

УДК 539.184:621.373.8

*Г.Н. БОРЗДОВ, И.А. ТИМОЩЕНКО*

## **СИЛА СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА АТОМЫ В ВЕКТОРНЫХ КВАЗИБЕССЕЛЕВЫХ ПУЧКАХ**

The way of resonance gradient force calculation acting on atoms in vector light beams being the exact solution of the Maxwell's equations is presented. The numerical calculation of such a force in quasibessel light beams with different distribution intensity and polarization states are carried out. It was shown that these force fields can be used for coordinate selective atom beams cooling and guiding.

Со времени первого экспериментального изучения Эшкиным механического воздействия лазерного излучения на микроскопические частицы [1] было проведено множество теоретических и экспериментальных исследований воздействия силы светового давления лазерного излучения как на субмикронные диэлектрические и металлические частицы [2, 3], так и на нейтральные атомы [4, 5]. Теоретически наиболее полно разработаны вопросы по воздействию бегущей и стоячей плоских волн на двухуровневые и многоуровневые атомы [6], а также бесселевых световых пучков [7] и пучков Лагерра – Гаусса [8, 9] на двухуровневые атомы.

В зависимости от схемы взаимодействия атома и светового поля определяющими для расчета светового давления являются различные характеристики поля. Так, если считать атом двухуровневым,

то средняя, действующая на него сила определяется лишь распределением интенсивности и фазы светового поля. Если учитывать магнитную структуру атомных подуровней, то распределение поляризации светового поля также существенно [4–6].

В теоретических работах световые поля моделируются либо дискретным набором плоских волн  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \sum_n \mathbf{E}_n e^{i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega_n t)}$ , либо скалярными световыми пучками  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}U(\mathbf{r}, t)$ , где  $U(\mathbf{r}, t)$  – решение скалярного уравнения Гельмгольца. Для описания реального распределения поляризации светового пучка этого недостаточно.

В данной работе проводится расчет сил, действующих на (1+3)-уровневый атом со стороны векторных квазибесселевых световых пучков.

В [10, 11] предложен общий подход, позволяющий получать точные решения векторного уравнения Гельмгольца в свободном пространстве, причем такие векторные световые пучки имеют конечную энергию. Суть подхода заключается в том, что электромагнитное поле конструируется из однородных плоских волн (собственных волн), амплитуда  $u(b)$ , поляризация  $\mathbf{E}(b)$ , волновой вектор  $\mathbf{k}(b)$  и начальная фаза  $\mathbf{k}(b) \cdot \mathbf{r}_p(b)$  которых задаются в виде функций на некотором вещественном дифференциальном многообразии  $B$ . Тогда, например, электрическое поле вычисляется по формуле

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{2} \int_B u(b) \left( e^{i\Phi(\mathbf{r}, t, b)} \mathbf{E}(b) + e^{-i\Phi(\mathbf{r}, t, b)} \mathbf{E}^*(b) \right) dB, \quad (1)$$

где фаза  $\Phi(\mathbf{r}, t, b) = \mathbf{k}(b)(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(b)) - \omega t$ ,  $\omega = kc$ ,  $k$  – волновое число. В зависимости от выбора функций, задающих парциальные волны, можно получить световые поля с различными распределениями интенсивности, фазы и поляризации.

Для расчета средней силы светового давления воспользуемся подходом, основанным на вычислении матрицы плотности атома, взаимодействующего со световым полем. В рассматриваемой модели (1+3)-уровневого атома будем полагать, что основной уровень  $g$  является метастабильным и характеризуется моментом  $j=0$  и проекцией момента  $m=0$ , а возбужденные уровни  $e_0$  и  $e_{\pm}$  – моментом  $j=1$  и проекциями  $m=0, \pm 1$ . Возбужденные уровни  $e$  распадаются на основной уровень за счет электрических дипольных переходов. Используя представление электрического поля (1), на основании метода из [4, 6] в квазиклассическом приближении и приближении вращающейся волны можно получить следующие уравнения для матрицы плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , описывающей дипольное взаимодействие (1+3)-уровневого атома с полем векторного светового пучка:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{e_{\sigma_1} e_{\sigma_2}} &= i\Omega e^{-i\Delta t} \alpha^{\sigma_1}(\mathbf{r}) \rho_{g e_{\sigma_2}} - i\Omega e^{i\Delta t} \beta^{\sigma_1}(\mathbf{r}) \rho_{e_{\sigma_2} g} - 2\gamma \rho_{e_{\sigma_1} e_{\sigma_2}}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{g e_{\sigma_1}} &= i\Omega e^{i\Delta t} \sum_{\sigma_2} \beta^{\sigma_2}(\mathbf{r}) \rho_{e_{\sigma_2} e_{\sigma_1}} - i\Omega e^{-i\Delta t} \beta^{\sigma_1}(\mathbf{r}) \rho_{g g} - 2\gamma \rho_{g e_{\sigma_1}}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{g g} &= i\Omega e^{i\Delta t} \sum_{\sigma} \beta^{\sigma}(\mathbf{r}) \rho_{e_{\sigma} g} - i\Omega e^{-i\Delta t} \sum_{\sigma} \alpha^{\sigma}(\mathbf{r}) \rho_{g e_{\sigma}} + 2\gamma \sum_{\sigma} \rho_{e_{\sigma} e_{\sigma}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\sigma = 0, \pm 1$ ,

