II обратная задача качественной теории дифференциальных уравнений. Конструируем системы либо методом М.И. Альмухамедова [3] для случая предельных циклов одного характера устойчивости, либо методом Э.В. Вдовиной [4] для циклов разного характера устойчивости. При рассмотрении их фазовых портретов в круге Пуанкаре получаем на границе круга Пуанкаре при любом числе предельных циклов и любом характере их устойчивости: положений равновесия либо нет; либо 4 положения равновесия: два из них являются сёдлами, а два узлами одного характера устойчивости. Для визуализации фазовых портретов составлены программы. Фазовые портреты строятся, как в конечной части плоскости, так и в круге Пуанкаре.

Библиографические ссылки

1. *Баутин Н.Н., Леонтович Е.А.* Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976.
2. *Альмухамедов М.И.* Обратная задача качественной теории дифференциальных уравнений // Изв. Вузов. Математика. 1963. № 4. С. 3–6.
3. *Альмухамедов М.И.* О конструировании дифференциального уравнения, имеющего своими предельными циклами заданные кривые // Изв. Вузов. Математика. 1965. № 1. С. 12–16.
4. *Вдовина Э.В.* О второй обратной задаче качественной теории дифференциальных уравнений // Дифференц.уравнения. Минск. 1978.Т. XIV. № 10. С. 1760–1764.
5. *Еругин Н.П* Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. Наука и техника. Минск, 1970.

ОПТИМАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ И СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Во Тхи Тхань Ха

Хошиминский университет индустрии, Хошимин, Вьетнам
vothithanhha@iuh.edu.vn

Введение. Оптимальное наблюдение динамических систем является частью процесса управления ими в условиях неопределенности, с помощью которого получаются необходимые для процесса управления оценки неопределенности.

Цель работы – синтез систем наблюдения в реальном времени.

1. Постановка задачи. Пусть $T = [t_*, t^*]$ — конечный промежуток времени; $T_h = \{t_*, t_* + h, \ldots, t^*\}$, $h = (t^* - t_*)/N$ — период квантования времени ($N > 1$ — натуральное число); $T^\tau = [t_*, \tau]$; $T_h^\tau = T^\tau \cap T_h$, $\tau \in T_h$; $A(t) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $t \in T$, — кусочно-непрерывная функция; $C(t) \in \mathbb{R}^{r\times n}$, $t \in T$, – непрерывная функция; $X_* = \{x \in \mathbb{R}^n : d_* \leq x \leq d^*\}$; $\Xi = \{\xi \in \mathbb{R}^r : \xi_* \leq \xi \leq \xi^*\}$; $\xi_*, \xi^* \in \mathbb{R}^r$; $d_*, d^* \in \mathbb{R}^n$ – заданные векторы; $I = \{1, 2, \ldots, r\}$, $J = \{1, 2, \ldots, n\}$.

Рассмотрим динамический объект, поведение которого описывается уравнением

$$\dot{x} = A(t)x,\ t \in T, \tag{1}$$

где $x = x(t) = (x_j(t), j \in J) \in \mathbb{R}^n$ — состояние объекта в момент времени t. Начальное состояние $x(t_*) = x_0$ объекта не задано, но известно, что оно принадлежит ограниченному множеству $X_* :\ x_0 \in X_*$. Множество X_* характеризует априорную неопределенность начального состояния. Назовем его априорным распределением начального состояния x_0.

Для уменьшения априорной неопределенности будем вести наблюдение за поведением объекта (1), записывая сигналы импульсного измерительного устройства

$$y(\theta) = C(\theta)x(\theta) + \xi(\theta),\ \xi(\theta) \in \Xi,\ \theta \in T_h, \tag{2}$$

где $C(t)x(t), t \in T$, — наблюдаемый выходной сигнал объекта (1), $\xi(\theta) = (\xi_i(\theta),\ i \in I)$, $\theta \in T_h$, — неизвестные погрешности (ошибки) измерений. Предположим, что процесс наблюдения осуществлен до момента $\tau \in T_h$ и получены сигналы $y_\tau(\cdot) = (y(\theta),\ \theta \in T_h^\tau)$.

Определение 1. *Множество $X_*(\tau, y_\tau(\cdot))$ – текущее распределение начального состояния x_0 в позиции $(\tau, y_\tau(\cdot))$, если оно состоит из таких и только таких $x \in X_*$, которые способны вместе с некоторыми возможными $\xi_\tau(\cdot)$ получить $y_\tau(\cdot)$.*

В задачах оптимального гарантирующего управления по размыкаемому контуру [2] используются оценки неопределенности

$$\alpha = \alpha(X_*) = \max p'x,\ x \in X_*; \tag{3}$$

$$\alpha(\tau, y_\tau(\cdot)) = \max p'x,\ x \in X_*(\tau, y_\tau(\cdot)), \tag{4}$$

которые характеризуют протяженность множеств $X_*, X_*(\tau, y_\tau(\cdot))$ в направлении $p \in \mathbb{R}^n$, $\|p\| = 1$. Вычисление оценки (3) назовем задачей априорного наблюдения или задачей наблюдения по разомкнутому контуру. Вычисление оценки (4) для фиксированной позиции $(\tau, y_\tau(\cdot))$ называется текущей задачей наблюдения по принципу размыкаемого контура.

Пусть $Y_\tau(\cdot)$ — множество всех сигналов $y_\tau(\cdot)$, которые могут быть записаны устройством (2) к моменту времени τ.

Определение 2. *Функцию*

$$\alpha(\tau, y_\tau(\cdot)),\ y_\tau(\cdot) \in Y_\tau(\cdot),\ \tau \in T_h, \tag{5}$$

будем называть позиционным решением задачи наблюдения (4) *по принципу размыкаемого контура, а ее построение — синтезом системы наблюдения с размыкаемым контуром.*

Наблюдение линейных систем с помощью позиционного решения (5) осуществляется по алгоритму, описанному в [1–2], доказаны рекуррентные уравнения и формула “разновесов” для стационарного объекта. Для иллюстрации метода рассмотрены динамические системы 4-го и 8-го порядков с двухмерными сигналами измерительного устройства.

Библиографические ссылки

1. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Тятюшкин А.И.* Конструктивные методы оптимизации. Часть 1. Линейные задачи. Минск: Изд-во Университетское, 1984.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тхань Ха* Наблюдение линейных систем по принципу размыкаемого контура // Проблемы физики, математики и техники. 2014. № 4(21). С. 60–69.

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ЗАДАЧЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим задачу оптимального быстродействия в начало координат с фазовым ограничением. Пусть поведение объекта описывается линейной системой

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -bx_2 + d_1u_1 + d_2u_2, \\ \dot{x}_2 = bx_1 + d_3u_1 + d_4u_2, \end{cases} \tag{1}$$