

3. Ускорение процесса разработки системы путем исключения необходимости реализовывать логику управления сервоприводом и ультразвуковым модулем.

Однако использование Эхо-модуля также накладывает ряд ограничений:

1. Необходимость наличия ПЛИС или реализации модуля на кристалле.
2. Требования к тактовой частоте модуля.
3. Ограничения, связанные с движением сервопривода.

#### **Библиографические ссылки**

1. Bugaje A. I., Loko A. Z., Ismail A. U., Anugwom Samuel Design and Implementation of an Unmanned Ground Vehicle for Fumigation Purpose // International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT). 2015. Vol. 30 (9). P. 440–443.
2. Krutika Basinge, Sejal Nagpure, Punam Shinde, Prof. Y. K. Sharma Unmanned Ground Vehicle Using Ultrasonic Ranging module // International Journal of Computer Science and Information Technologies (IJCSIT). 2016. Vol. 7 (2). P. 908–909.
3. HC-SR04 | Ultrasonic Ranging Module [Электронный ресурс]. URL: <http://www.micropik.com/PDF/HCSR04.pdf> (дата обращения: 11.03.2017).
4. SG-90 TowerPro | Micro Servo [Электронный ресурс]. URL: <http://www.micropik.com/PDF/SG90Servo.pdf> (дата обращения: 11.03.2017).
5. SmartFusion2 Actel [Электронный ресурс]. URL: [http://www.keil.com/dd/docs/datashts/actel/m2sxxx/smartfusion2\\_ds.pdf](http://www.keil.com/dd/docs/datashts/actel/m2sxxx/smartfusion2_ds.pdf) (дата обращения: 11.03.2017).

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ПРИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ПОЛУПРОСТРАНСТВА МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**Е. А. Соловей, М. Д. Шелюто**

*Белорусский государственный университет, г. Минск;  
helen\_solovey@mail.ru; shelyuto\_max@mail.ru;  
науч. рук. – Д. Е. Мармыш, канд. физ.-мат. наук*

В работе проведено моделирование напряженного состояния и состояния повреждаемости полупространства при действии на него нормальной к поверхности нагрузки распределенной по эллиптическому закону. Повреждаемость определялась путем построения регулярной сетки в полупространстве в окрестности приложения нагрузки и определения напряженного состояния в узлах сетки. Особое внимание уделено вопросу сеточной сходимости проводимых вычислений.

**Ключевые слова:** деформируемое твердое тело, повреждаемость, полупространство, метод граничных элементов.

## ВВЕДЕНИЕ

В механике деформируемого твердого тела задачи, связанные с изучением контактного взаимодействия элементов сложных механических систем, одни из наиболее актуальных. При решении прикладных задач особое внимание уделяется определению напряженно-деформированного состояния в окрестности контакта. Постановка и решение подобных задач необходимо для оценки повреждаемости и прочности деталей в местах их контактного взаимодействия. В настоящее время наиболее распространенным подходом к решению контактных задач является сведение задачи о взаимодействии двух тел определенной формы к модельной задаче о распределении поверхностных усилий, действующих на некоторой области полупространства. Оценка повреждаемости среды в большинстве своем основывается на модели деформируемого твердого тела с опасным объемом, который определяется областью конечных размеров с критическим уровнем напряжений [1, с. 215]. Целью работы является оценка повреждаемости и нахождение величины опасного объема в полупространстве при его эллиптическом нагружении нормальными к поверхности полупространства усилиями, а также исследование изменения величины опасного объема в зависимости от количества граничных элементов.

## РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА

При построении механико-математической модели напряженного состояния в общем случае будем учитывать действие распределенных нормальных  $p(x, y)$  усилий. Расчет напряжений в любой точке  $M(x, y, z)$  при  $z \leq 0$  полупространства при действии на поверхность нормальных усилий  $p(x, y)$  проводится численными методами с использованием функций влияния из фундаментального решения задачи Буссинеска о действии сосредоточенной нормальной силы на полупространство.

