

# АЛЬТРУИСТИЧЕСКИЙ И АГРЕССИВНЫЙ ТИПЫ ПОВЕДЕНИЯ В ОДНОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ ДВУХ ЛИЦ

А.Ф. Клейменов

Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН  
С. Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия  
kleimenov@imm.uran.ru

**Введение.** Рассматривается неантагонистическая позиционная дифференциальная игра (НПДИ) двух лиц. Для построенной на ее основе игры с типами поведения (НПДИсТП) вводится понятие *BT*-решения. *BT*-решение иллюстрируется на примере игры с динамикой простого движения на плоскости и фазовыми ограничениями.

**1. Постановка.** Динамика игры описывается уравнением

$$\dot{x} = f(t, x, u, v), \quad t \in [t_0, \vartheta], \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in P \in \text{comp}(\mathbb{R}^p)$ ,  $v \in Q \in \text{comp}(\mathbb{R}^q)$ ;  $\vartheta$  – заданный момент окончания игры. Функция  $f$  непрерывна, липшицева по  $x$ , удовлетворяет условию подлинейного роста по  $x$ , а также условию седловой точки в маленькой игре [1].

Игрок 1 и игрок 2 распоряжаются выбором управлений  $u$  и  $v$ , соответственно. Функционал выигрыша игрока  $i$  имеет вид  $I_i = \sigma_i(x(\vartheta))$ , где  $\sigma_i$  – непрерывная функция.

Формализация позиционных стратегий  $U$  и  $V$ , а также порождаемых ими аппроксимационных и предельных движений, аналогична формализации, введенной в [1], за исключением некоторых технических деталей [2].

Таким образом, задана игра НПДИ. В [2] приведены определения *NE*-решения (нэшевского равновесия) и  $P(NE)$ -решения (нэшевского равновесия, неуплощаемого по Парето) этой игры.

Будем теперь полагать, что оба игрока, помимо обычного, нормального (*nor*), типа поведения, ориентированного на максимизацию своего собственного функционала, могут использовать другие типы поведения. В частности, это – альтруистический (*alt*), агрессивный (*agg*) и парадоксальный (*par*) типы [3], [4]. Полагаем также, что по ходу игры игроки могут осуществлять переключения своего типа поведения с одного на другой. Считаем, что каждый игрок одновременно с выбором позиционной стратегии выбирает также индикаторную функцию

$\alpha_i(\cdot)$ , определенную на отрезке  $[t_0, \vartheta]$  и принимающую значения в множестве  $\{nor, alt, agg, par\}$ . Индикаторная функция игрока показывает динамику изменения типа поведения, которого придерживается этот игрок. Таким образом, приходим к игре НПДИсТП (см. [3], [4]).

**2. VT-решение.** В [4] предложены Правила 1 и 2 формирования управлений игроков в игре НПДИсТП, а также дано следующее определение понятия VT-решения.

**Определение 1.** Пара  $\{(U^0, \alpha_1^0(\cdot)), (V^0, \alpha_2^0(\cdot))\}$ , согласованная с Правилем 1, образует VT-решение игры НПДИсТП, если найдется порожденная парой траектория  $x^{BT}(\cdot)$  и найдется  $P(NE)$ -решение в соответствующей игре НПДИ, порождающее траекторию  $x^P(\cdot)$ , такие, что выполнены неравенства

$$\sigma_i(x^{BT}(\vartheta)) \geq \sigma_i(x^P(\vartheta)), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

причем по крайней мере одно из неравенств строгое.

Из определения следует, что на VT-решениях использование игроками типов поведения, отличных от нормального, приводит к исходам, более предпочтительным для них, чем в игре только с нормальным типом поведения.

**3. Пример.** На примере игры с динамикой простого движения на плоскости и фазовыми ограничениями иллюстрируется процедура построения VT-решений при использовании игроками альтруистического и агрессивного типов поведения.

### Библиографические ссылки

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Клейменов А.Ф. Неантагонистические позиционные дифференциальные игры. Екатеринбург: Наука, 1993.
3. Клейменов А.Ф. Альтруистическое поведение в неантагонистической позиционной дифференциальной игре // Математическая теория игр и ее приложения. 2015. Т. 7. Вып. 4. С. 40-55.
4. Клейменов А.Ф. Применение альтруистического и агрессивного типов поведения в неантагонистической позиционной дифференциальной игре двух лиц на плоскости // Труды ИМиМ УрО РАН. 2017. Т. 23. № 4. С.181-191.