

поля на щели с диэлектриком ($\epsilon = 1 + i$) и без диэлектрика ($\epsilon = 1$) в случаях симметричного положения щели и ее смещения от середины резонатора. Здесь учтено общее уменьшение амплитуды поля за счет внесения диэлектрика в резонатор, которое по оценке [10] должно определяться множителем $(\text{Im } k_0 / \text{Im } k)^{1/2}$, где k_0 – волновое число колебаний поля в резонаторе без диэлектрика. Из рис. 2 видно, что поведение полученных решений вблизи краев щели $z = \pm 1$ отличается от того, которое предсказывает решение Зоммерфельда [2, 3]. Особенно заметно это для функции \bar{w} E -поляризации.

Таким образом, наличие зоммерфельдовской асимптотики вблизи краев щели не является обязательным условием. Более того, с физической точки зрения здесь предпочтительной оказывается система синусоидальных базисных функций. Еще одним аргументом в пользу последних может служить то обстоятельство, что при наличии сингулярностей зоммерфельдовского типа у исходных функций $w(z)$ и $\bar{w}(z)$ (5) последующее вычисление полей по формулам (1) дает заметное отклонение от требуемых граничных условий (3) на проводящей поверхности $\rho = r$, особенно в случае смещения щели от середины резонатора.

1. Григорьев А.Д., Янкевич В.Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. М., 1984.

2. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М., 1964.

3. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М., 1966.

4. Беячиц А.Ч., Гарбузенко В.В., Курило Н.И. и др. // Международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов». Мн., 1998. С. 8.

5. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1988.

6. Михлин С.Г., Смолицкий Х.Г. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. М., 1965.

7. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев, 1986.

8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1979.

9. Калиткин Н.Н. Численные методы. М., 1978.

10. Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И.А. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 522.

Поступила в редакцию 21.11.2002.

Петр Дмитриевич Кухарчик – ректор Академии управления при Президенте Республики Беларусь, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики БГУ.

Владимир Михайлович Сердюк – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории радиологической диагностики НИИПФП им. А.Н. Севченко БГУ.

Носиф Антонович Титовицкий – кандидат технических наук, заведующий лабораторией радиологической диагностики НИИПФП им. А.Н. Севченко БГУ.

УДК 621.372.413

С.Н. ДРОЗДОВ, П.Д. КУХАРЧИК, А.С. РУДНИЦКИЙ

СЕЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА ТЕТРАЭДРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

The normalized number of resonance oscillation are calculated with a partial plane waves method and selective properties of the tetrahedral dielectric resonator are investigated.

В радиоэлектронике сверхвысокочастотного диапазона в качестве колебательных систем применяются объемные и открытые резонаторы. Локализации энергии в открытых резонаторах сопутствуют частичное излучение в

свободное пространство и связанная с ним селекция типов колебаний. Это позволяет использовать их в коротковолновых диапазонах волн, в которых закрытые резонаторы малоприменимы.

Довольно распространенной разновидностью открытых резонаторов стали диэлектрические, которые не уступают полым металлическим в температурной стабильности резонансной частоты, имеют высокие значения собственной добротности, выгодно отличаются массогабаритными характеристиками. На их основе решаются задачи миниатюризации радиоэлектронных систем. Использование диэлектрических резонаторов позволяет реализовать методы измерения параметров материалов в СВЧ-диапазоне, создавать высокоэффективные источники СВЧ-сигналов.

В настоящее время наиболее изучены и широко применяются диэлектрические резонаторы простой геометрии (сферические, цилиндрические, прямоугольные). В ряде случаев представляют интерес резонаторы сложной формы, в том числе крестообразные и калейдоскопические. В крестообразных резонаторах возможно независимое возбуждение нескольких типов колебаний. Их применение позволяет по-новому строить многорезонаторные СВЧ-структуры [1]. В циркуляторах с треугольными калейдоскопическими резонаторами потери на излучение уменьшаются за счет лучшего его согласования с полосковыми волноводами [2].

