

ДИНАМИКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАПИТАЛА ПО ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ УРОВНЯМ

А.Н. Кириллов, А.М. Сазонов

Институт прикладных математических исследований Карельского научного
центра РАН, Пушкинская 11, 185910 Петрозаводск, РФ
krllv1812@yandex.ru, sazonov@cs.karelia.ru

Введение. В 1939 году Й. Шумпетер предложил концепцию эндогенного экономического роста, в основе которого лежат два процесса: создание новых технологий – инновации и их заимствование – имитации. Математическая формализация теории эндогенного экономического роста была предложена в работах В. М. Полтеровича, Г. М. Хенкина, А. А. Шананина [1], [2]. В представленной работе авторы, развивая подход Полтеровича – Хенкина, строят математические модели шумпетеровской динамики, в которых учитывается ограниченность возможностей роста на основе введенного понятия емкости экономической ниши. Под емкостью экономической ниши понимается некоторая предельная величина суммарного капитала, при которой скорость роста снижена настолько, что увеличение капитала не происходит. Также предлагается подход к моделированию процесса создания новых технологий, основанный на динамической системе с переменной размерностью. Найдены равновесия построенных динамических моделей и доказана их устойчивость в целом.

1. Математические модели динамики капитала с различными ЕЭН для каждого уровня. Пусть C_i – суммарный капитал отрасли на уровне i (одно и то же предприятие может иметь капитал на различных уровнях), V_i – емкость экономической ниши на уровне i , φ_i – доля средств, которую предприятия на уровне i тратят на развитие производства на уровне $i+1$, λ_i – удельная себестоимость товара на уровне i (стоимость производства единицы товара в единицу времени), $i = 1, \dots, N$.

Введем понятие интеллектуального капитала: вложения предприятий на уровне N в научные исследования и их внедрение в производство. Пусть ν – интенсивность научных исследований. Обозначим: ψ – доля вложений на научные разработки, остальные средства накапливаются для открытия нового уровня $N + 1$. Получаем систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{C}_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1 (V_1 - C_1) \\ \dot{C}_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i} C_i (V_i - C_i) + \varphi_{i-1} C_{i-1}, i = 2, \dots, N \\ \dot{I} = -\nu I + \psi \varphi_N C_N \end{cases}$$

Найдены положения равновесия: $(0, \dots, 0)$, $(0, \dots, 0, V_{N-1}, C_N^*, I^*)$, $(0, \dots, 0, V_{N-2}, C_{N-1}^*, C_N^*, I^*)$, ..., $(V_1, C_2^*, \dots, C_N^*, I^*)$ где $C_i^* = \frac{V_i + \sqrt{V_i^2 + \frac{4\varphi_{i-1}}{a_i} V_{i-1}}}{2}$, $a_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i}$, $I^* = \frac{\psi \varphi_N}{\nu} C_N^*$, $i = 2, \dots, N$.

Теорема 1. *Положение равновесия $(V_1, C_2^*, \dots, C_N^*, I^*)$, $i = 2, \dots, N$, устойчиво в целом.*

Доказательство основано на построении последовательности вложенных инвариантных множеств, стягивающихся к равновесию.

Появление нового уровня происходит при достижении интеллектуального капитала I порогового значения I^* . Выбор в качестве порога I^* мотивирован устойчивостью в целом положения равновесия $(V_1, C_2^*, \dots, C_N^*, I^*)$. Начальный объем капитала на новом уровне $N+1$: $C_{N+1} = (1 - \psi) \varphi_N C_N^*$.

2. Математические модели динамики капитала с общей ЕЭН для всех уровней. Теперь рассматриваем случай общей емкости экономической ниши V для всех технологических уровней.

$$\begin{cases} \dot{C}_1 = \frac{1-\varphi_1}{\lambda_1} C_1 (V - C_1 - \dots - C_N) = f_1(C_1, \dots, C_N) \\ \dot{C}_i = \frac{1-\varphi_i}{\lambda_i} C_i (V - C_1 - \dots - C_N) + \varphi_{i-1} C_{i-1} = f_i(C_1, \dots, C_N), i = 2, \dots, N. \end{cases}$$

Найдены положения равновесия: $(0, \dots, 0)$, $P = (0, \dots, 0, V)$. Заметим, что матрица $\{\frac{\partial f_i}{\partial C_j}\}$ в точке P имеет нулевые и отрицательные собственные числа. Для $N = 2, 3$ доказана устойчивость в целом равновесия P .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-01-00249).

Библиографические ссылки

1. Полтерович В.М., Хенкин Г.М. Полтерович В. М., Хенкин Г. М. Эволюционная модель взаимодействия процессов создания и заимствования технологий // Экономика и математические методы. 1988. № 24. С. 1071–1083.
2. Хенкин Г.М., Шананин А.А. Математическое моделирование шумпетеровской инновационной динамики // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 8. С. 3–19.