

рис. 2, существенно отличается от потенциала, являющегося решением для заданного набора энергетических уровней. Параметры разложения обоих потенциалов приведены в табл. 1, здесь же даны их коэффициенты, полученные при решении обратной задачи Шредингера с помощью генетического алгоритма.

Как видно из табл. 2, точность решения составляет более 10^{-7} у. ед. Для расчета использовались пять пробных уровней энергии, число родительских хромосом составляло 17, количество итераций – 569. Как оказалось, количество итераций может зависеть не только от близости стартового пробного потенциала к точному решению, а также от качества генератора случайных чисел. Однако исследование данного вопроса выходит за рамки статьи.

Результаты расчетов для различных пробных потенциалов показали устойчивую сходимость к одному и тому же конечному потенциалу для заданного набора уровней энергии. На основании этого можно сделать вывод о применимости метода генетического алгоритма не только для решения обратной задачи Шредингера, но и для нелинейной минимизации некоторых функционалов.

1. Gogtas F., Balint-Kurti G.G., Marston C.C. // QCPE Program. 1993. № 647.
2. Marston C.C., Balint-Kurti G.G. // J. Chem. Phys. 1989. № 91. P. 3571.
3. Balint-Kurti G.G., Dixon R.N., Marston C.C. // Internat. Rev. Phys. Chem. 1992. № 11. P. 317.

Поступила в редакцию 12.09.2002.

Николай Геннадьевич Якутович – ассистент кафедры физики твердого тела.

Виктор Михайлович Анищик – доктор физико-математических наук, профессор, декан физического факультета.

УДК 537.86; 621.372.823

П.Д. КУХАРЧИК, В.М. СЕРДЮК, И.А. ТИТОВИЦКИЙ

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ РЕЗОНАТОРНЫХ МОД НА ПОПЕРЕЧНОЙ ЩЕЛИ ПРОЕКЦИОННЫМ МЕТОДОМ

The problem of an electromagnetic field diffraction of a volume coaxial resonator azimuthally dependent mode on an internal transverse ring slot and cylindrical dielectric is considered. For its solution the method of fields decomposition by simple modes of the resonator without a slot is used. The discretization of integral Fredholm equations for field functions on a slot is carried out with the help of the projecting Galerkin method. The application of the system of sine basis functions for this purpose is substantiated which does not yield field singularities on borders of a slot.

Основной трудностью при решении задач дифракции электромагнитного излучения на щели является определение поля на ее поверхности. Для этого приходится привлекать дополнительные физические соображения, определяющие поведение поля непосредственно вблизи краев щели. Считается [1], что здесь оно должно вести себя подобно полю дифракции плоской волны на проводящей полуплоскости (решение Зоммерфельда [2, 3]) и иметь соответствующие сингулярности на краях. Однако возможен другой подход к определению функций поля на щели, не дающий сингулярностей как в промежуточных, так и в окончательных результатах. В данной работе он обосновывается применительно к объемному коаксиальному резонатору с поперечной кольцевой щелью, которая связывает область возбуждения по-

ля с цилиндрическим диэлектриком внутри резонатора. Такие резонаторы используются в качестве измерителей влажности зерновых материалов [4].

Применительно к резонансной системе (рис. 1) дифракционная задача состоит в определении электромагнитного поля, возникающего при возбуждении свободных колебаний в области $r < \rho < R$, $-L < z < L$, которая связана через щель с областью локализации диэлектрика $0 \leq \rho < r$. Предполагается, что поле монохроматическое и его зависимость от времени дается экспоненциальным множителем $\exp(-i\omega t)$, а от азимутальной координаты ϕ – синусоидальными множителями $\sin m\phi$ и $\cos m\phi$, которые далее будут опускаться.

