18-01-00410).

Библиографические ссылки

1. *Марков А.А.* Несколько примеров решения особого рода задач о наибольших и наименьших величинах // Сообщ. Харьков. матем. общ. 1889. 2-я сер., том 1, выпуск 2. С. 250–276.
2. *Dubins L.E.* On curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal positions and tangents // American Journal of Mathematics. 1957. Vol. 79, No. 3. P. 497–516.
3. *Isaacs R.* Games of pursuit / Scientific report of the RAND Corporation, Santa Monica, 1951.
4. *Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А.* Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы // Известия РАН. ТиСУ. 2003. № 3. С. 8–16.
5. *Fedotov A., Patsko V., Turova V.* Reachable sets for simple models of car motion / Recent Advances in Mobile Robotics, edited by Andon Venelinov Topalov, Rijeka, Croatia: InTech, 2011. P. 147–172. URL: http://sector3.imm.uran.ru/Intech_paper_2011/Intech_paper.pdf.
6. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
7. *Ли Э.Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
8. *Choi H.* Time-Optimal Paths for a Dubins Car and Dubins Airplane with a Unidirectional Turning Constraint: Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy / University of Michigan, 2014. 134 p.

ОПТИМАЛЬНЫЕ И СУБОПТИМАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЕНСОРНОЙ КОНФИГУРАЦИИ И ОЦЕНКА ПОТОКОВ НА НЕНАБЛЮДАЕМОЙ ЧАСТИ СЕТИ

Л.А. Пилипчук, А.С. Пилипчук

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

pilipchuk@bsu.by, an.pilipchuk@gmail.com

Рассматривается задача моделирования процессов оценки потоков на ненаблюдаемой части транспортной сети. Данная проблема упоминается в литературе [1,2] как проблема расположения датчиков (Sensor Location Problem). Введем в рассмотрение конечный связный ориентированный граф $G = (I, U)$ с множеством узлов I и множеством дуг U. Множество дуг U определено на $I \times I$ ($|I| < \infty, |U| < \infty$). Предположим, что граф G является симметричным: это значит, что если существует дуга $(i,j) \in U$ в графе, то существует и дуга $(j,i) \in U$. Определим подмножество $I^* \subseteq I$, где $i \in I^*$– узлы с переменной интенсивностью x_i. Введем функцию потока на дугах графа: $x : U \to R$. Основой для моделирования процессов оценки потоков на ненаблюдаемой части графа является разреженная недоопределенная система линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{j \in I_i^+(U)} x_{i,j} - \sum_{j \in I_i^-(U)} x_{j,i} = \begin{cases} x_i, & i \in I^*, \\ 0, & i \in I \setminus I^*, \end{cases}$$

где $I_i^+(U) = \{j \in I : (i,j) \in U\}$, $I_i^-(U) = \{j \in I : (j,i) \in U\}$.

Задача нахождения *оптимального* расположения сенсоров в сети заключается в том, чтобы по данному графу G, описывающему транспортную сеть, и априорной информации: $x_{i,j} = f_{i,j}, j \in I_i^+(U)$, $x_{j,i} = f_{j,i}, j \in I_i^-(U)$, $i \in M$; $x_i = f_i$, $i \in M \bigcap I^*$ найти наименьшее число $|M|$ обозреваемых узлов и их конфигурации для размещения специальных программируемых устройств (сенсоров), гарантирующих полную наблюдаемость сети, $M \subseteq I$, где $f_{i,j}$, $f_{j,i}$, f_i – константы.

В [1] доказано, что задача идентификации минимального числа датчиков и их конфигураций является NP-полной. Стратегии полного перебора узлов графа с целью поиска наименьшего числа обозреваемых узлов и их конфигураций для исследуемого класса NP-полных задач SLP, которые бы гарантировали полную наблюдаемость сети, можно применять для относительно небольших сетей, поскольку идентификация *оптимальной* конфигурации расстановки сенсоров с использованием алгоритмов полного перебора вариантов

$$C_m^1 = m, C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2}, ..., C_m^k = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

потребует огромных вычислительных затрат даже для сетей относительно малой размерности. В [3] разработаны алгоритмы декомпозиции для определения численных значений дуговых потоков и переменных интенсивностей узлов *оптимального* решения задачи SLP. В [4] построено символьное решение задачи SLP относительно заданной опоры на основе конструктивной теории декомпозиции.

В моделях оптимизации [5] с неточными данными (получены непосредственно из измерений, подвержены ошибкам округления) некоторыми ограничениями можно пренебречь и/или включить дополнительные ограничения в модель. Этот подход к построению субоптимальных (k-оптимальных) решений кратчайших путей в динамическом программировании рассматривается в [6].

В работе обоснован интервал $[1, |I^*|]$ изменения количества $|M|$ обозреваемых узлов. Построены *субоптимальные (t–оптимальные)* решения задачи SLP установления полной наблюдаемости сети для заданного порога интенсивности t: $|x_i| \geq t, i \in I^*$.

Библиографические ссылки

1. *Bianco L., Confessore G., Gentili M.* A network based model for traffic sensor location with implication in O/D matrix estimates // Transportation Science. 2001. Vol. 35 (1). P. 50–60.
2. *Bianco L., Confessore G., Gentili M.* Combinatorial Aspects of the Sensor Location Problem // Annals of Operation Research. 2006. Vol. 144 (1). P. 201–234.
3. *Pilipchuk L.A.* Sparse Linear Systems and Their Applications. Minsk: BSU, 2013.
4. *Pilipchuk L.A., Malakhouskaya Y.V., Kincaid D.R., Lai M.* Algorithms of Solving Large Sparse Underdetermined Linear Systems with Embedded Network Structure. // East-West J. of Mathematics. 2002. Vol. 4, №. 2. P. 191–201.
5. *Фидлер М., Недома Й., Рамик Я., Рон И., Циммерманн К.* Задачи линейной оптимизации с неточными данными. М. – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2008.
6. *Романовский И.В.* Перебор субоптимальных решений в дискретных задачах оптимизации // Компьютерные инструменты в образовании. 2012. № 6. P. 25–34.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕПЯТСТВИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

И.Ю. Полехин

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук
ул. Губкина 8, 119991 Москва, Россия
ivanpolekhin@mi.ras.ru

В [1] было показано, что если конфигурационное пространство управляемой системы имеет достаточно сложную топологию, то система не может иметь глобально асимптотически устойчивого положения равновесия. Точнее, если конфигурационное пространство управляемой системы замкнуто (компактно и без края), а управление с обратной связью не зависит от времени и решения соответствующей системы существуют, единственны и непрерывно зависят от начальных данных, то у системы не может существовать глобально асимптотически устойчивого положения равновесия. Данный результат является прямым следствием того, что никакое замкнутое многообразие не