МЕТОД ОТЫСКАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФАЗОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Л.А. Климина, Б.Я. Локшин

НИИ механики МГУ, Мичуринский проспект 1, 119192 Москва, Россия
{klimina,blokshin}@imec.msu.ru

Рассматривается динамическая система с цилиндрической фазовой поверхностью, уравнения движения системы в безразмерных переменных имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \frac{\partial H}{\partial \omega}, \\ \dot{\omega} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} + a\left(Q(\varphi,\omega) - b\omega\right), \qquad H(\varphi,\omega) = \frac{\omega^2}{2} + u(\varphi). \end{cases} \tag{1}$$

Здесь точкой обозначена производная по безразмерному времени. Функция $u(\varphi)$ характеризует потенциальную энергию системы, функция $Q(\varphi,\omega)$ характеризует неконсервативные силы. Эти функции предполагаются 2π-периодическими и непрерывными по φ, а также непрерывными и липшицевыми по ω (при ω, ограниченных по модулю некоторой константой). Параметр a отвечает за неконсервативное воздействие, параметр b отвечает за коэффициент вязкого трения.

Предложен итерационный процесс для отыскания диапазона значений параметра b, при которых у системы существуют авторотационные режимы движения:

$$\begin{aligned} & y_0(\varphi;\omega_0) = \sqrt{2(h_0 - u(\varphi))}, \\ & b_0(\omega_0) = \frac{1}{2\pi\omega_0}\int_0^{2\pi} Q\left(\varphi, y_0(\varphi;\omega_0)\right)d\varphi, \\ & y_n(\varphi;\omega_0) = \operatorname{Re}\sqrt{2\left(h_0 - u(\varphi) + af(\varphi)\right)}, \quad n \geq 1, \\ & f(\varphi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi}\left(Q\left(\vartheta, y_{n-1}(\vartheta;\omega_0)\right) - b_{n-1}y_{n-1}(\vartheta;\omega_0)\right)d\vartheta, \\ & b_n(\omega_0) = \frac{\int_0^{2\pi} Q\left(\varphi, y_n(\varphi;\omega_0)\right)d\varphi}{\int_0^{2\pi} y_n(\varphi;\omega_0)d\varphi}. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $h_0 = 0.5\omega_0^2 - u(\varphi_0)$.

Если последовательность y_n сходится и ее предел $\tilde{y}(\varphi,\omega_0)$ является знакопостоянной функцией при всех φ, то $\tilde{y}(\varphi,\omega_0)$ представляет собой 2π-периодическое по φ решение системы (1), проходящее через точку (φ_0,ω_0), существующее при $b = \tilde{b}(\omega_0) = \lim\limits_{n\to\infty}(b_n(\omega_0))$.

Используя свойства поворота векторного поля, несложно получить достаточные условия орбитальной устойчивости такой траектории (аналогично [1, 2]). Если $d\tilde{b}(\omega_0)/d\omega_0 < 0$, то соответствующее периодическое решение $\tilde{y}(\varphi, \omega_0)$ является орбитально устойчивым. Если $d\tilde{b}(\omega_0)/d\omega_0 > 0$, то соответствующее периодическое решение $\tilde{y}(\varphi, \omega_0)$ неустойчиво.

По своей сущности метод является близким к методу [3]. Однако, для построения каждого приближения используется алгоритм формально совпадающий с [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Проекты №№ 17-08-01366, 18-01-00538).

Библиографические ссылки

1. *Климина Л.А., Локшин Б.Я.* Об одном конструктивном методе поиска ротационных и автоколебательных режимов в автономных динамических системах // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 1, С. 25–40.
2. *Klimina L.A.* Iterative method of construction of a bifurcation diagram of autorotation motions for a system with one degree of freedom // AIP Conference Proceedings. 2018. (in press)
3. *Самойлено А.М.* Численно-аналитический метод исследования периодических систем обыкновенных дифференциальных уравнений. I // Украинский математический журнал. 1965. Т. 17. № 4. С. 82–93.
4. *Понтрягин Л.С.* О динамических системах, близких к гамильтоновым // ЖЭТФ. 1934. Т. 4, № 9, С. 234–238.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ВЕТРОМОБИЛЯ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ЭФФЕКТ МАГНУСА

Л.А. Климина[1], О.Г. Привалова[1], Ю.Д. Селюцкий[1], М.В. Ишханян[2]

[1] НИИ механики МГУ, Мичуринский проспект 1, 119192 Москва, Россия
{klimina,privalova,seliutski}@imec.msu.ru

[2] Российский университет транспорта (МИИТ)
Образцова 9–9, 127994 Москва, Россия
m.ishkhanyan@miit-ief.ru

Разработка принципов движения транспортных средств против потока за счет энергии потока восходит к XV веку [1]. В [2] подробно описан механизм, обеспечивающий движение судов вверх по течению.