Пространственные компоненты электромагнитных полей рассматриваемой цилиндрической системы могут быть выражены через две комплексные скалярные функции $u(\rho, z)$ и $\bar{u}(\rho, z)$ (продольные составляющие магнитного и электрического векторов Герца) [3, 5]:

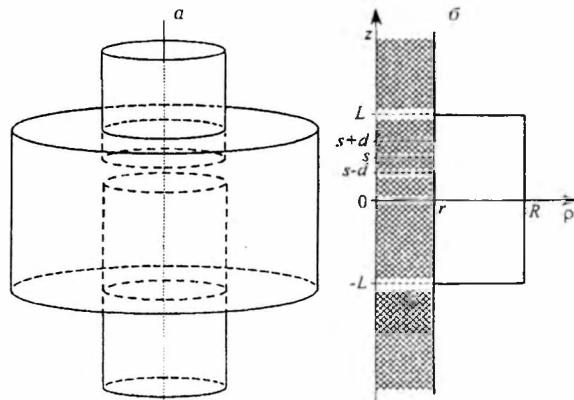


Рис. 1. Схематическое изображение коаксиального резонатора с цилиндрическим диэлектриком: а – общий вид, б – разрез по осям цилиндрической системы координат ρ и z ; r и R – радиусы стенок резонатора, $2L$ – его высота, $2d$ – ширина поперечной щели, s – ее смещение от середины резонатора

$$E_\rho(\rho, z) = -\frac{ikm}{\rho}u + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \rho \partial z};$$

$$H_\rho(\rho, z) = \frac{\partial^2 u}{\partial \rho \partial z} - \frac{ikm}{\rho}\epsilon(\rho)\bar{u}; \quad (1a)$$

$$E_\phi(\rho, z) = -ik\frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{m}{\rho}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z};$$

$$H_\phi(\rho, z) = -\frac{m}{\rho}\frac{\partial u}{\partial z} + ik\epsilon(\rho)\frac{\partial \bar{u}}{\partial \rho}; \quad (1b)$$

$$E_z(\rho, z) = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + k^2\epsilon(\rho)\bar{u}; \quad H_z(\rho, z) = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2\epsilon(\rho)u, \quad (1b)$$

где $k = \omega/c$ – комплексное волновое число, $\epsilon(\rho)$ представляет собой кусочно-постоянную функцию, которая в диэлектрике ($0 \leq \rho < r$) равна величине диэлектрической проницаемости диэлектрика ϵ , а вне его ($r < \rho < R$) – единице. Указанная пара функций определяет H - и E -поляризации электромагнитного поля, и каждая из них должна удовлетворять уравнению Гельмгольца [3, 5].

На поверхности проводника тангенциальные (касательные) компоненты электрического поля должны обращаться в нуль [3, 5], поэтому на плоских стенах резонатора

$$E_{\rho, \phi}(\rho, \pm L) = 0 \quad (r \leq \rho \leq R) \quad (2)$$

и на металлических цилиндрических поверхностях

$$E_{\varphi, z}(R, z) = 0 \quad (-L \leq z \leq L); \quad E_{\varphi, z}(r, z) = 0 \quad (|z - s| > d). \quad (3)$$

На щели ($\rho=r$; $|z-s| < d$), где металл отсутствует, должна иметь место непрерывность тангенциальных компонент электрического поля (16), (1в) по обе стороны цилиндрической поверхности $\rho=r$, поэтому с учетом (3) можно ввести новые функции, определяющие распределение полей H - и E -поляризаций на этой поверхности:

$$w(z) = irk^{-1}E_{\varphi}(r, z); \quad \bar{w}(z) = -ir^2m^{-1}E_z(r, z). \quad (4)$$

Если использовать представление функций $w(\rho, z)$ и $\bar{w}(\rho, z)$ в виде суперпозиции простых синусоидальных (по z) решений (мод) уравнения Гельмгольца в соответствующих областях без щели [5], то их амплитуды могут быть выражены через функции (4). Тем самым дифракционная задача сводится к нахождению последних. Они могут быть определены из условий непрерывности тангенциальных компонент магнитного поля $H_{\varphi, z}$ (16), (1в) на щели. Подставив туда разложения $w(\rho, z)$ и $\bar{w}(\rho, z)$ по простым модам областей по обе стороны щели, получим систему однородных интегральных уравнений Фредгольма первого рода, которым должны удовлетворять неизвестные полевые функции $w(z)$ и $\bar{w}(z)$.