$$\begin{aligned} \rho_{g g} + \sum_{\sigma} \rho_{e_{\sigma} e_{\sigma}} &= 1, \quad \rho_{g e_{\sigma}} = \rho_{e_{\sigma} g}^*, \\ \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \end{aligned}$$

коэффициенты

$$\alpha^{\sigma}(\mathbf{r}) = \left( \beta^{\sigma}(\mathbf{r}) \right)^* = \int_B u(b) E^{\sigma}(b) e^{i\mathbf{k}(b)(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(b))} dB,$$

$\Delta = \omega - \omega_a$  – отстройка частоты излучения от частоты атомного перехода  $\omega_a$ . Частота Раби  $\Omega$  и вероятность спонтанного излучения  $2\gamma$  определяются соотношениями

$$\Omega = \frac{\|d\| E_0}{2\sqrt{3}\hbar}, \quad 2\gamma = \frac{4}{3} \frac{\|d\|^2 \omega_a^3}{\hbar c^3},$$

где  $\|d\|$  – редуцированный матричный элемент атомного дипольного момента.

Компоненты  $E^\sigma(b)$  взяты в циркулярном базисе  $\mathbf{e}_\sigma$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(b) &= \sum_{\sigma} E^\sigma(b) \mathbf{e}_\sigma = E^+(b) \mathbf{e}_+ + E^-(b) \mathbf{e}_- + E^0(b) \mathbf{e}_0, \\ \mathbf{e}_+ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y), \quad \mathbf{e}_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y), \quad \mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z, \\ E^+ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(E_x - iE_y), \quad E^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x + iE_y), \quad E^0 = E_z.\end{aligned}$$

Понятие радиационной силы имеет смысл при времени взаимодействия  $t \gg \gamma^{-1}$  и определяется стационарными значениями элементов матрицы плотности:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 2\Omega\hbar \operatorname{Re} \sum_{\sigma} \chi_{g\mathbf{e}_\sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \nabla \alpha^\sigma(\mathbf{r}),$$

где  $\chi_{g\mathbf{e}_\sigma}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \rho_{g\mathbf{e}_\sigma} e^{-i\Delta t}$ .

Бесселевы пучки характеризуются тем, что волновые векторы парциальных плоских волн расположены на конусе. Однако их энергия является бесконечной. Поэтому рассмотрим многообразие пучка  $B$ , представляющее собой часть единичной сферы, для которой  $b = \{\theta, \varphi\}$  и  $dB = \sin\theta d\varphi d\theta$ . Волновые векторы и начальные фазы зададим в виде

$$\mathbf{k}(\varphi, \theta) = k\mathbf{e}_r(\varphi, \theta) = k(\mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi) \sin\theta + \mathbf{e}_z \cos\theta,$$

$$r_p(\varphi, \theta) = -\frac{s\varphi}{k} \mathbf{e}_r(\varphi, \theta), \quad s = 0, \pm 1, \dots$$

В качестве поляризаций парциальных плоских волн  $\mathbf{E}(\varphi, \theta)$  можно выбрать векторы

$$\mathbf{e}_\theta(\varphi, \theta) = (\mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi) \cos\theta - \mathbf{e}_z \sin\theta,$$

либо

$$\mathbf{e}_\varphi(\varphi) = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi,$$

либо их комбинацию

$$\mathbf{e}_\theta(\varphi, \theta) + i\mathbf{e}_\varphi(\varphi).$$

Радиус-вектор  $\mathbf{r}$  удобно рассматривать в цилиндрических координатах  $(R, \psi, z)$ :

$$\mathbf{r} = R\mathbf{e}_R(\psi) + z\mathbf{e}_z.$$

Возьмем область интегрирования  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $|\theta - \theta_0| \leq \frac{\Delta\theta}{2}$  и  $|\pi - (\theta - \theta_0)| \leq \frac{\Delta\theta}{2}$ . В этом случае парциальные волны распространяются как вдоль положительного, так и отрицательного направления оси  $Oz$ . Проинтегрировав по азимутальному углу  $\varphi$ , получаем формулы для циркулярных компонент поля.

