные пространства. Взаимные базисы. Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Прямой и обратный тензорные признаки.

Метрический тензор в евклидовом пространстве. Ковариантные и контравариантные компоненты векторов. Операции поднятия и опускания индексов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Количество часов УСР	Формы контроля Знаний
		Лекции	Практические занятия	Аудиторный контроль УСР		
1	2	3	4	5	6	7
	Основы векторного и тензорного анализа	28	28	4		
1	Основы дифференциальной геометрии	8	8			
1.1.	<i>Теория кривых в трехмерном евклидовом пространстве</i> 1. Основные понятия для векторной функции скалярного аргумента. 2. Параметризация кривой. 3. Длина кривой. Натуральная параметризация.	2	2			тест
1.2	1. Система координат, связанная с основным трехгранником кривой. 2. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.	2	2			тест
1.3.	<i>Теория поверхностей в 3-х мерном евклидовом пространстве</i> 1. Гладкие поверхности. 2. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	2	2			Устный опрос.
1.4	1. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение. 2. Понятие о второй квадратичной форме поверхности	2	2			Коллоквиум
2	Скалярные и векторные поля	6	4	2		
2.1.	1. Скалярные и векторные поля, их визуализация. 2. Предел, непрерывность, дифференцируемость скалярного и векторного полей. Градиент скалярного поля, дивергенция, ротор векторного поля.	2	2			тест
2.2	Оператор Гамильтона и его свойства. Дифференциальные операции второго порядка.	2	2			Устный опрос
2.3	Криволинейные ортогональные системы координат.	2				

2.3	Текущий контроль успеваемости по разделам № 1 – 2.			2		Контрольная работа
3	Криволинейные и поверхностные интегралы	8	10			
3.1	<i>Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода</i> 1. Определение, условия существования, свойства и правила вычисления криволинейных интегралов 1-го рода. 2. Определение, условия существования, свойства и правила вычисления криволинейных интегралов 2-го рода. 3. Формула Грина.	3	4			Тест
3.2	<i>Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода</i> 1. Определение, условия существования, свойства и правила вычисления поверхностных интегралов 1-го рода. 2. Определение, условия существования, свойства и правила вычисления поверхностных интегралов 2-го рода. 3. Применение криволинейных и поверхностных интегралов для решения геометрических и физических задач.	3	4			Тест. Контроль домашних заданий
3.3	<i>Интегральные теоремы</i> 1. Теорема Стокса. 2. Теорема Остроградского-Гаусса.	2	2			Устный опрос. Контроль домашних заданий
4	Основы теории поля	2	4			
4.1.	Потенциальные и соленоидальные векторные поля. Критерии. Вычисление потенциалов. Операции теории поля в ортогональных криволинейных системах координат.	2	4			тест
5	Основы тензорного анализа	4	2	2		
5.1	1. Сопряженные пространства 2. Преобразование базисов и определение тензора 3. Алгебраические операции над тензорами. 4. Прямой и обратный тензорные признаки.	2	2			Устный опрос. Контроль домашних заданий
5.2.	Метрический тензор.	2				
5.3.	Текущий контроль успеваемости по разделам № 3 – 5			2		Контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Будак Б.М. Кратные интегралы и ряды / Б.М. Будак, С.В. Фомин. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 511 с.
2. Ильин В.А. Основы математического анализа / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — Ч. 2. — 464 с.
3. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии / П.К. Рашевский. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 2003 с.
4. Абрашина–Жадаева Н.Г. Основы векторного и тензорного анализа : теория, задачи / Н.Г. Абрашина-Жадаева, И.А. Тимощенко — Мн.: БГУ, 2011. — 255 с.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. — М.: АСТ: Астрель, 2006. — 559 с.
6. Краснов М.Л. Векторный анализ / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко — М.: Едиториал УРСС, 2002. — 144 с.

Дополнительная литература:

7. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 664 с.
8. Н.Е. Кочин. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления / Н.Е. Кочин. — М.: Наука, 1965. — 426 с.
9. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Наука, 1981. — Ч. 2. — 416 с.
10. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия: первое знакомство / Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин. — М.: Из.-во МГУ, 1990. — 384 с.
11. Сборник задач по дифференциальной геометрии / И.В. Белько [и др.]; под общ. ред. А.С. Феденко. — М.: Наука, 1979. — 272 с.
12. Дифференциальная геометрия, топология и тензорный анализ: сб. задач / Н.И. Кованцов [и др.] — 2-е изд. — К.: Выща шк., 1989. — 398 с.
13. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике / А.Дж. Мак-Коннел. — М.: Физматгиз, 1963. — 411 с.
14. Аквис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление / М.А. Аквис, В.В. Гольдберг. — М.: Наука, 1972. — 352 с.
15. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков / Я.А. Схоутен. — М.: Наука, 1965. — 456 с.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
- устные опросы;
- проверку домашних заданий;
- коллоквиум
- письменные контрольные работы по отдельным темам – 2.

Текущая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

Примерный перечень тем практических занятий

1. Векторная функция скалярного аргумента. Параметризация кривой. Длина кривой. Натуральная параметризация.
2. Основной трехгранник. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.
3. Гладкие поверхности. Параметризация. Касательная плоскость и нормаль.
4. Первая и вторая квадратичные формы поверхности.
5. Скалярные и векторные поля. Градиент, дивергенция, ротор.
6. Оператор Гамильтона. Вычисления с помощью оператора Гамильтона.
7. Криволинейные интегралы 1-го рода.
8. Криволинейные интегралы 2-го рода.
9. Поверхностные интегралы 1-го рода.
10. Поверхностные интегралы 2-го рода.
11. Теоремы Грина, Стокса, и Остроградского-Гаусса.
12. Потенциальные и соленоидальные векторные поля. Вычисление потенциалов.
13. Операции теории поля в ортогональных криволинейных системах координат.
14. Тензорные обозначения. Соглашение Эйнштейна. Взаимные базисы. Операции над тензорами. Симметрирование и альтернирование тензоров.

Тема коллоквиума

Основы дифференциальной геометрии.

Примерный перечень тем контрольных работ

1. Основы дифференциальной геометрии. Скалярные и векторные поля.
2. Криволинейные и поверхностные интегралы. Основы теории поля.

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИТОГОВОЙ ОЦЕНКИ

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015г. № 382-ОД);
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.)

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать контрольные работы по разделам дисциплины, коллоквиум, устные опросы. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольная работа проводится в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин. Оценка проводится по десятибалльной шкале.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается как среднее арифметическое оценок за письменные контрольные работы и коллоквиум.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Экзаменационная оценка и оценка текущей успеваемости служат для определения рейтинговой оценки по дисциплине, которая рассчитывается как средневзвешенная оценка текущей успеваемости и экзаменационной оценки. Рекомендуемые весовые коэффициенты для оценки текущей успеваемости — 0,4; для экзаменационной оценки — 0,6.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория функций комплексной переменной	Кафедра ВМ и МФ	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 11 от 27.06.2018
Методы математической физики	Кафедра ВМ и МФ	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 11 от 27.06.2018