Численное решение такой системы требует предварительного проведения ее дискретизации, для чего можно использовать проекционный метод Бубнова – Галеркина [6, 7]. Выбор базисных функций поля на щели является здесь одним из ключевых моментов. К сожалению, до сих пор не установлены однозначные критерии такого выбора. Проще всего представить неизвестные функции $w(z)$ и $\bar{w}(z)$ на щели $s-d \leq z \leq s+d$ в виде разложения по системе синусоидальных функций (мод щели):

$$w(z) = \sum_{n=1}^N w_n \sin \tau_n (s+d-z); \quad \bar{w}(z) = \sum_{n=1}^N \bar{w}_n \cos \tau_n (s+d-z), \quad (5)$$

где $\tau_n = \pi n / 2d$, N – конечное число учитываемых мод щели, w_n и \bar{w}_n – неизвестные коэффициенты разложения. Подобная система функций, как известно [6], обладает необходимым свойством полноты в исходном бесконечномерном функциональном пространстве, а также в его конечномерном подпространстве. При этом мы не накладываем дополнительных условий асимптотического приближения искомых решений к решениям Зоммерфельда [2, 3] вблизи краев щели, т. е. не требуем, чтобы $w(z)$ и $\bar{w}(z)$ вели себя как $(z-s \pm d)^{1/2}$ и $(z-s \pm d)^{-1/2}$ при $z \rightarrow s \mp d$. В таком случае пришлось бы вместо синусоидальных базисных функций использовать другие, более сложные функции, что неизбежно ставит нетривиальный вопрос о полноте новой системы.

Вместо этого накладываются более простые условия: на краях щели функции H -поляризации и производные по координате z от функций E -поляризации должны обращаться в нуль. Такое поведение данных функций существенно отличается от поведения решений Зоммерфельда тем, что не дает сингулярностей поля на краях проводящих поверхностей. В обоснование подобного расхождения можно привести следующие соображения.

Решение Зоммерфельда [2, 3] строилось для идеально проводящей полуплоскости бесконечно малой толщины. Однако реальные проводники всегда обладают конечной толщиной, хотя и малой по сравнению с длиной волны дифрагирующего электромагнитного излучения. Для нашего случая

щель с проводниками конечной толщины можно рассматривать в качестве кольцевого фрагмента радиального волновода, на стенках которого $z=s\pm d$ должны выполняться граничные условия, аналогичные условиям (2). Именно последним условиям и удовлетворяют функции (5) и соответствующие моды щели.

В результате система интегральных уравнений сводится к системе $2N$ линейных алгебраических уравнений, которую можно решить с помощью известного метода регуляризации Тихонова [8]. Условием разрешимости этой системы будет условие равенства нулю или, точнее, минимизации величины ее определителя. Именно это условие используется для вычисления комплексной величины волнового числа k . После нахождения последнего решение системы относительно неизвестных w_i и \bar{w}_i может проводиться стандартными методами [9], полагая одно из них заданным (скажем, считая $w_1=1$) и выражая через него остальные неизвестные.