При выборе типа диэлектрического резонатора важно иметь возможность сопоставить их по различным показателям качества. Однако эта задача не решается однозначно. Так, при работе на высших модах удается увеличить добротность, но при этом ухудшается такой показатель качества, как их плотность (густота). Для его улучшения используется селекция типов колебаний, с помощью которых удается разрядить спектр и увеличить расстройку между расположенными рядом частотами. Изучение и формирование селективных свойств является одной из актуальных задач в теории и практике диэлектрических резонаторов. Их направленное изменение осуществляется путем введения в резонатор дополнительных внешних и внутренних конструктивных элементов, с помощью которых можно избирательно влиять на интенсивность различных типов колебаний [1]. Селективные свойства существенно зависят от формы резонатора и диэлектрической проницаемости его материала. В работах [3, 4] методом парциальных плоских волн исследованы селективные свойства диэлектрических волноводов и резонаторов с калейдоскопическими поперечными сечениями.

Целью данной работы является исследование тем же методом селективных свойств диэлектрических резонаторов тетраэдрической формы. Рассмотрим простейшую модель резонатора в виде диэлектрического образца, окруженного однородной средой. При относительной диэлектрической проницаемости образца $\epsilon > 1$ в резонаторе могут возбуждаться высокодобротные (резонансные) типы колебаний. При оценке селективных свойств обычно определяют число таких колебаний в заданном спектральном интервале или их спектральную плотность [5]. Введем более удобный безразмерный параметр ρ , равный отношению числа резонансных колебаний открытого резонатора к числу таких колебаний соответствующего идеального резонатора или, что одно и то же, отношению фазового объема высокодобротных колебаний к фазовому объему всех колебаний. В дальнейшем будем называть эту величину нормированной плотностью резонансных колебаний. В идеальных резонаторах все колебания являются резонансными и по-

этому их нормированная плотность всегда равна единице, т. е. принимает максимальное значение.

При выборе метода исследований необходимо учитывать свойства симметрии калейдоскопов и порождаемых ими пространств. Согласно этим свойствам в каждом калейдоскопе с помощью зеркальных изображений можно построить системы эквивалентных точек и направлений. В методе парциальных плоских волн каждому направлению соответствует плоская волна, а калейдоскопической области – решение уравнений Максвелла в виде суперпозиции плоских волн [6]. Такие решения применяются при исследовании дифракционных явлений в калейдоскопических структурах, полей мод и селективных свойств волноводов и резонаторов [3, 4, 7]. Максимальное число парциальных волн в тетраэдрических калейдоскопах равно 48. Представим их в следующем виде:

$$\mathbf{E}_{\pm x, \pm y, \pm z} \exp[-i(\pm h_x x \pm h_y y \pm h_z z)], \quad (1)$$

где h_x, h_y, h_z – компоненты волнового вектора в среде с показателем преломления n . В выражении (1) учитываются все возможные перестановки знаков и индексов. Волны попарно взаимосвязаны зеркальным отражением на гранях тетраэдров. Поэтому при их переотражении не появляются новые типы волн, и в этом смысле суперпозиция (1) является замкнутой. Имеющихся в ней свободных параметров достаточно для того, чтобы удовлетворять идеальным, а в некоторых случаях и импедансным граничным условиям на поверхности калейдоскопических областей [8, 9].

Рассмотрим показанный на рис. 1 резонатор $|x| - a \leq z \leq a - |y|$ с внешними нормальными к граням

$$\mathbf{n}_{1(2)} = \left\{ 0, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}, \quad \mathbf{n}_{3(4)} = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\}. \quad (2)$$

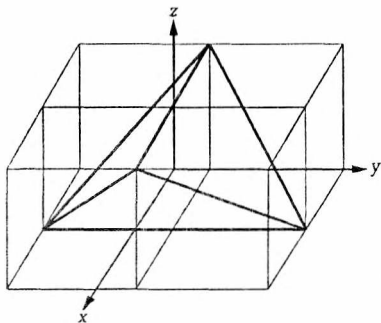


Рис. 1. Тетраэдрический резонатор $|x| - a \leq z \leq a - |y|$

Волны попарно взаимосвязаны через коэффициенты отражения на границе. Для них выполняются соотношения Снелла

$$h_i^2 - (\mathbf{h}_i \mathbf{n}_j)^2 = h_{ij}^2 - (\mathbf{h}_{ij} \mathbf{n}_j)^2, \quad (3)$$

