

Библиографические ссылки

1. *Demyanov V.F.* Exhausters and convexifiers - New tools in nonsmooth analysis // *Quasidifferentiability and related topics* / Ed. by V. Demyanov and A. Rubinov. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2000. P. 87–137.
2. *Murzabekova G.Y.* Exhausters and implicit functions in nonsmooth systems // *Optimization*. 2010. 59 (1). P. 103–113.
3. *Abbasov M.E., Demyanov V.F.* Adjoint Coexhausters in Nonsmooth Analysis and Extremality Conditions // *Journal of Optimization Theory and Applications*. 2013. 156. P. 712–727.
4. *Gorokhovich V.V., Trafimovich M.A.* On methods for converting exhausters of positively homogeneous functions // *Optimization*. 2016. 65 (3). P. 589–608.

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЖИМОВ АВТОРОТАЦИИ В ЗАДАЧАХ О ДВИЖЕНИИ СИММЕТРИЧНОГО ОПЕРЕННОГО ТЕЛА

Ю.М. Окунев, О.Г. Привалова, В.А. Самсонов

НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия
{samson,privalova}@imec.msu.ru

Проводится сравнительный параметрический анализ областей устойчивости режимов авторотации, которые возникают в задачах о движении динамически симметричного оперенного тела в сопротивляющейся среде.

1. Постановка задачи. Рассматриваются три задачи. В одной из задач изучается поведение макета тела, установленного с помощью сферического шарнира в аэродинамической трубе, а в двух других исследуется свободное движение тела в воздухе под действием различных сил: постоянной силы тяги, направленной вдоль оси динамической симметрии тела; силы тяжести [1].

Модель тела в рассматриваемых задачах одинакова. Оперение тела состоит из четырех одинаковых лопастей симметрично расположенных на теле. Считается, что аэродинамическое воздействие [2] сосредоточено на лопастях, которые устанавливаются на одинаковый угол относительно плоскости, содержащей центры лопастей.

В силу симметрии рассматриваемых задач, в них существует тривиальное стационарное решение - режим авторотации. На стационарных режимах в исследуемых задачах относительные движения тела и среды совпадают.

2. Устойчивость режима авторотации. Исследуется устойчивость оси динамической симметрии тела относительно ее положения в режиме авторотации.

Малые колебания оси динамической симметрии тела относительно ее положения в режиме авторотации в изучаемых задачах описываются комплексными дифференциальными уравнениями разного (второго и третьего) порядка. Тем не менее за счет того, что форма тела и его относительные движения на стационарных режимах (режимах авторотации) в рассматриваемых задачах совпадают, коэффициенты уравнений будут иметь похожую структуру зависимости от параметров задачи, что позволяет провести сравнительный анализ областей устойчивости не только численно, но и аналитически. Для исследования устойчивости используются условия отрицательности действительных частей корней характеристического уравнения второй и третьей степени с комплексными коэффициентами [3].

Области устойчивости режимов авторотации строятся в полном пространстве параметров задачи о вращении тела в аэродинамической трубе таких, как смещение центра масс тела, отношение моментов инерции, величины установочного угла лопастей. Геометрическое представление областей устойчивости в пространстве указанных параметров наглядно демонстрирует влияние каждого из перечисленных параметров на устойчивость изучаемого режима, а также определяет расположение областей устойчивости трех режимов авторотации относительно друг друга.

Показывается как аналитически, так и численно, что при смещении центра масс тела вдоль оси динамической симметрии вперед по направлению его движения относительно плоскости, содержащей центры лопастей, а для тела в аэродинамической трубе, точка крепления лежит выше по течению потока, чем плоскость, содержащая центры лопастей, область устойчивости расширяется. При смещении центра масс в другом направлении, область устойчивости сужается.

Получено, что для тела, у которого концентрация массы относительно его “аэродинамического размера” и отношение массы воздуха в объеме тела к массе самого тела стремятся к нулю, области устойчивости режимов авторотации, возникающих в задачах о свободном движении тела, совпадают с областью устойчивости задачи о вращении тела в аэродинамической трубе.

Проведенный сравнительный аналитический и численный параметрический анализ областей устойчивости режимов авторотации, воз-

никающих в рассматриваемых задачах, может быть использован для перенесения результатов эксперимента в аэродинамической трубе на натурные испытания.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (Проект № 17-08-01366) и (Проект № 18-01-00538).

Библиографические ссылки

1. Привалова О.Г., Окунев Ю.М., Самсонов В.А. Устойчивость движения оперенного тела, авторотирующего в среде // Труды МФТИ. 2017. Т. 9. № 3. С. 51–56.
2. Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. Введение в задачу о движении тела в сопротивляющейся среде. М.: Изд-во МГУ, 1986. 86 с.
3. Чеботарев Н. Г., Мейман Н. Н. Проблема Рауса-Гурвица для полиномов и целых функций // Труды Мат. ин-та им. В.А. Стеклова. 1949. Т. 26. С. 1–132.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПО КВАДРАТИЧНОМУ КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА

Н.С. Павленок

Белорусский государственный университет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
paulianok@bsu.by

В настоящее время качественная теория (в отличие от конструктивной теории) линейно-квадратичных задач оптимального управления (ОУ) разработана достаточно полно. С конструктивной точки зрения линейно-квадратичные задачи ОУ заметно сложнее линейных. Их решения часто содержат (кроме релейных) особые участки и участки с режимами Фуллера [1], на которых происходят бесконечно частые переключения управляющих воздействий. Эффективных методов построения позиционных решений для подобных задач пока не создано.

Исследуется линейно-квадратичная задача ОУ:

$$\int_0^{t^*} \sum_{i=1}^k d_i x_i^2(t) dt \rightarrow \min, \dot{x} = Ax + bu, x(0) = x_0, |u(t)| \leq 1, t \in T, \quad (1)$$

где $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы управления в момент t ; $x_0 \in \mathbb{R}^n$ — заданное начальное состояние системы управления; $u = u(t)$ —