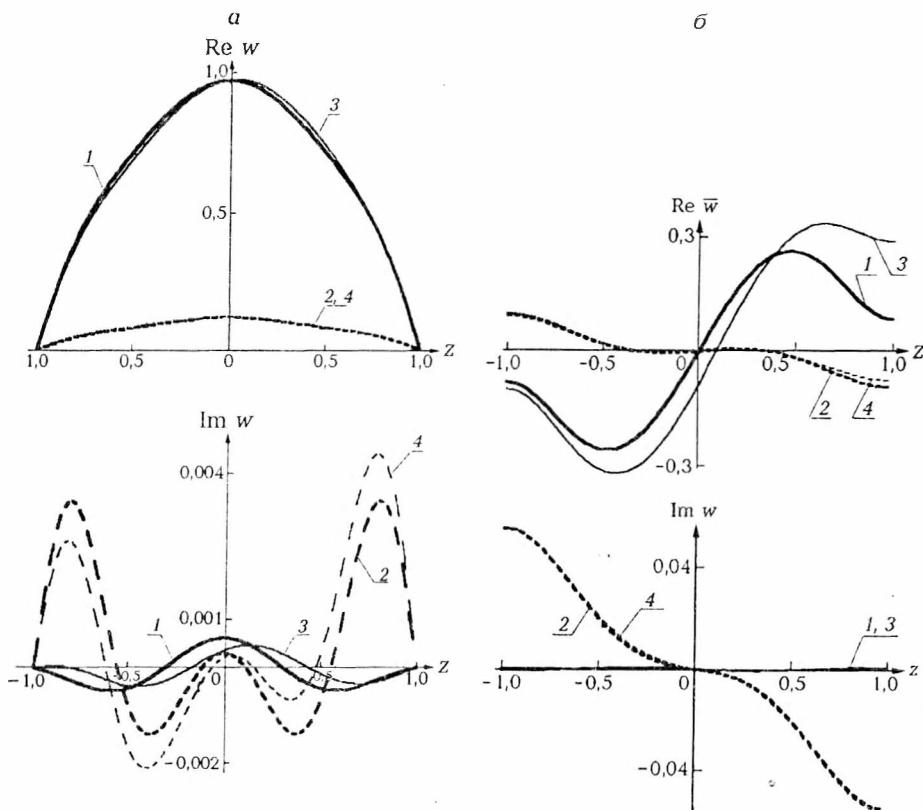


Рис. 2. Распределение вещественной и минимой части функции H -поля (а) и E -поля (б) по щели в пустом резонаторе (1, 3) и в резонаторе с диэлектриком (2, 4), когда смещение щели от середины резонатора составляет: $s=0$ (1, 2); $s=d$ (3, 4). Ширина щели $2d=2$ см

Описанная методика решения дифракционной задачи применялась к расчету электродинамических параметров коаксиального резонатора с радиусами $r=3$ см, $R=6,4$ см, высотой $2L=7,2$ см и шириной щели $2d=2$ см. Предполагалось, что возбуждение резонатора происходит на частоте, близкой частоте резонансных колебаний моды H_{301} резонатора без щели (3,6 ГГц). На рис. 2 приведены результаты решения уравнений для функций

поля на щели с диэлектриком ($\epsilon=11+i$) и без диэлектрика ($\epsilon=1$) в случаях симметричного положения щели и ее смещения от середины резонатора. Здесь учтено общее уменьшение амплитуды поля за счет внесения диэлектрика в резонатор, которое по оценке [10] должно определяться множителем $(\text{Im } k_0 / \text{Im } k)^{1/2}$, где k_0 – волновое число колебаний поля в резонаторе без диэлектрика. Из рис. 2 видно, что поведение полученных решений вблизи краев щели $z=\pm 1$ отличается от того, которое предсказывает решение Зоммерфельда [2, 3]. Особенно заметно это для функции \bar{w} E -поляризации.

Таким образом, наличие зоммерфельдовской асимптотики вблизи краев щели не является обязательным условием. Более того, с физической точки зрения здесь предпочтительной оказывается система синусоидальных базисных функций. Еще одним аргументом в пользу последних может служить то обстоятельство, что при наличии сингулярностей зоммерфельдовского типа у исходных функций $w(z)$ и $\bar{w}(z)$ (5) последующее вычисление полей по формулам (1) дает заметное отклонение от требуемых граничных условий (3) на проводящей поверхности $\rho=r$, особенно в случае смещения щели от середины резонатора.

1. Григорьев А.Д., Янкевич В.Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. М., 1984.
2. Хенл Х., Мауз А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М., 1964.
3. Вайштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М., 1966.
4. Белячиц А.Ч., Гарбузенко В.В., Курило Н.И. и др. // Международная научно-техническая конференция «Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов». Мн., 1998. С. 8.
5. Вайштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1988.
6. Михлин С.Г., Смолицкий Х.Г. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. М., 1965.
7. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев, 1986.
8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М., 1979.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы. М., 1978.
10. Кухарчик П.Д., Сердюк В.М., Титовицкий И.А. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 522.

Поступила в редакцию 21.11.2002.

Петр Дмитриевич Кухарчик – ректор Академии управления при Президенте Республики Беларусь, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики БГУ.

Владимир Михайлович Сердюк – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории радиоголографии НИИПФП им. А.Н. Севченко БГУ.

Юсиф Антонович Титовицкий – кандидат технических наук, заведующий лабораторией радиоголографии НИИПФП им. А.Н. Севченко БГУ.

УДК 621.372.413

С.Н. ДРОЗДОВ, П.Д. КУХАРЧИК, А.С. РУДНИЦКИЙ

СЕЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА ТЕТРАЭДРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

The normalized number of resonance oscillation are calculated with a partiale plane waves method and selective properties of the tetrahedral dielectric resonator are investigated.

В радиоэлектронике сверхвысокочастотного диапазона в качестве колебательных систем применяются объемные и открытые резонаторы. Локализации энергии в открытых резонаторах сопутствуют частичное излучение в