Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках государственной программы научных иследований Республики Беларусь на 2016-2020 годы (шифр задания "Конвергенция А42-16").

Библиографические ссылки

1. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
2. *Blagodatskikh V.I.* Sufficient conditions for optimality in problems with state constraints //App. 1. Math.Optim. 1981. № 7. P. 149–157.
3. *Гончарова М.Н.* Достаточные условия оптимальности в задаче быстродействия // Известия РАН. Теория и системы управления. 2005. № 5. С. 53–61.

ПРОБЛЕМА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ДАННЫХ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В.Ф. Губарев

Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины

пр. Глушкова, 40, к. 4/1, 03187 Киев, Украина

v.f.gubarev@gmail.com

Введение. В работе формулируется и анализируется проблема математической интерпретации данных, получаемых, как правило, из экспериментов, которая выходит за рамки классической математики и в большинстве случаев сводится к некорректно поставленным задачам.

1. Постановка задачи. Исходными данными для решения задач интерпретации являются результаты измерения или наблюдения за поведением динамического объекта. Обычно они задаются в виде уравнений наблюдения

$$y = h(t, x, u). \tag{1}$$

Задача интерпретации данных возникает, когда из (1) по y и u невозможно найти x. Тогда используется математическая модель системы, описывающая протекающие в ней процессы

$$\dot{x} = f(t, x, u). \tag{2}$$

В классической математике решение (2) находится для заданных начальных или краевых условий, а в задачах интерпретации необходимо решить (2) при условиях (1). Когда y содержит погрешность, такая задача становится некорректно поставленной.

2. Линейная стационарная система. В этом случае следует найти решение задачи

$$\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx \tag{3}$$

по данным на интервале наблюдения $[0, T]$. С помощью формулы Коши при отсутствии кратных корней можно от (3) перейти к соотношениям вход-выход

$$\begin{aligned} y_m(t) = \sum_{p=1}^{P} \big[\big(c_{mp}^c \cos \beta_p t + c_{mp}^s \sin \beta_p t \big) x_{p_0}^c + \\ + \big(c_{mp}^s \cos \beta_p t - c_{mp}^c \sin \beta_p t \big) x_{p_0}^s \big] e^{-\alpha_p t} + y_m^{st}(t, u, B), \end{aligned} \tag{4}$$

где $y_m^{st}(t, u, B)$ — вынужденное движение; $m = \overline{1, M}$; $\alpha_p \geq 0$, $\beta_p \geq 0$; $x_{p_0}^c$, $x_{p_0}^s$, c_{mp}^c, c_{mp}^s — начальное состояние и элементы матрицы C для жордановой реализации. Здесь использована унифицированная форма представления действительных и комплексно-сопряженных собственных значений. При неточных данных $x_{p_0}^c$ и $x_{p_0}^s (p = \overline{1, P})$ можно найти на основе сформулированной в работе вариационной задачи. Необходимое условие экстремума дает $2P$ линейных уравнений. Показано, что задача становится некорректно поставленной, когда система плохо наблюдаема или имеет большую размерность.

3. Наблюдатель Луенбергера и фильтр Калмана. Оригинальный способ решения был предложен Луенбергером. Он имплантировал уравнение наблюдения в уравнение динамики и получил

$$\dot{x} = Ax + Bu + L(y - Cx). \tag{5}$$

Матрицу L выбирают из условия устойчивости (5). Для переходного процесса с быстрым затуханием имеем асимптотическое приближение к искомому решению. На интервале $[0, T]$ получим близкую к точной оценку x кроме окрестности точки 0. Однако такое сингулярное решение становится чувствительным к погрешностям. Калман разработал фильтр, в котором матрица L определяется статистическими характеристиками помехи и возмущений, обеспечивая минимум среднеквадратической ошибки оценивания. Фильтр Калмана не обладает робастностью по отношению к вариациям параметров и внешних условий. Особенно это проявляется при плохой наблюдаемости и больших размерностях уравнений динамики. Его эффективность существенно падает вплоть до появления неустойчивых решений.

4. Вариационный подход. Он сводится к нахождению $x(t)$ минимизирующего функционал

$$J[x(\cdot)] = \int_0^T \big(\langle \dot{x} - f, \Omega_1 (\dot{x} - f)\rangle + \langle y - h, \Omega_2 (y - h)\rangle\big) dt. \qquad (6)$$

Необходимое условие оптимальности сводится к решению двухточечной краевой задачи. Рассмотрены особенности такой задачи и исследованы условия, при которых она будет некорректно поставленной. Предложен метод, алгоритмы решения и возможность построения оценивателя состояния управляемой динамической системы с использованием скользящего интервала.

О СВОЙСТВАХ ГРАНИЦЫ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА УПРАВЛЕНИЕ И ТРАЕКТОРИЮ

М.И. Гусев

Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН
С. Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
gmi@imm.uran.ru

Введение. Рассматривается задача описания границы множества достижимости в фиксированный момент времени для нелинейной управляемой системы с совместными интегральными ограничениями на управление и траекторию. Для линейных управляемых систем с выпуклыми квадратичными ограничениями множество достижимости при фиксированном начальном состоянии системы представляет из себя эллипсоид, параметры которого допускают конструктивное описание [1]. В случае нелинейной управляемой системы множество достижимости, как правило, не является выпуклым, его описание и приближенное построение представляет более трудную задачу. В докладе показано, что управления, переводящие систему на границу множества достижимости, являются локальными решениями некоторых вспомогательных задач оптимального управления (см. [2, 3]), что позволяет для построения множества достижимости использовать соотношения принципа максимума Понтрягина.