где \mathbf{h}_{ij} – волновой вектор преломленной i -й волны на границе с внешней нормалью \mathbf{n}_j . При полном внутреннем отражении волн $(\mathbf{h}_{ij} \mathbf{n}_j) \leq 0$ и согласно (3)

$$-\sqrt{h_i^2 - h_{ij}^2} \leq (\mathbf{h}_i \mathbf{n}_j) \leq \sqrt{h_i^2 - h_{ij}^2}. \quad (4)$$

Подставляя (1), (2) в (4) и учитывая, что $|\mathbf{h}_i| = h$, $h_i^2 / h_{ij}^2 = \varepsilon$, получаем систему неравенств

$$(\pm h_x \pm h_z) \leq h \sqrt{2(1 - \varepsilon^{-1})}, \quad (\pm h_y \pm h_z) \leq h \sqrt{2(1 - \varepsilon^{-1})}, \quad (\pm h_x \pm h_y) \leq h \sqrt{2(1 - \varepsilon^{-1})}. \quad (5)$$

Два других резонатора ($2a \geq y \geq z \geq |x|$ и $2a \geq y \geq z \geq x \geq 0$) образуются разрезанием первого в плоскостях симметрии соответственно пополам и на четыре равные части. Условия полного отражения волн в них рассчитываются аналогично и формально получаются добавлением к (5) соотношений

$$\pm h_x, \pm h_y, \pm h_z \leq h \sqrt{1 - \varepsilon^{-1}}. \quad (6)$$

Знакам равенства в (5), (6) соответствуют уравнения прямых круговых конусов с вершинами в начале координат пространства волновых векторов. Угол раскрыва γ выводится из соотношения

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \epsilon^{-1}}. \quad (7)$$

Неравенства определяют фазовое пространство высокочастотных колебаний, расположенное вне этих конусов. Оно всегда меньше области резонансных колебаний идеального резонатора и приближается к ней при больших значениях диэлектрической проницаемости ϵ . С ее уменьшением фазовый объем высокочастотных колебаний сокращается и становится равным нулю при предельном значении ϵ_k . Конкретный вид зависимости $\rho(\epsilon)$ находится интегрированием в пространстве компонент волнового вектора по области существования резонансных колебаний с учетом свойств симметрии аналогично (3). При этом следует заметить, что в тетраэдрических резонаторах, в отличие от рассмотренных в работе [3] волноводных, нет выделенного направления. Условия полного отражения и соответствующие им фазовые диаграммы инвариантны относительно перестановок компонент волнового вектора. Оси конусов расположены с угловым периодом $\pi/2$ в каждой из плоскостей $h_x=0$, $h_y=0$, $h_z=0$ в случае тетраэдра $|x|-a \leq z \leq a-|y|$. В двух других резонаторах симметрия сохраняется. Однако число конусов согласно (6) увеличивается, а период уменьшается до $\pi/4$. Этому соответствует меньший фазовый объем и более редкий спектр резонансных колебаний. Такой вывод подтверждается результатами расчетов. Согласно (5) для нормированной плотности резонансных колебаний тетраэдрического резонатора получается выражение

$$\rho(\epsilon) = 6\sqrt{1 - \epsilon^{-1}} - 5 + \begin{cases} 0, & \epsilon \geq 4, \\ 4F_3, & 3 \leq \epsilon \leq 4, \\ D_1, & 2 \leq \epsilon \leq 3. \end{cases} \quad (8)$$

