времени по ходу каждого конкретного процесса управления: $u^*(t) = u^0(t, x^*(t)) = u^0(t|\tau, x^*(\tau))$, $t \in [\tau, \tau + h[$, $\tau \in T_h$, где $x^*(t), t \in T$, – траектория системы $\dot{x}^*(t) \equiv Ax^*(t) + bu^0(t, x^*(t)) + w^*(t)$, $t \in T$; $x(0) = x_0$, описывающей поведение физического прототипа математической модели (1); $w^*(t), t \in T$, – реализующееся в процессе управления неизвестное ограниченное возмущение. Все полученные результаты подробно иллюстрируются на численных примерах.

Библиографические ссылки

1. *Фуллер А.Т.* Оптимизация релейных систем регулирования по различным критериям качества // Труды I Междунар. конгресса IFAC, 1961. С. 584–605.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления // М.: Наука, 1973.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С.* Построение программных и позиционных решений линейно-квадратичной задачи оптимального управления // ЖВМ и МФ. 2008. Т. 48. № 10. С. 1401–1432.
4. *Балашевич Н.В., Габасов Р.Ф., Кириллова Ф.М.* Алгоритмы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления с промежуточными фазовыми ограничениями // ЖВМ и МФ. 2001. Т. 41. № 10. С. 1485–1504.

МНОЖЕСТВО ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ МАШИНЫ ДУБИНСА С ОДНОСТОРОННИМ ПОВОРОТОМ

В.С. Пацко, А.А. Федотов

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН

Екатеринбург, Россия

patsko@imm.uran.ru, andreyfedotov@mail.ru

Исследуется трехмерное множество достижимости "в момент" для нелинейной управляемой системы [1–3], в которой динамика движения с постоянной по величине линейной скоростью и с оговоренным диапазоном возможных значений угловой скорости задается посредством нелинейной системы дифференциальных уравнений третьего порядка. Две фазовые переменные характеризуют геометрическое положение объекта на плоскости, третья переменная — угол направления вектора скорости. Скалярное управление определяет текущую угловую скорость вращения вектора линейной скорости. Допустимые значения управляющего параметра принадлежат замкнутому отрезку. Такую систему часто называют "машина Дубинса".

Динамика машины Дубинса используется для построения управления автономными колесными роботами, при расчете траекторий полета в системах управления гражданской авиации, а также в прикладных работах по прокладке траекторий беспилотных летательных аппаратов в горизонтальной плоскости.

Построение множества достижимости в момент, когда повороты возможны в обе стороны, рассматривалось в работах [4,5].

При исследовании границы трехмерного множества достижимости используем принцип максимума Понтрягина [6], который в общем случае является необходимым условием приведения системы на границу множества достижимости [7].

В данной работе изучается случай, когда поворот возможен только в одну сторону. Такой, казалось бы экзотический, случай рассматривается, например, в работе [8], посвященной исследованию и решению некоторых проблем аварийной посадки самолета при структурных повреждениях воздушного судна и при частичной потере управления.

Показано, что если ограничение на управление допускает движение по прямой, то в любую точку на границе множества достижимости ведет кусочно-постоянное управление, количество переключений которого не больше двух. Кроме того, двумерные сечения множества достижимости по угловой координате являются выпуклыми.

Если движение по прямой исключено в силу заданных ограничений на управление (в каждый текущий момент объект поворачивает с радиусом поворота в оговоренных пределах), то количество переключений кусочно-постоянного управления, ведущего на границу множества достижимости в момент, растет с увеличением момента времени, для которого строится множество достижимости. Приведена оценка сверху на число переключений.

Отдельно рассматривается случай, когда момент времени, для которого строится множество достижимости, не больше времени поворота на угол 2π с наименьшим возможным радиусом. Здесь любое кусочно-постоянное управление, ведущее на границу, имеет не более двух переключений и сечения множества достижимости по угловой координате являются строго выпуклыми.

В рассматриваемых случаях машины Дубинса с односторонним поворотом принцип максимума Понтрягина является не только необходимым, но и достаточным условием попадания на границу множества достижимости в момент.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект

18-01-00410).

Библиографические ссылки

1. *Марков А.А.* Несколько примеров решения особого рода задач о наибольших и наименьших величинах // Сообщ. Харьков. матем. общ. 1889. 2-я сер., том 1, выпуск 2. С. 250–276.
2. *Dubins L.E.* On curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal positions and tangents // American Journal of Mathematics. 1957. Vol. 79, No. 3. P. 497–516.
3. *Isaacs R.* Games of pursuit / Scientific report of the RAND Corporation, Santa Monica, 1951.
4. *Пацко В.С., Пятко С.Г., Федотов А.А.* Трехмерное множество достижимости нелинейной управляемой системы // Известия РАН. ТиСУ. 2003. № 3. С. 8–16.
5. *Fedotov A., Patsko V., Turova V.* Reachable sets for simple models of car motion / Recent Advances in Mobile Robotics, edited by Andon Venelinov Topalov, Rijeka, Croatia: InTech, 2011. P. 147–172. URL: http://sector3.imm.uran.ru/Intech_paper_2011/Intech_paper.pdf.
6. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
7. *Ли Э.Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 576 с.
8. *Choi H.* Time-Optimal Paths for a Dubins Car and Dubins Airplane with a Unidirectional Turning Constraint: Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy / University of Michigan, 2014. 134 p.

ОПТИМАЛЬНЫЕ И СУБОПТИМАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЕНСОРНОЙ КОНФИГУРАЦИИ И ОЦЕНКА ПОТОКОВ НА НЕНАБЛЮДАЕМОЙ ЧАСТИ СЕТИ

Л.А. Пилипчук, А.С. Пилипчук

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

pilipchuk@bsu.by, an.pilipchuk@gmail.com

Рассматривается задача моделирования процессов оценки потоков на ненаблюдаемой части транспортной сети. Данная проблема упоминается в литературе [1,2] как проблема расположения датчиков (Sensor Location Problem). Введем в рассмотрение конечный связный ориентированный граф $G = (I, U)$ с множеством узлов I и множеством дуг U. Множество дуг U определено на $I \times I$ $(|I| < \infty, |U| < \infty)$. Предположим, что граф G является симметричным: это значит, что если