

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

«16» 07 2018 г.

Регистрационный № УД 5517 уч.



**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 04 08 Компьютерная физика**

2018г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 04 08-2018, учебного плана по специальности 1-31 04 08 «Компьютерная физика», утвержденного 13.07.2018, регистрационный номер G 31 220 /уч.

#### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.Г.Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент,

**Е.Н.Голубева** – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета,

**И.А.Тимошенко** – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

#### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

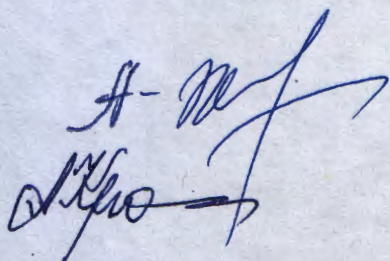
**С.С. Белявский** – доцент кафедры прикладной информатики и кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

**В.Г.Кротов** – заведующий кафедрой теории функций Учреждения образования «Белорусский государственный университет», доктор физико-математических наук, профессор.

#### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета  
(протокол № 11 от 27.06.2018г.)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета  
(протокол № 7 от 13.07.2018г.).



## Пояснительная записка

Учебная программа по учебной дисциплине «Математический анализ», относящейся к государственному компоненту учебных дисциплин модуль «Высшая математика 1», разработана в соответствии с учебными планами и требованиями образовательных стандартов первой ступени высшего образования по специальности 1-31 04 08 Компьютерная физика.

Дисциплина «Математический анализ» занимает центральное место в системе математической подготовки студентов физических специальностей, являясь фундаментом для изучения основ векторного и тензорного анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики. Методы и аппарат математического анализа широко используются в курсах общей и теоретической физики.

**Основные цели** изучения дисциплины «Введение в математический анализ»:

– глубокое овладение фундаментальными понятиями предельного перехода, операциями дифференцирования и интегрирования в одномерном и многомерном случаях, а также прочными навыками их использования в смежных математических курсах при решении конкретных прикладных задач.

– формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;

– овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии.

**Основная задача** изучения дисциплины – обеспечить глубокую общематематическую подготовку студентов, позволяющую свободно ориентироваться в научной и специальной литературе; выработать навыки решения математических задач.

Данная учебная программа по дисциплине согласована с учебными программами по дисциплинам: «Основы векторного и тензорного анализа», «Дифференциальные и интегральные уравнения».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

– определение и свойства пределов;

– дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и многих переменных и их приложения;

**уметь:**

– находить пределы последовательностей и функций;

– вычислять производные и интегралы от элементарных функций;

– исследовать сходимость числовых рядов;

– вычислять кратные интегралы, площади и объемы геометрических фигур;

– использовать аппарат математического анализа при изучении физических явлений;

**владеть:**

– навыками применения математического инструментария для решения научно-практических задач.

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих групп компетенций:

*Академические компетенции:*

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Владеть навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

*Социально-личностные компетенции:*

СЛК-1. Владеть качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Владеть способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здорового образа жизни.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

*Профессиональные компетенции:*

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-3. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-9. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

*Базовые профессиональные компетенции:*

БПК-2. Быть способным использовать алгебраические и геометрические средства, средства математического, векторного и тензорного анализов для построения и решения модельных задач прикладной физики; владеть навыками исследования функций, вычисления их производных и интегралов.

Общее количество часов, отводимых на данную программу – 216 часов, из них количество аудиторных часов – 114.

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций и практических занятий. На проведение лекционных занятий отводится 52 часа, на практические занятия – 56 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Занятия проводятся на 1-м курсе в 1-м семестре.

Форма получения высшего образования – очная, дневная.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **1. Предел и непрерывность функций одной переменной.**

Определение предела функции. Свойства пределов функций. Односторонние и несобственные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши. Замечательные пределы. Непрерывные функции. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность сложной функции. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

### **2. Основы дифференциального исчисления.**

Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Дифференциал. Производные и дифференциалы элементарных функций. Критерий дифференцируемости функции. Производные и дифференциалы элементарных функций. Основные правила дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков. Правила вычисления производных и дифференциалов высших порядков. Дифференциальные теоремы о среднем. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование функций.

### **3. Интегральное исчисление функции одной переменной.**

Первообразная и неопределенный интеграл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации. Условия существования определенного интеграла. Основные свойства. Классы интегрируемых функций. Формула Ньютона – Лейбница. Теоремы о среднем. Методы вычисления определенного интеграла. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.

### **4. Числовые ряды.**

Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости произвольных рядов.

### **5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.**

Предел функции многих переменных. Повторные пределы. Непрерывные функции многих переменных и их свойства. Производная по направлению. Частные производные. Дифференцируемые функции. Производные и дифференциалы сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных. Экстремумы. Неявные функции. Условия существования и дифференцируемости неявной функции. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Необходимое условие относительного экстремума.