Для двух других резонаторов согласно (5), (6) находим

$$\rho(\epsilon) = 9\sqrt{1 - \epsilon^{-1}} - 8 + \begin{cases} 0, & \epsilon \geq \operatorname{cosec}^2(\pi/8), \\ 3F_4, & 4 \leq \epsilon \leq \operatorname{cosec}^2(\pi/8), \\ 3F_4 + 2F_2, & \epsilon' \leq \epsilon \leq 4, \\ -9\sqrt{1 - \epsilon^{-1}} + 8 - D_2, & 4 \leq \epsilon \leq \epsilon', \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon' &= \frac{7 - 4\sqrt{2}}{6 - 4\sqrt{2}}, & D_{1(2)} &= \frac{12}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{6} - \arcsin \left(\frac{\cos(\varphi_{1(2)})}{2} \right) + \arcsin \left(\frac{\cos(\pi/4 + \varphi_{1(2)})}{\sin(\gamma)} \right) - \right. \\ & & & \left. - \cos(\gamma) \arccos \frac{\sqrt{\sin^2(\pi/4 + \varphi_{1(2)}) - \cos^2(\gamma)}}{\sin(\pi/4 + \varphi_{1(2)}) \sin(\gamma)} \right\}, \\ \varphi_{1(2)} &= \operatorname{arccotg} \frac{1 \pm \sqrt{2 \cos^2(\gamma) [3 - 4 \cos^2(\gamma)]}}{2 \cos^2(\gamma) - 1}, \end{aligned}$$

$$F_p = \frac{1}{\beta} \left[\arccos(\sqrt{\epsilon\beta}) - \sqrt{1-\epsilon^{-1}} \arcsin \frac{\sqrt{1-\epsilon \sin^2(\beta)}}{\cos(\beta)} \right], \quad \beta = \frac{\pi}{2p}, \quad p=2-4.$$

По формулам (8), (9) построены графики зависимости $\rho(\epsilon)$ (рис. 2). Кривая 5 относится к резонатору $|x|-a \leq z \leq a-|y|$, кривая 6 – к двум другим резонаторам. Для сравнения построены графики $\rho(\epsilon)$ для волноводных диэлектрических резонаторов с прямоугольным поперечным сечением (кривая 1) и поперечными сечениями в виде равнокатетного (кривая 2), правильного (кривая 3) и полуправильного (кривая 4) треугольников по приведенным в [3] формулам. Во всех резонаторах плотность колебаний увеличивается с ростом диэлектрической проницаемости материала. Однако в тетраэдрических резонаторах, в отличие от волноводных, пороговые значения ($\epsilon_k=2, \epsilon_k=3$) выше, а спектр резонансных частот реже.

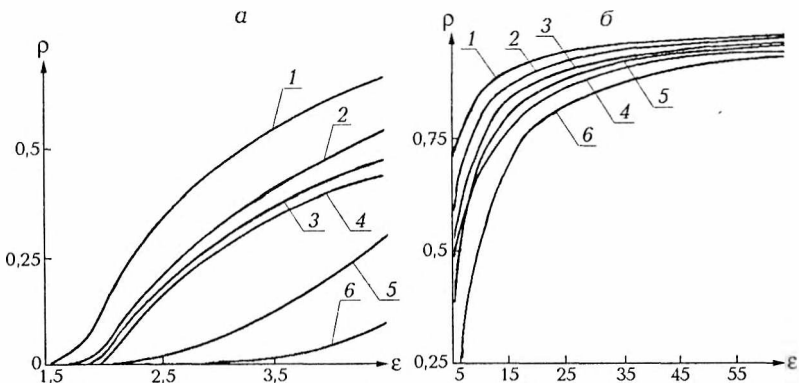


Рис. 2. Зависимость нормированной плотности резонансных колебаний от диэлектрической проницаемости материала и формы резонатора при малых (а) и больших (б) значениях диэлектрической проницаемости

Полученные результаты позволяют прогнозировать зависимость резонансных свойств от формы резонатора и диэлектрической проницаемости материала. Метод парциальных плоских волн допускает при этом обобщение и применение в исследованиях селективных свойств резонаторов с комбинированными внешними средами, с металлодиэлектрическими покрытиями и другими конструктивными элементами.