Рассмотрим равномерно распределенные усилия интенсивности  $p_0$  направленные по нормали к поверхности полупространства и действующие по области прямоугольника  $D = \{(x, y) : x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2\}$ .

Интегрируя фундаментальные решения задачи Буссинеска по области  $D$ , можно получить выражения для определения всех шести компонент тензора напряжений в любой точке полупространства [2, с. 44–45].

## ПРОИЗВОЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА

Если по некоторой области  $\Omega$  распределено давление произвольного вида, то разбивая область  $\Omega$  на прямоугольники (граничные элементы) и применяя принцип суперпозиции, согласно которому напряжение в точке  $M(x, y, z)$  будет суммой напряжений от действия равномерно распределенных усилий по каждому прямоугольнику, получим искомое значение напряжений в рассматриваемой точке.

Рассмотрим эллиптическое распределение нормальной нагрузки вида

$$p_n(x, y) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2 - y^2/b^2}, \quad (1)$$

где  $a, b$  – величины полуосей эллиптической площадки контакта,  $p_0$  – давление в центре площадки.

Данный вид давления возникает в задаче Герца о несогласованном контакте двух тел вращения. На рис. 1 представлен пример регулярного разбиения эллиптической площадки с большей  $a$  и наименьшей полуосями  $b$ , при  $b = a/2$  на квадратные элементы вида

$$BE_{ij} = \{p_n(x_i, y_j) / p_0; x_i - h/2, x_i + h/2; y_j - h/2, y_j + h/2\},$$

где  $h$  – величина стороны граничного элемента.

Для распределения вида (1) проведено моделирование при  $a = b$  и на рис. 2 представлено распределение нормального напряжения  $\sigma_{zz}$  вдоль оси  $Oz$  по центру площадки контакта.

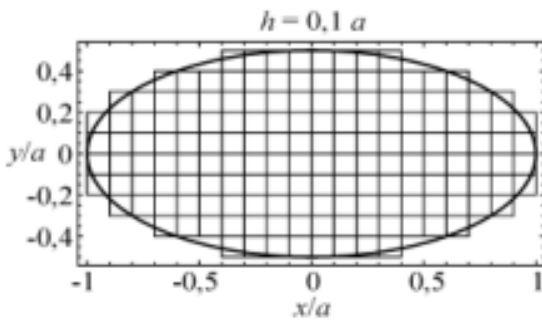


Рис. 1. Гранично-элементное разбиение контактной области

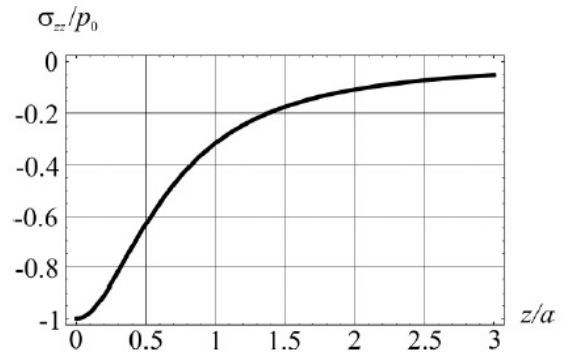


Рис. 2. Распределение нормального напряжения

Из рис. 2 видно, что при увеличении отношения  $z/a$  значение напряжения  $\sigma_{zz}$  асимптотически стремится к нулю, т.к. граничное условие на бесконечности удовлетворяется.

## ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ И ОПАСНЫЕ ОБЪЕМЫ

Расчёт интегральных показателей повреждаемости основан на использовании модели деформированного твёрдого тела с опасным объёмом [2, с. 126–128]. В соответствии с данной моделью, опасным объёмом  $DV$  является пространственная область нагруженного тела, в которой действующие напряжения превышают предельные. Повреждаемость полупространства определяем по следующему алгоритму:

1. Выделяем в полупространстве область  $\bar{D}$ , которая будет содержать в себе опасный объём, т.е.  $DV \subset \bar{D}$ ;
2. По области  $\bar{D}$  строим расчётную сетку с шагами  $h_x, h_y, h_z$  по осям  $Ox, Oy$  и  $Oz$  соответственно;
3. Вычисляем напряжение в каждом узле  $A(x_i, y_j, z_k)$  сетки;
4. Определяем количество точек  $K$  в которых действующее напряжение превышает предельное  $\sigma^{(\text{lim})}$ ;
5. Величину опасного объёма определяем по формуле

$$DV = K \cdot dV, \quad (2)$$

где  $dV$  – элементарный опасный объём.

