

## ИТОГИ

Из результатов моделирования следует, что заряженные частицы не попадают в заданный угол из-за искривления их траекторий магнитным полем.

Гамма кванты в условиях CMS попадают в заданный угол движения к оси кристалла вольфрамата свинца детектора и при ориентации оси кристалла эффект усиления развития электромагнитного ливня может быть заметен.

Следовательно, эффект ускорения развития электромагнитного ливня можно использовать для увеличения энергетического разрешения электромагнитного калориметра и уточнения расчета фона на эксперименте CMS.

### Библиографические ссылки

1. *Baskov V. A. Electromagnetic showers in aligned crystals // Nucl. Instr. Meth. B.* 1997. V. 122, № 2. P. 194.
2. *Baskov V. A. Electromagnetic cascades in oriented crystals of garnet and tungstate // Phys. Lett. B.* 1999. V. 456, № 1. P. 86.
3. *Baurichter A. Enhanced shower formation in aligned thick germanium crystals and discrimination against charged hadrons // Phys. B (Proc. Suppl.).* 1995. V. 44, № 1–3. P. 79.
4. *Baurichter A. Enhanced electromagnetic showers initiated by 20–180 GeV gamma rays on aligned thick germanium crystals // Nucl. Instr. Meth. B.* 1999. V. 152, № 4. P. 472.
5. *Baryshevsky V. G. On the influence of crystal structure on the electromagnetic shower development in the lead tungstate crystals // Nucl. Instr. Meth. B.* 2017. V. 402. P. 35–39.
6. *Haurylavets V. V., Korjik M. V., Lobko A. S., Mechinsky V. A., Sytov A. I. Tikhomirov V. V. Influence of a crystal scintillator structure on the energy resolution of a homogeneous electromagnetic calorimeter // Engineering of scintillation materials and radiation technologies.* Minsk, 2016. P. 51–52.

## ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СРЕД

**Ф. М. Морозъко**

*Белорусский государственный университет, г. Минск;  
fyodormorozko95@gmail.com;  
науч. рук. – А. В. Новицкий, д-р физ.-мат. наук, проф.*

В работе формулируется метод эволюционных операторов для решения уравнений Максвелла в бианизотропных линейных средах с макроскопическими материальными параметрами, зависящими от времени. Приводятся пример применения метода к решению задачи нахождения коэффициентов временного отражения и преломления в случае скачкообразного изменения параметров.

**Ключевые слова:** уравнения Максвелла; операторный метод; нестационарные среды; бианизотропные среды.

## ВВЕДЕНИЕ

Распространение электромагнитных волн в средах с зависящими от времени материальными параметрами – область исследования, которая привлекает все большее внимание в последнее время. Привнесение временной зависимости параметров среды предоставляет дополнительную степень свободы в изучении взаимодействия электромагнитного излучения с веществом и расширяет возможности управления излучением. Среди эффектов, встречающихся в нестационарных средах, известны следующие: модуляция фазовой скорости [1], изменение временной и спектральной формы импульсов [2], временное отражение и преломление при скачкообразном изменении материальных параметров [3], временной эффект Фарадея [4] и двулучепреломление [5], появление запрещенных зон в пространстве волновых чисел во временных фотонных кристаллах [6].

Кроме того, излучение в нестационарной среде является неавтономной динамической системой и, следовательно, обладает рядом специфических свойств с точки зрения теории динамических систем. Среди прочих особый интерес представляет возможность создания условий, в которых происходит параметрическое усиление амплитуды поля (параметрический резонанс).

В теории слоистых сред хорошо зарекомендовал себя метод эволюционных операторов [7, 8], основанный на ковариантном подходе. В рамках операторного метода возможно описание распространения волн в линейных анизотропных средах наиболее общего типа – бианизотропных средах. При этом метод оказывается пригодным как для аналитических расчетов (в том числе точных и с применением теории возмущений [9]), так и для численных.

Ряд работ, опубликованных в последнее время, показывают интерес к исследованию электромагнитных волн в средах со сложной анизотропией [4, 5] и зависимостью параметров от времени. Однако насколько можно заключить, в литературе на данный момент не встречался общий подход, который бы позволил работать с произвольной анизотропией и временной зависимостью материальных параметров.

В настоящей работе предлагается метод, построенный по аналогии с операторным методом теории слоистых сред, для описания временной эволюции электромагнитных волн в нестационарных линейных недиспергирующих средах.

## ФОРМУЛИРОВКА МЕТОДА

Рассматриваются уравнения Максвелла (скорость света в вакууме  $c$  предполагается равной единице)

$$\begin{aligned}\nabla \times H &= \frac{dD}{dt}, \\ \nabla \times E &= -\frac{dB}{dt},\end{aligned}\tag{1}$$

в однородной среде с материальными уравнениями

$$\begin{aligned}D(r, t) &= \varepsilon(t)E(r, t) + \alpha(t)H(r, t), \\ B(r, t) &= \mu(t)H(r, t) + \beta(t)E(r, t),\end{aligned}\tag{2}$$

где  $\varepsilon, \mu$  – тензоры проницаемостей;  $\alpha, \beta$  – псевдотензоры гирации.

Заметим, что уравнения (2) предполагают отсутствие дисперсии в среде.

Решения для уравнений (1) можно искать в виде плоских волн с переменной амплитудой

$$F(r, t) = F(t)e^{iknr}.\tag{3}$$

Подставляя решения в виде (5) в уравнения Максвелла и учитывая материальные уравнения, можно сформулировать матричное эволюционное уравнение для амплитуд индуктивностей

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} D(t) \\ n \times B(t) \end{pmatrix} = ikM \begin{pmatrix} D(t) \\ n \times B(t) \end{pmatrix},\tag{4}$$

где  $M$  – блочная матрица  $4 \times 4$ , в блоках которой находятся тензоры, содержащие материальные параметры.

Общее решение уравнения (4) выражается посредством эволюционного оператора, который связывает значения амплитуд в начальный момент времени  $t_0$  с текущим моментом времени  $t$

$$\begin{pmatrix} D(t) \\ n \times B(t) \end{pmatrix} = P(t, t_0) \begin{pmatrix} D(t_0) \\ n \times B(t_0) \end{pmatrix}.$$

## ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ НА ВРЕМЕННОЙ ГРАНИЦЕ

Выбор индукций в качестве переменных в уравнении (4) обусловлен тем, что при таком выборе в матрицу  $M$  не входят производные от материальных параметров и, следовательно, даже при скачкообразном изменении параметров среды индукции изменяются непрерывно. Данное обстоятельство позволяет сшивать решения уравнений на «временной границе». Временной границей [1, 3] называется некоторый момент времени, когда материальные параметры среды скачкообразно

изменяются, при этом до и после этого момента времени среда является стационарной.

В научной литературе [1, 3] показывается, что при прохождении временной границы происходит так называемое временное отражение и преломление. Иными словами, волну, существующую в среде после прохождения временной границы можно разделить на «прошедшую» и «отраженную». Для таких волн имеет место линейная связь между амплитудами индукций посредством тензора импедансов  $\gamma$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{B}_{r,t} = \gamma_{r,t} \mathbf{D}_{r,t}. \quad (5)$$

$\gamma_{r,t}$  (индексы  $r$  и  $t$  обозначают отраженную и преломленную волны соответственно) являются решениями квадратного тензорного уравнения, коэффициенты которого строятся из параметров среды. Для негиротропных сред оказывается, что  $\gamma_r = -\gamma_t$ .