Меридиональный пучок  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_\theta(\varphi, \theta)$ :

$$\begin{aligned}E^+(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{2} \sqrt{2\pi} i^{s+1} e^{i(s-1)\psi} \int e^{ikz \cos\theta} J_{s-1}(kR \sin\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta, \\ E^-(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{2} \sqrt{2\pi} i^{s+1} e^{i(s+1)\psi} \int e^{ikz \cos\theta} J_{s+1}(kR \sin\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta, \\ E^0(\mathbf{r}) &= -E_0 \pi i^s e^{is\psi} \int e^{ikz \cos\theta} J_s(kR \sin\theta) \sin^2\theta d\theta.\end{aligned}\tag{3}$$

Азимутальный пучок  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_\varphi(\varphi)$ :

$$\begin{aligned}E^+(\mathbf{r}) &= -\frac{E_0}{2} \sqrt{2\pi} i^s e^{i(s-1)\psi} \int e^{ikz \cos\theta} J_{s+1}(kR \sin\theta) \sin\theta d\theta, \\ E^-(\mathbf{r}) &= \frac{E_0}{2} \sqrt{2\pi} i^s e^{i(s+1)\psi} \int e^{ikz \cos\theta} J_{s-1}(kR \sin\theta) \sin\theta d\theta, \\ E^0(\mathbf{r}) &= 0.\end{aligned}$$

Здесь  $J_s(x)$  – функция Бесселя первого рода порядка  $s$ . Из полученных соотношений видно, что каждая компонента поля задается функцией Бесселя различного порядка.

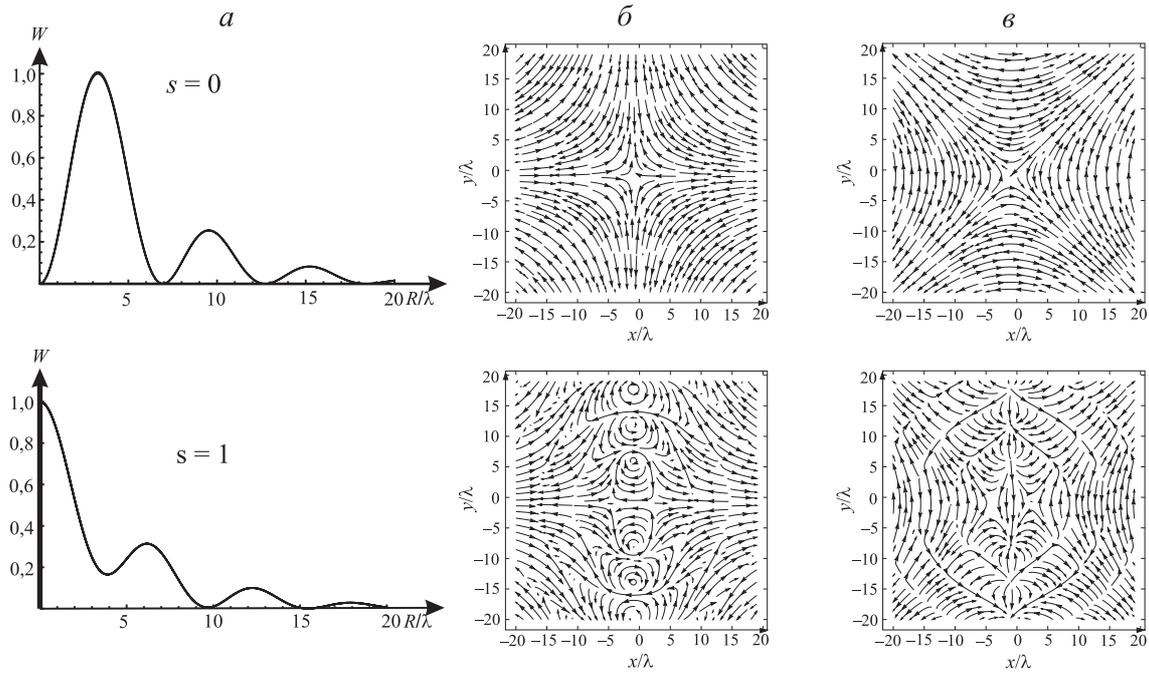


Рис. 1. Зависимость удельной плотности энергии поля  $W = \sum_{\sigma} |E^{\sigma}|^2$  от  $R\lambda - a$ ; векторные линии электрического поля светового пучка при  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_{\varphi}(\varphi) - \delta, z=0$ ; проекция векторных линий электрического поля светового пучка на плоскость  $xOy$  при  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_{\theta}(\varphi, \theta), z = \lambda/4 \cos \theta_0; \theta_0=5^{\circ}, \Delta\theta=2^{\circ} - в$

