дифференциальное уравнение

$$x^{(n)}+\sum_{i=1}^{k-1}a_ix^{(n-i)}+f_kx^{(n-k)}+\sum_{i=k+1}^{k-1}a_ix^{(n-i)}+a_nx=0,\ x\in\mathbb{R}, \quad (3)$$

где функция $f_k=f_k(x,\dot{x},...,x^{(n-1)})$ непрерывна и обеспечивает единственность решений уравнения (3) для всех $(x,\dot{x},...,x^{(n-1)})\in\mathbb{R}^n$.

Будем говорить, что имеет место *обобщенная проблема Айзермана* для коэффициента a_k, если нулевое решение нелинейного уравнения (3) глобально асимптотически устойчиво для любой функции f_k, удовлетворяющей обобщенному условию Рауса-Гурвица

$$\alpha<f_k(x,\dot{x},...,x^{(n-1)})<\beta\ \ \forall(x,\dot{x},...,x^{(n-1)})\in\mathbb{R}^n.$$

Доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Обобщенная проблема Айзермана имеет положительное решение для действительной части каждого корня характеристического уравнения* (2).

Библиографические ссылки

1. *Айзерман М.А.* Об одной проблеме, касающейся устойчивости в большом динамических систем // УМН. 1949. Т. 4. № 4. С. 187–188.
2. *Красовский Н.Н.* Теоремы об устойчивости движения, определяемого системой двух уравнений // ПММ. 1952. Т. 16. Вып. 5. С. 546–554.
3. *Плисс В.А.* Некоторые проблемы теории устойчивости движения в целом. Изд-во ЛГУ, 1958.
4. *Барбашин Е.А.* Функции Ляпунова М.: Наука, 1970.

НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДРОБНЫМИ БРОУНОВСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ

И. В. Качан, М. М. Васьковский

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

ilyakachan@gmail.com, vaskovskii@bsu.by

На заданном вероятностном пространстве $(\Omega,\mathcal{F},P)$ рассмотрим стохастическое дифференциальное уравнение

$$dX_t=f(X_t)dB_t,\ t\in[0,T], \quad (1)$$

с начальным условием

$$X_0 = \xi, \tag{2}$$

где $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times(d+1)}$ – функция, имеющая ограниченные частные производные до третьего порядка включительно, $B_t = (B_t^{(0)}, \dots, B_t^{(d)})^T$, $B_t^{(0)} = t$, $B_t^{(i)}$, $i = 1, \dots, d$, – независимые одномерные дробные броуновские движения с индексами Харста $H_i \in (1/3, 1)$, ξ – случайная величина со значениями в $\mathbb{R}^n$. Пусть $H = \min\{H_i : i = 1, \dots, d\}$.

Под решением уравнения (1) с начальным условием $X_0 = \xi$ будем понимать процесс X_t, $t \in [0, T]$, имеющий почти наверное (п.н.) непрерывные по Гельдеру траектории любого порядка $\alpha < H$ и удовлетворяющий п.н. интегральному уравнению

$$X_t = \xi + \int_0^t f(X_s) dB_s,\ t \in [0, T], \tag{3}$$

где интеграл в правой части соотношения (3) понимается в потраекторном смысле [1, Глава 4]. Решение X_t уравнения (1) с начальным условием (2) называется единственным, если для любого другого решения Y_t уравнения (1) с начальным условием (2) имеет место равенство $P(X_t = Y_t\ \forall t \in [0, T]) = 1$.

При сделанных предположениях относительно функции f и процесса B_t уравнение (1) с начальным условием (2) имеет единственное решение, которое будем обозначать X_t [1, Глава 8]. Единственное решение уравнения (1) с возмущенным начальным условием $X_0 = \tilde{\xi}$ обозначим через $\tilde{X}_t$, где $\tilde{\xi}$ – случайная величина со значениями в $\mathbb{R}^n$.

Теорема. *Существует постоянная C, не зависящая от ξ, $\tilde{\xi}$, такая, что справедливо неравенство*

$$\mathbb{E}(\ln \|\tilde{X} - X\|_H) \le C + \ln \mathbb{E}(|\tilde{\xi} - \xi|),$$

где

$$\|\tilde{X} - X\|_H = \sup_{s,t\in[0,T], s\neq t} \frac{|\tilde{X}_t - \tilde{X}_s - X_t + X_s|}{|t-s|^H}.$$

Библиографические ссылки

1. *Friz P., Hairer M.* A Course on Rough Paths with an introduction to regularity structures. Springer, 2014.