Отметим, что в рассматриваемом случае элементарным опасным объёмом  $dV$  является объём одной ячейки построенной трехмерной сетки.

Описанный алгоритм был реализован для определения величины опасного объёма от распределения вида (1). Была исследована сеточная сходимость вычислительного алгоритма как по количеству граничных элементов, так и по количеству расчетных узлов полупространства. На рис. 3 представлен график изменения величины опасного объёма в зависимости от количества граничных элементов ( $BE$ ) и от количества узлов в полупространстве ( $N$ ).

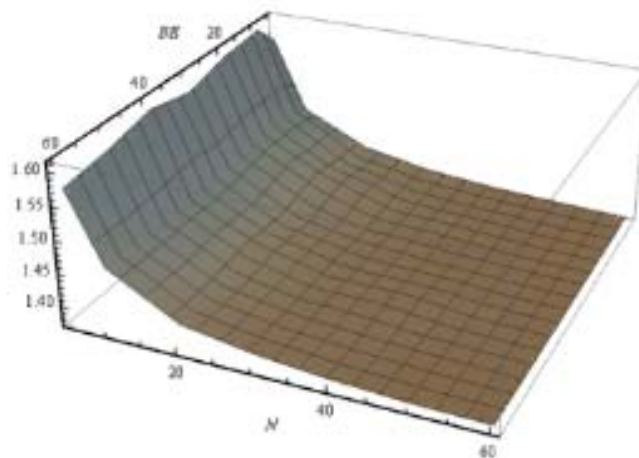


Рис. 3. График сеточной сходимости для величины опасного объёма

Из рис. 3 видно, что величина опасного объема практически не зависит от количества граничных элементов, а при увеличении количества расчетных узлов трехмерной сетки значение  $DV$  все более уточняется и выходит на свое постоянное значение около  $1,38 \text{ мм}^3$ .

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе проведено гранично-элементное моделирование напряженного состояния и состояния объемной повреждаемости полупространства при действии на него эллиптической нагрузки направленной по нормали к поверхности полупространства. При моделировании использовались аналитические решения для равномерной нагрузки распределенной по области прямоугольника. Построен алгоритм для определения повреждаемости среды и проведено исследование сеточной сходимости при определении опасного объема в полупространстве.

### **Библиографические ссылки**

1. *Сосновский Л. А.* Механика износоусталостного повреждения. Гомель, 2007.
2. *Щербаков С. С., Сосновский Л. А.* Механика трибофатических систем. Минск, 2011.

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗОНЕ РОСТА КОСТЕЙ НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ, ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СОБСТВЕННОМУ ВЕСУ ЧЕЛОВЕКА**

**В. Г. Фролова**

*Белорусский государственный университет, г. Минск;  
valerafrol21@mail.ru; науч. рук. – К. С. Юркевич, канд. физ.-мат. наук*

Целью данной работы является моделирование хрящевой ткани в твердотельных моделях длинных трубчатых костей человека, соответствующей зоне роста у детей и подростков, а также исследование напряженно-деформированного состояния хрящевой и костной ткани после проведения секторальной резекции при различной локализации дефекта.

В настоящее время рекомендации по применению различных способов компенсации потери прочности пораженного сегмента носит исключительно описательный характер. Выбор их осуществляется, как правило, эмпирически, в зависимости от опыта хирурга. В связи с этим разработка математических и конечно-элементных моделей для прогнозирования напряженно-деформированного состояния хрящевой и костной ткани, позволяющих дать рекомендации, является актуальной и несет непосредственную практическую направленность.

**Ключевые слова:** бедренная кость; хрящевая пластинка роста; зона роста; секторальная резекция.