1. Диэлектрические резонаторы / Под ред. М.Е. Ильченко. М., 1989.
2. Helsing J., James D., Nisbet W. // IEEE Transactions. 1979. Vol. MTT-27. № 2. P. 138.
3. Кухарчик П.Д., Рудницкий А.С. // Радиофизика и электроника: Сб. ст. Мн., 1997. С. 111.
4. Рудницкий А.С. // Радиотехника и электроника 1995. Т. 40. № 11. С. 1636.
5. Ораевский А.Н., Щеглов В.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. 8. № 1. С. 81.
6. Рудницкий А.С. // Радиофизика и электроника: Сб. ст. Мн., 1997. С. 75.
7. Корнейчик В.В., Процко С.В., Хапалюк А.П. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 8. С. 1498.
8. Рудницкий А.С. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1. 1982. № 1. С. 29.
9. Рудницкий А.С., Хапалюк А.П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 10. С. 2207.

Поступила в редакцию 13.12.2002.

Сергей Николаевич Дроздов – аспирант кафедры радиофизики. Научный руководитель – П.Д. Кухарчик.

Петр Дмитриевич Кухарчик – ректор Академии управления при Президенте Республики Беларусь, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор, ведущий кафедрой радиофизики БГУ.

Антон Сергеевич Рудницкий – доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики.

УДК 524.882+530.145+531.51

В.В. ТИХОМИРОВ, С.Э. ЮРАЛЕВИЧ

НЕЙТРИННАЯ ВСПЫШКА БЕЛОГО КАРЛИКА, ПОГЛОЩАЕМОГО ПЕРВИЧНОЙ ЧЕРНОЙ ДЫРОЙ

Primordial black holes (PBHs) of masses $M \geq 5 \cdot 10^{14}$ g are able to absorb white dwarfs (WD), giving rise to formation of black holes of WD masses. The WD absorption is accompanied by up to 10^{52} erg neutrino bursts which can be readily detected by modern neutrino detectors. We calculate time characteristics of such a burst in this paper.

Первичные черные дыры (ПЧД) могут нести разнообразную информацию о ранних стадиях эволюции Вселенной, в том числе о первичных неоднородностях, определяющих формирование ее структуры [1, 2]. Многолетний поиск ПЧД [3–5] основан на попытках зарегистрировать их хокинговское излучение [6], которое на последней стадии испарения ПЧД имеет характер нейтринных и электромагнитных вспышек и дает вклад в нейтринный и гамма-фон космического излучения [8, 9]. Однако хокинговское излучение позволяет искать ПЧД лишь массой $M \leq M_* \approx 5 \cdot 10^{14}$ г [7], которые выделяют энергии на 20 порядков меньше, чем сверхновая.

Нами предложен метод поиска ПЧД, свободный от этого недостатка. В [10] было предсказано, что ПЧД может вызвать поглощение белого карлика (БК), завершающееся образованием черной дыры с массой БК M_{WD} и нейтринной вспышкой, энергия которой сравнима с энергией сверхновой. В данной статье представлены важнейшие характеристики процесса поглощения БК, описываемые теорией стационарной аккреции [11, 12], и предложена простейшая модель не описываемой этой теорией завершающей стадии поглощения БК, на которой испускается основная часть нейтрино.

Предсказания стационарной теории аккреции

На ранних, протекающих до образования галактик стадиях формирования протозвездных облаков захваченные ими ПЧД обладали локальными скоростями не более нескольких десятков километров в секунду. При таких скоростях времени формирования и существования звезд достаточно для замедления ПЧД в их веществе вплоть до остановки в центре. Вследствие низкой плотности вещества активных звезд его аккреция на ПЧД оказывается незначительной. Однако после прохождения всех стадий эволюции большинство звезд превращаются в БК, обладающих гораздо большей плотностью, которая способствует и более интенсивной аккреции. Поэтому поиск возможных проявлений существования ПЧД следует начинать именно с рассмотрения аккреции вещества БК на ПЧД, находящуюся в его центре.

Возможность использования общерелятивистской теории сферически симметричной аккреции паскалевой жидкости [11, 12] для описания поглощения БК ПЧД обоснована в [15] и базируется на использовании модели