Расчеты показывают: компонента вектора Пойтинга вдоль оси  $Oz$  для таких полей равна нулю, что дает нам основание называть данное поле стоячей волной. На рис. 1 *a* представлена зависимость удельной плотности энергии электрического поля  $W = \sum_{\sigma} |E^{\sigma}|^2$  от  $R\lambda$ . В силу того, что интегрирование в формулах (3) ведется в окрестности малого угла  $\theta_0$ , величина продольной компоненты  $E^0(\mathbf{r})$  на порядок меньше поперечных компонент. Поэтому распределения плотности энергии для меридионального и радиального пучка практически совпадают. На рис. 1 *б, в* представлены векторные линии электрического поля азимутального и меридионального пучков соответственно.

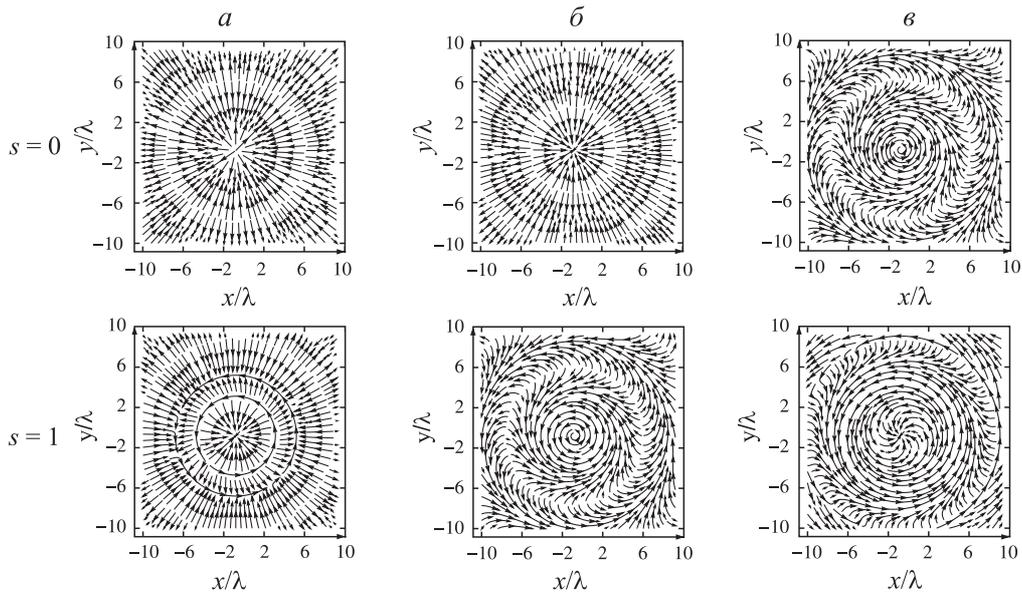


Рис. 2. Проекция векторных линий силового поля на плоскость  $xOy$ : *a* –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_{\varphi}(\varphi)$ ; *б* –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_{\theta}(\varphi, \theta)$ ; *в* –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = (\mathbf{e}_{\theta}(\varphi, \theta) + i\mathbf{e}_{\varphi}(\varphi))/\sqrt{2}$ ;  $kv_z/\gamma = 5, \Delta = -5\gamma, 2\Omega = \gamma$  (значения остальных параметров указаны в подписи к рис. 1)

