вом построении оценки положения ВС. Кроме того, от типа движения зависят коэффициенты штрафов.

Применение описанного подхода позволило создать алгоритм восстановления траектории ВС, который в случае замеров без выбросов обеспечивает точность, сравнимую с точностью метода IMM [1, 2] (стандарт де-факто в траекторной обработке), а при наличии выбросов точность предлагаемого алгоритма оказывается лучше.

Рассматривались траектории маневрирующего ВС, для которых «регулярные» замеры имеют СКО 70 м, замеры с выбросами имеют СКО 350 м, выбросы возникают с вероятностью 0.05. Временной интервал между замерами 6 с. При обработке получено следующее качество: СКО между оценкой и истинной траекторией на участках постоянства движения составляет около 60 м, на переходных участках возможны пиковые отклонения до 250 м малой продолжительности. Для тех же данных метод IMM показал, соответственно, 80 и 350 м.

Работа подготовлена при поддержке программы президиума РАН №30 «Теория и технологии многоуровневого децентрализованного группового управления в условиях конфликта и кооперации».

Библиографические ссылки

1. *Коновалов А.А.* Основы траекторной обработки радиолокационной информации: в 2 ч. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. Ч. 2.
2. *Blom H., Challa S., Bar-Shalom Ya.* IMM estimator versus optimal estimator for hybrid systems // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 41, no. 3, July 2005. P. 986–991.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ДВУХУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Д.Е. Бережнов, Л.И. Минченко

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь
inform@bsuir.by

Пусть $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$. Будем рассматривать задачу двухуровневого линейного программирования (BLPP), имеющую следующий вид:

$$F(x,y) = \langle c, x\rangle + \langle q, y\rangle \to \min,$$
$$x \in X = \{x \in \mathbb{R}^n \,\big|\, g_j(x) = \langle A^j, x\rangle - D_j \le 0,\ j \in J = \{1,...,l\}\},$$
$$y \in S(x) \stackrel{\Delta}{=} \arg\min\{f(x,y) = \langle v, x\rangle + \langle p, y\rangle \,|y \in K(x)\},$$
$$K(x) = \{y \in \mathbb{R}^m \,\big|\, h_i(x,y) = \langle a^i, x\rangle + \langle b^i, y\rangle - d_i \le 0,\ i \in I = \{1,...,s\}\},$$

при следующих предположениях:

(H1) при любом значении $x \in domK$ задача нижнего уровня имеет решение, то есть, $S(x) \neq \emptyset$ и $domS = domK$;

(H2) множество $S(x)$ ограничено хотя бы в одной точке $x \in domS$.

В [3] предложено понятие частичной устойчивости двухуровневых задач, позволяющее использовать при решении функцию оптимального значения задачи нижнего уровня. В нашей работе предлагается развитие этого подхода с использованием глобальной версии частичной устойчивости, что позволяет строить прямые методы поиска глобального решения задачи (BLPP). Предлагаемый алгоритм опирается на следующую лемму, являющуюся обобщением леммы Хоффмана.

Лемма 1. *Пусть многозначное отображение G определяется условием $G(x) = \{y \in \mathbb{R}^m \,\big|\langle \xi^i, y\rangle + \alpha_i(x) \leq 0 \; i = 1, ..., s\}$, где $\xi^i \in \mathbb{R}^m$, $\alpha_i(x)$ – непрерывные функции при $i = 1, ..., s$. Тогда существует число $M = const > 0$ такое, что для любого вектора $v \in \mathbb{R}^m$ и любого $x \in domG$ справедливо неравенство $d(v, G(x)) \leq M \max\{0, \langle \xi^i, v\rangle + \alpha_i(x) \,|i = 1, ..., s\}$.*

Из этого утверждения также следует, что данное отображение является глобально R-регулярным [4] относительно $domG$.

Для дальнейших рассуждений вводится множество множителей Лагранжа $\Lambda(x, y)$ для допустимой точки (x, y) задачи (BLPP).

На основании леммы 1 доказывается

Теорема 1. *Существует число $M > 0$ такое, что оптимальное решение задачи (BLPP) будет глобальным решением задачи*

$$\Phi(x, y) = F(x, y) + M[\langle v, x\rangle + \langle p, y\rangle - \varphi(x)] \to \min_{x,y}, \; (x, y) \in C,$$

где $C = \{(x, y) \,\big|\langle a^i, x\rangle + \langle b^i, y\rangle \leq d_i \; i \in I, \; \langle A^j, x\rangle \leq D_j \; j \in J\}$.

Определение 1. *Точку $(x^0, y^0) \in C$ будем называть стационарной точкой задачи (BLPP), если для нее существует вектор $\lambda \in \Lambda(x^0, y^0)$ такой, что $\langle c - M \sum\limits_{i=1}^{s} \lambda_i a^i, x - x^0\rangle + \langle q + Mp, y - y^0\rangle \geq 0$ для всех $(x, y) \in C$.*

Можно показать, что такая точка является так называемой *KN-стационарной* [5,6] в задаче двухуровневого программирования.

Следующий алгоритм дает последовательность, сходящуюся к стационарной точке.

Начальные значения: выберем вершину $(x^0, y^0) \in C$. Найдем ближайшую к y^0 точку $\tilde{y}^0$ на множестве $S(x^0)$. Возьмем $\lambda^0 \in \Lambda(x^0, \tilde{y}^0)$.

k-я итерация ($k \geq 1$): с помощью симплекс-метода найдем решение (x^k, y^k) задачи линейного программирования

$$\{\langle c - M\sum_{i=1}^{s}\lambda_i^{k-1}a^i, x - x^{k-1}\rangle + \langle q + Mp, y - y^{k-1}\rangle\} \to \min_{(x,y)\in C}.$$

Если $\psi = \langle c - M\sum\limits_{i=1}^{s}\lambda_i^{k-1}a^i, x^k - x^{k-1}\rangle + \langle q + Mp, y^k - y^{k-1}\rangle = 0$, то (x^{k-1}, y^{k-1}) – стационарная точка и процесс останавливается. Если $\psi < 0$, то находим проекцию $\tilde{y}^k$ точки y^k на множество $S(x^k)$, решаем задачу $\langle\sum\limits_{i=1}^{s}\lambda_i a^i, x^{k+1} - x^k\rangle \to \max\limits_{\lambda\in\Lambda(x^k,\tilde{y}^k)}$, находим ее решение λ^k и переходим к $(k+1)$-й итерации.

Применение разработанного алгоритма к тестовым примерам, используемым в литературе для исследования алгоритмов двухуровневой оптимизации, показывает его эффективность.

Библиографические ссылки

1. *Dempe S.* Foundations of Bilevel programming. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2002. 304 p.
2. *Bard J.F.* Practical Bilevel Optimization. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1998. 476 p.
3. *Ye J. J., Zhu D. L.* Optimality conditions for bilevel programming problems // Optimization, 33, 1995. P. 9–27.
4. *Luderer B., Minchenko L., Satsura T.* Multivalued Analysis and Nonlinear Programming Problems with Perturbations. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2002. 220 p.
5. *Dempe S., Dutta J., Mordukhovich B.S.* New necessary optimality conditions in optimistic bilevel programming // Optimization, 56, 2007. P. 577–604.
6. *Dempe S., Zemkoho A.B.* The bilevel programming problem: reformulations, constraint qualifications and optimality conditions // Mathematical Programming 138 (1-2), 2013. P. 447–473.