### **6. Кратные интегралы**

Определение двойного интеграла. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла по прямоугольнику. Двойной интеграл по криволинейной трапеции. Криволинейные координаты. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление тройного интеграла. Формула замены переменных в тройном интеграле. Цилиндрические координаты. Сферические координаты. Приложения кратных интегралов. Площадь и объем фигуры. Масса. Момент инерции. Центр масс.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Аудиторный контроль УСР		
1	2	3	4	5	6	7
	<b>Математический анализ</b>	<b>52</b>	<b>56</b>	<b>6</b>		
<b>1</b>	<b>Предел и непрерывность функции одной переменной</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			
1.1	Предел функции в точке. Односторонние и несобственные пределы. Замечательные пределы. Сравнение функций.	2	4			Компьютерное тестирование.
1.2	Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций.	2	2			Компьютерное тестирование
1.3	Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.	2				Компьютерное тестирование
<b>2.</b>	<b>Основы дифференциального исчисления</b>	<b>12</b>	<b>10</b>			
2.1	Производная функции. Дифференцируемые функции. Дифференциал	2	2			Компьютерное тестирование
2.2	Правила дифференцирования. Производные сложных и элементарных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.	4	4			Компьютерное тестирование
2.3	Правила вычисления производных и дифференциалов высших порядков. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.	2	2			Компьютерное тестирование
2.4	Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Исследование функций.	4	2			Компьютерное тестирование

<b>3</b>	<b>Интегральное исчисление функций одной переменной</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>2</b>		
3.1	Определение и свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования по частям и замены переменной.	2	4			Компьютерное тестирование
3.2	Интегрирование простейших рациональных дробей. Метод рационализации	2	4			Компьютерное тестирование
3.3	Условия существования определенного интеграла. Основные свойства. Классы интегрируемых функций. Формула Ньютона – Лейбница. Теоремы о среднем. Методы вычисления определенного интеграла. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.	4	4			Компьютерное тестирование.
3.4	Текущий контроль успеваемости по темам 1-3			2		Контр. работа №1
<b>4</b>	<b>Числовые ряды</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			
4.1	Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости произвольных рядов.	4	4			Компьютерное тестирование
<b>5</b>	<b>Дифференциальное исчисление функций многих переменных</b>	<b>12</b>	<b>12</b>			
5.1	Предел функции многих переменных. Производная по направлению. Частные производные. Градиент. Дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости. Теорема о равенстве смешанных производных.	4	2			Компьютерное тестирование
5.2	Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функций $n$ переменных.	4	4			Компьютерное тестирование
5.3	Неявные функции. Система неявных функций. Функциональная зависимость. Достаточные условия зависимости и независимости.	2	4			Компьютерное тестирование
5.4	Условный (относительный) экстремум. Функция Лагранжа. Необходимое условие относительного экстремума.	2	2			Компьютерное тестирование

<b>6</b>	<b>Кратные интегралы</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>4</b>		
6.1	Определение двойного интеграла. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла по прямоугольнику. Двойной интеграл по криволинейной трапеции.	2	4			Компьютерное тестирование
6.2	Криволинейные координаты. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.	2	2			Компьютерное тестирование
6.3	Вычисление тройного интеграла. Формула замены переменных в тройном интеграле. Цилиндрические координаты. Сферические координаты.	4	4			Компьютерное тестирование
6.4	Приложения кратных интегралов. Площадь и объём фигуры. Масса. Момент инерции. Центр масс.	2	2			Компьютерное тестирование
6.5	Текущий контроль успеваемости по темам 4-6			2		Коллоквиум
6.6	Текущий контроль успеваемости по темам 4-6			2		Контр. работа №2