Элементы матрицы плотности  $\chi_{ge_a}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  находили из системы уравнений (2) путем ее численного решения методом Рунге – Кутты восьмого порядка с относительной ошибкой  $10^{-5}$ . На рис. 2 показаны проекции векторных линий силового поля на плоскость  $xOy$  для различных типов пучков, а на рис. 3 представлена зависимость продольной компоненты силы  $f_z / \lambda k \gamma$  от радиальной координаты  $R/\lambda$ . Значение скорости выбрано таким, чтобы сила была максимальной. Величина продольной компоненты значительно выше поперечных компонент. Поэтому если запустить вдоль оси  $z$  атомный пучок, то основным воздействием светового поля окажется селективное по радиальной координате торможение атомов. При красной отстройке частоты лазерного излучения поперечные силы направляют атомы в область локальных максимумов электрического поля пучка. При синей отстройке, согласно расчетам, атомы будут выталкиваться из области наиболее сильного поля, что соответствует основным результатам для двухуровневого атома. Данный факт дает возможность осуществлять волноводное движение атомов в таких пучках. При этом в случае меридиональных полей при  $s=0$  и комбинированных полей при  $s=0,1$  возникает закручивание атомов вокруг оси  $z$ , что согласуется с [8, 9].

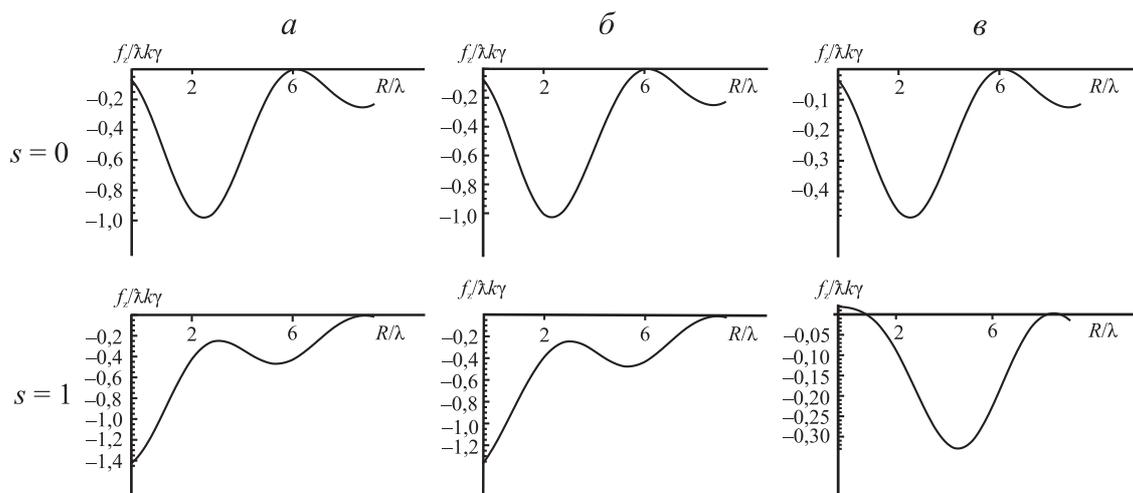


Рис. 3. Зависимость продольной компоненты силы  $f_z / \lambda k \gamma$  от  $R/\lambda$ : а –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_\varphi(\varphi)$ ; б –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = \mathbf{e}_\theta(\varphi, \theta)$ ; в –  $\mathbf{E}(\varphi, \theta) = (\mathbf{e}_\theta(\varphi, \theta) + i\mathbf{e}_\varphi(\varphi)) / \sqrt{2}$  (значения параметров указаны в подписях к рис. 1, 2)

Таким образом, в работе получена схема расчета сил, действующих на (1+3)-уровневый атом в векторных световых полях, которые удовлетворяют уравнениям Максвелла. Проведены расчеты указанных сил в квазибесселевых пучках с различными распределениями интенсивности и поляризации. Данные силовые поля можно использовать для селективного по координате охлаждения атомного пучка, а также осуществления волноводного движения атомов.

1. Ashkin A. // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 24. P. 156.
2. Arlt J. et al. // Opt. Comm. 2001. № 197. P. 239.
3. Cizmar T. et al. // New J. Phys. 2009. № 8. P. 43.
4. Миногин В.Г., Летохов В.С. Давления лазерного излучения на атомы. М., 1986.
5. Cohen-Tannoudji C.N. // Rev. Mod. Phys. 1998. Vol. 70. № 3. P. 707.
6. Chang S., Minogin V. // Phys. Rep. 2002. Vol. 365. P. 65.
7. Arlt J. et al. // Appl. Phys. B. 2000. № 71. P. 549.
8. Power W.L. et al. // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52. P. 479.
9. Carter A.R. et al. // Ibid. 2005. Vol. 72. P. 043407.
10. Borzdov G.N. // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. P. 4462.
11. Borzdov G.N. // Ibid. E. 2002. Vol. 65. P. 066612.

Поступила в редакцию 05.09.09.

**Георгий Николаевич Борздов** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики.  
**Игорь Андреевич Тимощенко** – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики.