Определение. Точку $t_k^h = kh$ назовем нулем коуправления $\Delta_h^0(t)$, $t \in T_h =$ $= \{0, h, \ldots, (N-1)h\}$, если $\Delta_h^0(t_k^h - h)\Delta_h^0(t_k^h) \le 0$, $\Delta_h^0(t_k^h) \ne 0$.

Б). По оптимальному дискретному управлению $u_h^0(t)$, $t \in T_h$, построим релейное управление $u^1(t)$, $t \in T$. Для этого каждый нуль t_k^h коуправления $\Delta_h^0(t)$, $t \in T_h$, с $|u_h^0(t-h)| \ne 1$ заменим на точку $t_k = t_k^h + (u_h^0(t_k^h - h) - 1)h/2$. Новые точки вместе с оставшимися нулями коуправления $\Delta_h^0(t)$, $t \in T_h$, возьмем в качестве начального приближения τ^1 – вектора управляющих параметров для процедуры доводки [3]. Другой способ построения начального приближения – составить вектор τ^1 из нулей $\Delta^*(t)$, $t \in T$.

Процедура доводки состоит в решении методом Ньютона системы $\Delta(t_k)=0$, $k=\overline{1,p}$; $f(\tau, u_0)=\bar{g}$ относительно ν, t_k, $k=\overline{1,p}$. При $\dot{\Delta}(t_k) \ne 0$, $k=\overline{1,p}$, матрица Якоби системы неособая. Начиная с приближения τ^1, построим 3–5 итераций. Если при этом не обнаруживается сходимость метода или происходит слипание* точек t_k, $k=\overline{1,p}$, то перейдем или к А), увеличив N, или к В). В противном случае построим решение τ^0 задачи (1) с требуемой точностью.

В). Решим задачу (3) на доступном управлении $u^1(\cdot)$ с вектором τ^1 и невязкой w^1. По полученному решению $\Delta\tau^1$ построим новое приближение $\tau^2=$ $=\tau^1+\theta\Delta\tau^1$, $\theta>0$. Если на нем и векторе ν^1 выполнено неравенство $f_0(\tau^2, u_0)-(\nu^1)'\times$ $\times f(\tau^2, u_0)<f_0(\tau^1, u_0)-(\nu^1)'f(\tau^1, u_0)$ [5], то решим (3) с вектором τ^2 и невязкой w^2. Построив 3–5 приближений, перейдем к процедуре доводки Б) с начальным приближением τ^{3-5}. В противном случае возвращаемся к А), увеличив N.

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Основы динамического программирования. М., 1975.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1961.
3. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Конструктивные методы оптимизации: В 2 ч. Мн., 1984. Ч. 2.
4. Parametric Optimization and Related Topics / Ed. by J. Gubbot u. a. Berlin, 1987.
5. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. М., 1983.

Поступила в редакцию 10.06.2002.

Наталья Николаевна Коваленок – аспирант кафедры методов оптимального управления. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Р. Габасов.

УДК 517.977

С.Б. КАЛИТИН, Б.С. КАЛИТИН

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОМЕХОЙ В ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ НА ПЛОСКОСТИ

The problem is considered in the class of bounded inertial controls. The example is the problem with fifth-order dynamic system.

Рассмотрим на плоскости задачу самонаведения объекта О на цель Ц (О и Ц – материальные точки) методом пропорционального наведения, при котором угловая скорость вращения вектора линейной скорости объекта пропорциональна угловой скорости вращения вектора дальности О – Ц. Сделаем следующие допущения: Ц движется прямолинейно и равномерно и

* Две точки t_i, t_{i+1} считаются слипшимися, если целая часть $[t_i/\varepsilon]$ равна целой части $[t_{i+1}/\varepsilon]$.

воздействует на О помехой, приводящей к ошибке измерения углового положения Ц; сформированное ложное положение Ц воспринимается на О как истинное, поэтому функция ошибки рассматривается как управляющее воздействие u в системе О – Ц. Задача О – совместить свои координаты с целью. Задача Ц – воздействием "помехового" управления на О минимизировать функционал $J(u)$, характеризующий точность самонаведения. На амплитуду и на производную управления наложено ограничение. В первом случае оно вызвано конечным значением ошибки, доставляемой помехой, во втором – необходимостью максимально скрыть помеховое воздействие от преследующей стороны. Таким образом, поставленная задача – поиск оптимального управления как функции ошибки определения углового положения цели.

Отнесем рассматриваемую систему к классу реальных, практический анализ фазовых координат и уравнений которых позволяет привести задачу к следующей линейной форме:

$$\begin{gathered} J(u)=c'x(t^*)\to\min,\ \dot{x}=Ax+bu,\ U_*\le u\le U^*,\ |\dot{u}|\le U_m, \\ x(0)=x_0,\ u(0)=0,\ t\in T[0,\ t^*],\ \left(c,\ x\in R^5,\ A\in R^{5\times5},\ b\in R^{5\times1}\right). \end{gathered} \tag{1}$$

Задача (1) принадлежит к классу линейных с ограниченным инерциальным управлением. Сведем исходную задачу к задаче оптимального управления в классе кусочно-постоянных управлений путем увеличения размерности вектора фазовых координат. Введем дополнительную координату $y=u$ и новое управление $v=\dot{u}$. В результате получим задачу терминального управления с ограничением на фазовые координаты:

$$\begin{gathered} J(u)=c'x\to\min,\ \dot{x}=Ax+by,\ U_*\le y\le U^*,\ |v|\le U_m, \\ x(0)=x_0,\quad y(0)=0,\ t\in T[0,\ t^*]. \end{gathered} \tag{2}$$

Теперь запишем задачу (2) в функциональной форме. Пусть $F(t)$ – фундаментальная матрица решений системы $\dot{x}=Ax$, $F(t)\in R^{5\times5}$, $t\in T$ – блочная компонента фундаментальной матрицы $\Phi(t)$, $t\in T$, решений расширенной системы $\dot{x}=Ax+by,\ \dot{y}=0$: $\Phi=\begin{pmatrix} F & F^1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Здесь $F^1(t)\in R^{5\times1}$, $t\in T$, а $0\in R^{1\times5}$ – нулевая матрица.

Согласно формуле Коши $x(t^*)=\Phi(t^*)x_0+\int_0^{t^*}\Phi(t^*)\Phi^{-1}(s)bv(s)ds$.

Тогда наша задача примет вид:

$$\begin{cases} c'\Phi(t^*)x_0+\int_0^{t^*}c'\Phi(t^*)\,\Phi^{-1}(s)b\,v(s)\,ds\to\max, \\ U_*\le y(t)=\int_0^{t}v(s)\,ds\le U^*,\ |v(t)|\le U_m,\ t\in T. \end{cases} \tag{3}$$

Решение будем искать в виде кусочно-линейных функций, тогда задача (3) сведется к следующей задаче линейного программирования [1]:

$$\begin{aligned} & c_i(t)=\int_{ih}^{(i+1)h}c'\Phi(t^*)\Phi^{-1}(s)ds=c_i, \\ & v_i=v(t),\quad t\in[ih,(i+1)h], \\ & h=t^*/N \end{aligned} \qquad \begin{cases} \sum_{i=0}^{N-1}c_iv_i\to\max, \\ U_*\le\sum_{i=0}^{n}v_ih\le U^*,\quad n=\overline{0,N-1}, \\ |v_i|\le U_m,\quad i=\overline{0,N-1}. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь h – интервал дискретизации, v_i – "новое" управление на i-м интервале времени.

В качестве примера рассмотрим самонаведение объекта О на цель Ц в следующей линейной задаче оптимального управления:

$$1,292x_2(t^*)-0,939x_3(t^*)\to \max;\ \dot{x}_1=-0,047x_2+5,96x_3-149,34x_5;$$

$$\dot{x}_2=0,01x_1+6,46x_2-4,99x_3-4,62x_5;\ \dot{x}_3=6(x_2-x_4+u),\ \dot{x}_4=50\dot{x}_3;$$

$$\dot{x}_5=0,\ \dot{u}=v,\ x_1(0)=20;\ x_2(0)=3,3;\ x_3(0)=3,4;\ x_4(0)=3,3;$$

$$x_5(0)=0;\ u(0)=0;\ -0,02\le u(t)\le 0,02;\ |v(t)|\le 0,04,\ t\in T=[0,\ t^*],\ t^*=15,$$

где x_1 – текущая дальность О – Ц, x_2 – истинный угол визирования цели объектом, x_3 – угол визирования цели, измеренный объектом, x_4, x_5 – соответственно углы поворота векторов скорости объекта и цели. Критерий качества в этом случае характеризует отклонение вектора скорости объекта от заданного направления на цель.

В данном примере задача линейного программирования имеет вид

$$\sum_{i=0}^{N-1}\left(v_i\int_{ih}^{(i+1)h}1,29F_2^1(t^*-s)-0,94F_3^1(t^*-s)ds\right)\to \max,\ -0,02\le\sum_{i=0}^{n}v_ih\le 0,02, \tag{5}$$

$$n=\overline{0,N-1},\ |v_i|\le 0,04,\ i=\overline{0,N-1},\ v_i=v(t),\ t\in[ih,(i+1)\Delta t],\ h=t^*/N.$$

Элементы $F_2^1(t)$, $F_3^1(t)$ блочной компоненты $F^1(t)$ фундаментальной матрицы $\Phi(t)$, $t\in T$, решений расширенной системы $\dot{x}=Ax+by$, $\dot{y}=0$ имеют вид:

$$F_2^1(t)=-1-0,03\cdot e^{1,46\cdot 10^{-6}t}+e^{-2,97t}\left[1,03\ \cos(2,39t)+0,286\ \sin(2,39t)\right],$$

$$F_3^1(t)=-0,5-0,3\cdot e^{1,46\cdot 10^{-6}t}+e^{-2,97t}\left[0,8\ \cos(2,39t)+0,36\ \sin(2,39t)\right].$$

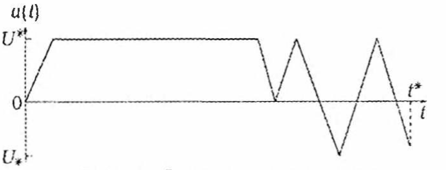

Рис. 1. Функция управления

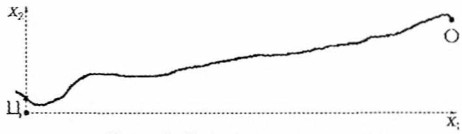

Рис. 2. Разовая траектория

При решении задачи (5) было принято N=30, $h=t^*/N$=0,5. Вид полученной функции управления и траектория объекта в относительной системе координат О – Ц представлены на рис. 1, 2.

1. Габасов Р., Ружицкая Е.А. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1999. № 2. С. 46.

Поступила в редакцию 03.04.2002.

Сергей Борисович Калитин – преподаватель кафедры авиационной техники и вооружения Военной академии Республики Беларусь.

Борис Сергеевич Калитин – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры методов оптимального управления.