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Рекомендуемая литература

#### Основная литература

1. *Ильин, В.А.* Основы математического анализа. Ч. 1 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: Физматлит, 2009.— 646 с.
2. *Ильин, В.А.* Основы математического анализа. Ч. 2 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: Физматлит, 2009.— 463 с.
3. *Кудрявцев, Л.Д.* Краткий курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев — М.: Наука, 1989.— 735 с.
4. *Фихтенгольц, Г.М.* Основы математического анализа. Т. 1 / Г.М. Фихтенгольц — М.: Лань, 2008.— 448 с.
5. *Фихтенгольц, Г.М.* Основы математического анализа. Т. 2 / Г.М. Фихтенгольц — М.: Лань, 2008. — 464 с.
6. *Тер-Крикоров, А.М.* Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. — 672 с.
7. *Русак, В.М.* Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя. Аналіз функцый адной зменнай / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994.— 431 с.
8. *Русак, В.М.* Курс вышэйшай матэматыкі. Функцыі некалькіх зменных. Інтэгральнае злічэнне. Шэрагі / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1997.— 505 с.
9. *Демидович, Б.П.* Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович — М.: АСТ, 2009. — 560 с.
10. *Абрашына-Жадаева, Н.Р.* Вышэйшая матэматыка ў прыкладах і задачах. Ч.1. Матэматычны аналіз / Н.Р.Абрашына-Жадаева, В.К. Ахраменка, С.С. Беляўскі, Л.Л. Бязозкіна, А.А. Чупрыгін – Мн.: БДУ, 2007. – 154 с.
11. *Будак, Б.М.* Кратные интегралы и ряды / Б.М. Будак, С.В. Фомин — М.: Физматлит, 2011. — 510 с.
12. *Чупрыгин, О.А.* Математический анализ. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. / О.А. Чупрыгин — Мн.: БГУ, 2010. — 270 с.13.
13. *Ахраменко, В.К.* Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной. /В.К. Ахраменко [и др.]: под ред. : Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. – Минск: БГУ. 2013. – 359 с.
14. *Ахраменко, В.К.* Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных /В.К. Ахраменко [ и др.] : под ред. : Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. – Минск: БГУ. 2014. – 384 с.

#### Дополнительная литература

1. *Богданов, Ю.С.* Лекции по математическому анализу. Ч. 1 / Ю.С. Богданов — Мн.: БГУ, 1974. — 178 с.
2. *Богданов, Ю.С.* Лекции по математическому анализу. Ч. 2 / Ю.С. Богданов — Мн.: БГУ, 1974. — 178 с.

### **Перечень средств диагностики результатов учебной деятельности**

1. Компьютерное тестирование по разделам (темам) дисциплины;
2. Коллоквиум;
3. Контрольные работы – 2.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

### **Примерный перечень тем контрольных работ**

1. Предел функции одной переменной.
2. Основы дифференциального исчисления.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл и его приложения.
5. Числовые ряды
6. Функции многих переменных.
7. Неявные функции.

### **Примерный перечень тем коллоквиума**

1. Предел и непрерывность функции одной переменной.
2. Основы дифференциального исчисления.
3. Интегральное исчисление функций одной переменной
4. Числовые ряды
5. Функции многих переменных.

### **Примерный перечень тем самостоятельной работы студентов**

1. Равномерная непрерывность функций.
2. Исследование функций.
3. Неявные функции, определяемые системой уравнений.

### **Примерный перечень тем практических занятий**

1. Предел функции.
2. Свойства непрерывных функций.
3. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Правило Лопиталю.
6. Формула Тейлора. Исследование функций.
7. Неопределённый интеграл. Основные методы интегрирования.
8. Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации.
9. Определённый интеграл. Методы интегрирования
10. Приложения определенного интеграла.
11. Формула Тейлора и ее приложения.
12. Числовые ряды
13. Предел и непрерывность функций многих переменных.
14. Дифференцирование функций многих переменных.
15. Формула Тейлора и экстремум функций многих переменных.
16. Неявные функции, задаваемые одним уравнением и системой уравнений.

## МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИТОГОВОЙ ОЦЕНКИ

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г.);
2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015г. № 382-ОД);
3. Критериев оценки знаний студентов (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.)

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать контрольные работы по разделам дисциплины, коллоквиумы и компьютерное тестирование. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольные работы проводятся в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин. Оценка каждой из контрольных работ проводится по десятибалльной шкале.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается как среднее арифметическое оценок за каждое из письменных контрольных работ и коллоквиумов, либо по формуле (на усмотрение преподавателя):

$$\text{текущая} = 0,7 \cdot \left( \frac{\sum_{i=1}^2 \text{контр}_i + \text{колокв}}{3} \right) + 0,3 \left( \frac{\sum_{i=1}^n \text{тест}_i}{n} \right)$$

где текущая – это оценка текущей успеваемости,  $\text{контр}_i$  – оценки по десятибалльной шкале за контрольные работы,  $\text{колокв}$  – оценка по десятибалльной шкале за коллоквиум;  $\text{тест}_i$  – оценки по десятибалльной шкале за компьютерные тесты ( $n$  – количество тестов).

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Экзаменационная оценка и оценка текущей успеваемости служат для определения рейтинговой оценки по дисциплине, которая рассчитывается как средневзвешенная оценка текущей успеваемости и экзаменационной оценки. Рекомендуемые весовые коэффициенты для оценки текущей успеваемости – 0,5; для экзаменационной оценки – 0,5.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Дифференциальные и интегральные уравнения	Высшей математики и математической физики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 11 от 27.06.2018
Основы векторного анализа	Высшей математики и математической физики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте протокол № 11 от 27.06.2018