Первой из них является вырожденная задача:

$$\dot{y} = A_0(t)y + B_0(t)u, y(t_*) = y_*, H_1 y(t^*) = g_1,$$

$$J_1(u) = \frac{1}{2}\int_{t_*}^{t^*} (y'M(t)y + u'P(t)u)dt \to \min,$$

где $A_0(t) = A_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)A_3(t)$, $B_0(t) = B_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)B_2(t)$.

Вторая базовая задача имеет вид

$$\frac{dz}{ds} = A_4(t^*)z + B_2(t^*)u,$$

$$H_2 z(0) = H_2 A_4^{-1}(t^*)(A_3(t^*)y^0(t^*) + B_2(t^*)u^0(t^*)) + g_2,$$

$$z(-\infty) = 0, J_2(u) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} u'(s)P(t^*)u(s)ds \to \min,$$

где $u^0(t), y^0(t), t \in [t_*, t^*]$, – соответственно оптимальное управление и оптимальная траектория в вырожденной задаче.

Предположение 3. Динамические системы в базовых задачах являются вполне управляемыми.

При сделанных предположениях разработан алгоритм, позволяющий для заданного числа N построить асимптотически субоптимальное управление N-го порядка в рассмотренной задаче. Наряду с асимптотическими приближениями к программному оптимальному управлению построена асимптотически субоптимальная обратная связь нулевого порядка, которая линейна по медленным переменным и не зависит от текущей позиции вектора быстрых переменных.

О РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМЫ АЙЗЕРМАНА

Б.С. Калитин

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

kalitine@yandex.by

Введение. Проблема М.А. Айзермана для задачи об устойчивости в целом [1], сформулированная для системы n дифференциальных уравнений, привлекла внимание многочисленных исследователей динамических систем. Н.Н. Красовский [2] построил пример и показал, что, если для линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка вместо постоянного коэффициента при фазовой переменной поставить нелинейную функцию, то для такой теперь уже нелинейной системы задача Айзермана может не иметь положительного решения. В.А. Плисс [3] показал на конкретном примере, что даже сужение интервала изменения для нелинейности поставленная задача может не иметь положительного решения.

В дальнейших исследованиях (см., например, [4]) Н.Н. Красовским приведен подробный анализ проблемы для двумерных систем дифференциальных уравнений, где, в частности, подчеркнуто, что наряду с выполнением обобщенного условия Рауса-Гурвица для нелинейности $f(x)$ необходимо требовать расходимость интеграла $\int\limits_0^x f(x)dx$ при $|x| \to \infty$.

С точки зрения решения проблемы Айзермана общий вывод этих исследований неутешительный. Практически всегда к требованию обобщенных условий Рауса-Гурвица необходимо выполнение некоторых дополнительных условий. Чаще всего это условие расходимости интеграла от нелинейности.

Скалярное дифференциальное уравнение. В предлагаемом сообщении рассмотрена проблема Айзермана для скалярного дифференциального уравнения

$$x^{(n)} + \sum_{i=1}^{k-1} a_i x^{(n-i)} + a_k x^{(n-k)} + \sum_{i=k+1}^{k-1} a_i x^{(n-i)} + a_n x = 0, \ x \in \mathbb{R}, \qquad (1)$$

где a_j, $\overline{1,n}$, – постоянные коэффициенты, а $x^{(k)}$ – k-я производная переменной x по времени t. Как известно, характеристическое уравнение для уравнения (1) имеет вид:

$$\lambda^n + \sum_{i=1}^{k-1} a_i \lambda^{n-i} + a_k x^{(n-k)} + \sum_{i=k+1}^{n-1} a_i \lambda^{n-i} + a_n = 0. \qquad (2)$$

Пусть все корни уравнения (2) имеют отрицательные действительные части, т. е. нулевое решение $x = \dot{x} = \ddot{x} = ... = x^{(n-1)} = 0$ уравнения (1) асимптотически устойчиво. Пусть, кроме того, такое условие выполняется для коэффициента a_k, удовлетворяющего неравенству $\alpha < a_k < \beta$. Рассмотрим соответствующее нелинейное скалярное дифференциальное уравнение

$$x^{(n)} + \sum_{i=1}^{k-1} a_i x^{(n-i)} + f_k x^{(n-k)} + \sum_{i=k+1}^{k-1} a_i x^{(n-i)} + a_n x = 0,\ x \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

где функция $f_k = f_k(x, \dot{x}, ..., x^{(n-1)})$ непрерывна и обеспечивает единственность решений уравнения (3) для всех $(x, \dot{x}, ..., x^{(n-1)}) \in \mathbb{R}^n$.

Будем говорить, что имеет место *обобщенная проблема Айзермана* для коэффициента a_k, если нулевое решение нелинейного уравнения (3) глобально асимптотически устойчиво для любой функции f_k, удовлетворяющей обобщенному условию Рауса-Гурвица

$$\alpha < f_k(x, \dot{x}, ..., x^{(n-1)}) < \beta \ \ \forall (x, \dot{x}, ..., x^{(n-1)}) \in \mathbb{R}^n.$$

Доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Обобщенная проблема Айзермана имеет положительное решение для действительной части каждого корня характеристического уравнения* (2).

Библиографические ссылки

1. *Айзерман М.А.* Об одной проблеме, касающейся устойчивости в большом динамических систем // УМН. 1949. Т. 4. № 4. С. 187–188.
2. *Красовский Н.Н.* Теоремы об устойчивости движения, определяемого системой двух уравнений // ПММ. 1952. Т. 16. Вып. 5. С. 546–554.
3. *Плисс В.А.* Некоторые проблемы теории устойчивости движения в целом. Изд-во ЛГУ, 1958.
4. *Барбашин Е.А.* Функции Ляпунова М.: Наука, 1970.

НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДРОБНЫМИ БРОУНОВСКИМИ ДВИЖЕНИЯМИ

И. В. Качан, М. М. Васьковский

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

ilyakachan@gmail.com, vaskovskii@bsu.by

На заданном вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ рассмотрим стохастическое дифференциальное уравнение

$$dX_t = f(X_t) dB_t,\ t \in [0, T], \quad (1)$$