

Рассмотрим функцию $\psi(\tau, z) = \Phi'(t_N, \tau)z$, удовлетворяющую уравнению $\psi(\tau-h, z) = A'(\tau)\psi(\tau, z)$, $\tau = t_N-h, t_N-2h, \dots, t_0$, $\psi(t_{N-1}, z) = z$. Тогда необходимые условия оптимальности, полученные в теореме 2, можно записать в следующем виде:

$$C(B(\tau, u^*(\tau), q), \psi(\tau, y^*)) = \min_{v \in V(\tau)} C(B(\tau, v, q), \psi(\tau, y^*)), \tau \in T_{N-1},$$

$$\sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(B(\tau, u^*(\tau), q^*), \psi(\tau, y^*)) = \min_{q \in Q} \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(B(\tau, u^*(\tau), q), \psi(\tau, y^*)).$$

Используя эти соотношения, можно разработать алгоритм построения оптимального управления и оптимального значения параметра в рассмотренной задаче.

Библиографические ссылки

1. *Otakulov S.* On the minimization problem of reachable set estimation of control system // IFAC Workshop on Generalized Solutions in Control Problems (GSCP–2004). Pereslavl-Zalessky, Russia. 2004. P. 212–217.
2. *Отакулов С., Собирова Г.Д.* Об одной задаче управления ансамблем траекторий дифференциального включения // Труды международной конференции «Устойчивость и процессы управления». Россия, Санкт-Петербург. 2005. Т. 2. С. 907–916.
3. *Отакулов С., Собирова Г.Д.* Условия оптимальности в задаче управления ансамблем траекторий дифференциального включения // Узб. мат. журн. 2008. № 2. С.81–89.
4. *Мордухович Б.Ш.* Методы аппроксимаций в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1988. 360 с.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ПРАВЫЙ КОНЕЦ ТРАЕКТОРИЙ

А.И. Калинин, Л.И. Лавринович

Белорусский государственный университет
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
{kalininai, lavrinovich}@bsu.by

Настоящий доклад посвящен построению асимптотических приближений к решению сингулярно возмущенной задачи оптимального управления с подвижным правым концом траекторий:

$$\dot{y} = A_1(t)y + A_2(t)z + B_1(t)u, y(t_*) = y_*, \quad (1)$$

$$\mu \dot{z} = A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u, z(t_*) = z_*, \quad (2)$$

$$H_1 y(t^*) = g_1, H_2 z(t^*) = g_2, \quad (3)$$

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_*}^{t^*} (y' M(t) y + \mu z' L(t) z + u' P(t) u) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где μ – малый положительный параметр, t_*, t^* – заданные моменты времени ($t_* < t^*$), y – n -вектор медленных переменных, z – m -вектор быстрых переменных, u – r -вектор управления, g_1, g_2 – векторы размерностей n_1, m_1 соответственно ($n_1 \leq n, m_1 \leq m$), H_1 и H_2 – матрицы полного ранга, $M(t)$ – неотрицательно определенная, а $P(t)$ – положительно определенная симметрические матрицы для всех $t \in [t_*, t^*]$.

Предположение 1. Действительные части всех собственных значений матрицы $A_4(t)$, $t \in [t_*, t^*]$, отрицательны.

Предположение 2. Элементы всех матриц, формирующих задачу, бесконечно дифференцируемы.

Определение 1. Управление $u^{(N)}(t, \mu)$, $t \in [t_*, t^*]$, с кусочно-непрерывными компонентами назовем (программным) асимптотически субоптимальным управлением N -го порядка ($N = 0, 1, 2, \dots$), если оно отклоняется по критерию качества (4) от оптимального управления на величину $O(\mu^{N+1})$, а порожденная им траектория $y(t, \mu), z(t, \mu)$, $t \in [t_*, t^*]$, системы (1)-(2) удовлетворяет терминальным ограничениям (3) с точностью того же порядка малости.

Определение 2. Вектор-функцию $u^{(N)}(y, z, t, \mu)$ назовем асимптотически субоптимальной обратной связью N -го порядка, если для любого начального состояния (y_*, z_*, t_*) , ($t_* < t^*$), имеет место $u^{(N)}(y_*, z_*, t_*, \mu) = u^{(N)}(t_*, \mu)$, где $u^{(N)}(t, \mu)$, $t \in [t_*, t^*]$, – асимптотически субоптимальное управление N -го порядка в задаче (1)–(4).

Целью исследования рассмотренной задачи является построение асимптотических приближений к ее решению в виде программы и обратной связи. Суть применяемого подхода состоит в асимптотическом разложении по целым степеням малого параметра множителей Лагранжа – конечномерных элементов, соответствующих в силу принципа максимума оптимальному управлению. Старшие коэффициенты этих разложений могут быть найдены в результате решения двух базовых невозмущенных задач оптимального управления с n и m фазовыми переменными соответственно.

Первой из них является вырожденная задача:

$$\dot{y} = A_0(t)y + B_0(t)u, y(t_*) = y_*, H_1 y(t^*) = g_1,$$

$$J_1(u) = \frac{1}{2} \int_{t_*}^{t^*} (y' M(t) y + u' P(t) u) dt \rightarrow \min,$$

где $A_0(t) = A_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)A_3(t)$, $B_0(t) = B_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)B_2(t)$.

Вторая базовая задача имеет вид

$$\frac{dz}{ds} = A_4(t^*)z + B_2(t^*)u,$$

$$H_2 z(0) = H_2 A_4^{-1}(t^*)(A_3(t^*)y^0(t^*) + B_2(t^*)u^0(t^*)) + g_2,$$

$$z(-\infty) = 0, J_2(u) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 u'(s)P(t^*)u(s)ds \rightarrow \min,$$

где $u^0(t), y^0(t), t \in [t_*, t^*]$, – соответственно оптимальное управление и оптимальная траектория в вырожденной задаче.

Предположение 3. Динамические системы в базовых задачах являются вполне управляемыми.

При сделанных предположениях разработан алгоритм, позволяющий для заданного числа N построить асимптотически субоптимальное управление N -го порядка в рассмотренной задаче. Наряду с асимптотическими приближениями к программному оптимальному управлению построена асимптотически субоптимальная обратная связь нулевого порядка, которая линейна по медленным переменным и не зависит от текущей позиции вектора быстрых переменных.

О РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМЫ АЙЗЕРМАНА

Б.С. Калитин

Белорусский государственный университет
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
kalitine@yandex.by

Введение. Проблема М.А. Айзермана для задачи об устойчивости в целом [1], сформулированная для системы n дифференциальных уравнений, привлекла внимание многочисленных исследователей динамических систем. Н.Н. Красовский [2] построил пример и показал, что, если для линейной системы обыкновенных дифференциальных