

3. *Игнатенко В.В., Крахотко В. В.* Об управляемости специального класса дескрипторных систем // Материалы Международной научно-технической конференции "Автоматический контроль и автоматизация производственных процессов". Минск, 6-8 июня 2006 года. С. 159–160.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛОГА ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА СО ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ГЛОБАЛЬНОЙ АСИМПТОТИЧЕС - КОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

А.О. Игнатьев

Институт прикладной математики и механики ДНР
ул. Р. Люксембург 74, 83114 Донецк, Донецкая Народная Республика
aoignat@mail.ru

Введение. Классический метод функций Ляпунова для исследования асимптотической устойчивости предполагает существования определенно-положительной функции Ляпунова, производная которой в силу системы дифференциальных уравнений возмущенного движения определенно-отрицательна. Однако в приложениях часто встречаются системы, для которых возможно построить определенно-положительную функцию, производная которой является не определенно-отрицательной, а лишь неположительной. Именно для таких систем Е.А.Барбашиным и Н.Н.Красовским [1] получен эффективный критерий асимптотической устойчивости для случая автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В дальнейшем, используя эту идею, аналогичные теоремы были доказаны для периодических и почти периодических систем обыкновенных дифференциальных уравнений [2, 3], для систем функционально-дифференциальных уравнений с запаздыванием [4], для стохастических дифференциальных уравнений [5], для дифференциальных включений, для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве и для исследования устойчивости относительно части переменных. Во всех перечисленных работах существенным было то, что производная вспомогательной определенно-положительной функции была неположительной. В настоящем докладе не предполагается неположительность производной вспомогательной функции (она может быть знакопеременной).

1. Основные предположения. Пусть система дифференциальных уравнений возмущенного движения имеет вид

$$\dot{x} = X(x), \quad X(0) = 0, \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n) \in \mathbb{R}^n$, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, t — время. Функцию X будем считать достаточно гладкой. Система (1) допускает тривиальное решение

$$x = 0. \quad (2)$$

Пусть $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ — достаточно гладкая функция. Для дальнейшего изложения понадобятся понятия ее производной в силу уравнений (1) и производных высших порядков. Они определяются согласно рекуррентным формулам

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} X_i(x), \quad V^{(j)}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V^{(j-1)}}{\partial x_i} X_i(x), \quad j = 2, 3, \dots, m.$$

Отметим, что все эти производные, вычисленные согласно этим формулам обладают свойством $V^{(j)}(0) = 0$.

2. Основные результаты. В дальнейшем будем предполагать, что решения системы (1) определены при любых начальных условиях и при любых $t \in \mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$.

Теорема 1. *Если система дифференциальных уравнений (1) такова, что в $\mathbb{R}^n$ существуют определено-положительные функции $V(x)$ и $U(x)$ (причем $V \in \mathcal{C}^m$) и неотрицательные числа $a_1, a_2, \dots, a_{m-1}$, такие что*

$$\dot{V}(x) + a_1 \ddot{V} + a_2 V^{(3)}(x) + \dots + a_{m-1} V^{(m)}(x) = -U(x),$$

то решение (2) системы (1) глобально асимптотически устойчиво; при этом в качестве функции Ляпунова может быть выбрана функция

$$W(x) = V(x) + a_1 \dot{V}(x) + \dots + a_{m-1} V^{(m-1)}(x).$$

Библиографические ссылки

1. Н.Н. Барбашин, Е.А. Красовский. Об устойчивости движения в целом // Доклады АН СССР. 1952. № 86(6). С. 146–152.
2. Н.Н. Красовский. Некоторые задачи теории устойчивости движения. Физматгиз. Москва, 1959.
3. А.О. Игнатьев. Некоторые обобщения теоремы Барбашина - Красовского. Математическая физика. 1983. № 34. С. 19–22.

4. A.O. Ignatyev. On the asymptotic stability in functional differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 1999. Vol. 127(6). P. 1753–1760.
5. O.A. Ignatyev and V. Madrekar. Barbashin - Krasovskii theorem for stochastic differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 2010. Vol. 138(11). P. 4123–4128.

ОБ УСЛОВИЯХ ОПТИМАЛЬНОСТИ В НЕГЛАДКОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО ДИСКРЕТНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ПАРАМЕТРОМ

И. Исраилов¹, С. Отакулов², Г.Д. Собирова¹

¹ Самаркандский государственный университет

Университетский бульвар 15, Самарканд, Республика Узбекистан
samsulib@rambler.ru

² Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных
технологий, Самарканд, Республика Узбекистан
otakulov52@mail.ru

Введение. В связи с вопросами разработки автоматических систем управления, возникают необходимость проведения исследований моделей с учетом воздействия как контролируемых (управляемых), так и других параметров (возмущений). А это приводит к моделям задач управления динамическими системами, описываемыми управляемыми дифференциальными включениями с параметрами и их дискретными аналогами [1–3]. Практическое значение исследований таких систем все более возрастает в связи с развитием численных методов оптимизации и информационно-коммуникационных технологий. Следует отметить, что дискретные системы важны в развитии метода аппроксимации непрерывных задач оптимального управления [4].

1. Постановка задачи. Рассмотрим объект управления

$$x(t_{i+1}) \in A(t_i)x(t_i) + B(t_i, u(t_i), q), \quad u(t_i) \in V(t_i), \quad q \in Q, \quad (1)$$

где $t_i = t_0 + ih$, $h > 0$, $i = \overline{0, N-1}$, $x(t_i)$ – n -вектор состояния, $u(t_i)$ – m -вектор управления, $A(t_i)$ – $n \times n$ -матричная функция, $B(t_i, u(t_i), q) \subset \mathbb{R}^n$, $V(t_i) \subset \mathbb{R}^m$, $Q \subset \mathbb{R}^\nu$ – непустые компакты.

Пусть $U(T_{N-1})$ – множество всех допустимых управлений $u(T_{N-1}) = \{u(t_0), \dots, u(t_{N-1})\}$, $T_{N-1} = \{t_0, t_1, \dots, t_{N-1}\}$;

$H(\xi, u(T_{N-1}), q)$ – ансамбль траекторий $x(T_N) = \{x(t_0), \dots, x(t_N)\}$, $T_N = \{t_0, t_1, \dots, t_N\}$, системы (1), соответствующих управлению