Пусть до некоторого момента времени  $t_0$  среда характеризовалась тензорами  $\varepsilon_1$ ,  $\mu_1$ , а после скачка – тензорами  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_2$ . Обозначим за  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  положительные ветви тензора импедансов в среде с индексом 1 и 2 соответственно. Тогда тензоры отражения и пропускания выразятся как

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{2} (I - \gamma_2^- \gamma_1), \\ t &= \frac{1}{2} (I + \gamma_2^- \gamma_1), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $I$  – проективный тензор на плоскость нормальную к направлению распространения, а знак « $-$ » над тензором обозначает операцию псевдообращения [7].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе описано построение операторного метода для решений уравнений Максвелла в нестационарных средах и рассмотрено его применение в случае со скачкообразным изменением параметров. В частности, получены тензорные коэффициенты временного отражения и пропускания.

В рамках метода, однако, возможно рассмотрение более общих задач с произвольными зависимостями материальных параметров от времени (при условии пренебрежимости дисперсии) и произвольной анизотропией.

## Библиографические ссылки

1. *Morgenthaler F. R. Velocity Modulation of Electromagnetic Waves // IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* 1958. Vol. 6, № 2. P. 167–172.
2. *Xiao Y. Spectral and temporal changes of optical pulses propagating through time-varying linear media // Opt. Lett.* 2011. Vol. 36, № 4. P. 505–507.

3. *Xiao Y., Agrawal G. P.* Reflection and transmission of electromagnetic waves at a temporal boundary // *Optics Letters*. 2014. Vol. 39 (3). P. 574–577.
4. *Zhang R. Y.* Time Circular Birefringence in Time-Dependent Magnetoelectric Media // *Scientific Reports*. 2015. Vol. 5. DOI: 10.1038/srep13673.
5. *Lin S. R.* Electromagnetic wave propagation in time-dependent media with antisymmetric magnetoelectric coupling // *Physics Letters A*. 2016. Vol. 380, № 33. P. 2582–2587.
6. *Zurita-Sanchez J. R.* Reflection and transmission of a wave incident on a slab with a time-periodic dielectric function  $\epsilon(t)$  // *Phys. Rev. A*. 2009. Vol. 79. P. 053821.
7. *Барковский Л. М., Фурс А. Н.* Операторные методы описания оптических полей в сложных средах. Минск, 2002.
8. *Borzdov G.* Frequency domain wave-splitting techniques // *J. Math. Phys.* 1997. Vol. 38. P. 6328–6366.
9. *Furs A. N., Alexeeva T. A.* Reflection and transmission of weakly inhomogeneous anisotropic and bianisotropic layers calculated by perturbation method // *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical*. 2008. Vol. 41, № 6. P. 065203.

## ЭРОЗИЯ ПОВЕРХНОСТИ НАНОКОМПОЗИТНЫХ ПОКРЫТИЙ ZRSIN, ОБЛУЧЕННЫХ ИОНАМИ ГЕЛИЯ

**А. Д. Подобед**

*Белорусский государственный университет, г. Минск;  
seregka\_13@mail.ru;  
науч. рук. – В. В. Углов, д-р физ.-мат. наук, проф.*

Данная работа посвящена исследованию влияния концентрации кремния (структуры нанокомпозита) и дозы облучения ионами  $\text{He}^+$  с энергией 30 кэВ на процессы эрозии поверхности нанокомпозитной пленки ZrSiN.

**Ключевые слова:** радиационный блистеринг; нанокомпозитное покрытие; пострадиационный отжиг.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Образование блистеров (дефектов на поверхности материала в виде пузырей) при облучении ионами  $\text{He}^+$  является одним из наиболее важных процессов, приводящих к изменению поверхностных физико-химических свойств и потере структурной целостности материала, что в конечном итоге ухудшает характеристики самого материала [1–2]. Под действием облучения ионами  $\text{He}^+$  в пленках, как и в массивных материалах, формируются блистеры благодаря зарождению и росту газово-вакансационных кластеров [3]. Наличие дополнительных стоков (границ зерен) в покрытиях может существенным образом повлиять на механизмы, приводящие к образованию блистеров. Таким образом, формирова-