На рисунке приведены оптимальные по Парето множества в плоскости критериев (J_1, J_2) для следующих значений параметров ротора: $J = 0.74$ кг $\cdot$ м^2, $J_z = 1.7 \cdot 10^{-2}$ кг $\cdot$ м^2, $l_0 = 0.125$ м, $m = 13.7$ кг, $\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $\omega_0 = 314$ рад/с^2; безразмерные параметры гибкого ротора $\bar{\omega} = 1$, $\lambda = 5$, $\varepsilon = 0.1$. Сплошной линией изображена кривая, соответствующая Парето-оптимальным регуляторам для гибкого ротора, а штриховой линией — Парето-оптимальным регуляторам для жесткого ротора. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-10279).

Библиографические ссылки

1. *Баландин Д.В., Коган М.М.* Управление движением вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках // Изв. РАН. ТиСУ. 2011. № 5. С. 3–17.
2. *Баландин Д.В., Коган М.М.* Оптимальное по Парето обобщенное $\mathcal{H}_2$-управление и задачи виброзащиты // АиТ. 2017. № 8. С. 76–90.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НАГРУЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.Р. Барсегян[1,2], Т.А. Симонян[2], Т.В. Барсегян[1]

[1] Институт механики НАН Армении
пр. Баграмяна 24/2, 0019 Ереван, Армения
barseghyan@sci.am

[2] Ереванский госуниверситет
ул. А.Манукяна 1, 0025 Ереван, Армения
simtom09@gmail.com

Введение. Изучение разнообразных динамических процессов управления приводит к заключению, что будущее течения многих процессов управления оказывается зависящим не только от настоящего, но и существенно определяется предысторией процесса. Математическое описание таких процессов управления осуществляется при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений с памятью различных видов, называемых также уравнениями с последействием или нагруженными дифференциальными уравнениями [1-2]. В работе исследуется задача оптимальной стабилизации систем линейных нагруженных дифференциальных уравнений. На основе метода функции Ляпунова предложен способ построения оптимального стабилизирующего управления.

Об основных результатах. Рассмотрен управляемый процесс, динамика которого описывается нагруженными линейными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = A_0(t)x + A_1(t)x(t_1) + A_2(t)x(t_2) + A_3(t)x(t_3) + B(t)u, \qquad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n-$ фазовый вектор системы, матрицы $A_k(t) - (n \times n)$, $B(t)-(n\times r)$ непрерывные на $[t_0, \infty)$, $u(t)-$ управляющие воздействия с размерностью $(r \times 1)$. Слагаемые $A_k(t)x(t_k)$, $k = 1, 2, 3$, как функции влияют на систему, начиная с момента времени $t \geq t_k$. Предполагается, что заданы моменты времени t_k, такие, что $0 \leq t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < \infty$. Функция $x\,(t)$ непрерывна на интервалах $[t_{k-1},\, t_k)$ и в точках нагружения t_k имеет конечные левосторонние пределы $\lim\limits_{t\to t_k-0} x(t) = x(t_k)$.

Для нагруженной системы (1) имеем следующий функционал:

$$J\,[\cdot] = \sum_{k=1}^{3}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\sum_{j,s=1}^{n}\alpha_{js}^{(k)}x_j(t)x_s(t) + \sum_{j,s=1}^{r}\beta_{js}^{(k)}u_j(t)u_j(t)\right]dt+$$
$$+\int_{t_3}^{\infty}\left[\sum_{j,s=1}^{n}\alpha_{js}^{(4)}x_j(t)x_s(t) + \sum_{j,s=1}^{r}\beta_{js}^{(4)}u_j(t)u_j(t)\right]dt, \qquad (2)$$

где $\alpha_{js}^{(k)}$ и $\beta_{js}^{(k)}$ постоянные коэффициенты положительно-определенных квадратичных форм.

Требуется найти оптимальное управление u^0, которое для произвольных начальных условий обеспечивает асимптотическую устойчивость решения системы (1) и минимизирует функционал (2).

Для построения решения задачи интервал $[t_0, \infty)$ разбиваем на части точками нагружения t_k. Учитывая характер соответствующих слагаемых $A_k(t)x(t_k)$, уравнение (1) представляется по отдельности на интервалах разбиения в виде поэтапно меняющихся дифференциальных уравнений [2-4], из которых первые три подсистемы определены на конечном интервале времени $[t_0, t_3)$, а последняя подсистема определена на интервале $[t_3, \infty)$. Для решения поставленной задачи оптимальной стабилизации движения системы (1) эта задача разделяется на две части, одна из которых формулируется на интервале времени $[t_0, t_3)$, а вторая - на бесконечном интервале $[t_3, \infty)$ [5-6].

Поставленные задачи решаются на основе метода функции Ляпунова [5-7]. Получены оптимальные управления $u^0(t)$, $t \in [t_0,\, \infty)$. Подставляя найденные оптимальные управления u^0, $t \in [t_0,\, t_3)$ в поэтапно меняющиеся дифференциальные уравнения будем иметь все значения $x(t_1)$, $x(t_2)$ и $x(t_3)$. Следовательно, имея значение фазового вектора

$x(t_3)$, как начальное состояние движения на интервале $[t_3, \infty)$ можно вычислить минимальное значение функционала.

Библиографические ссылки

1. *Нахушев А.М.* Нагруженные уравнения и их применение. М.: Наука, 2012.
2. *Барсегян В.Р.* Задача управления для одной системы линейных нагруженных дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными промежуточными условиями// Изв. Ирк. гос. ун-та. Сер. Матем. 2017. Т. 21. С. 19-32.
3. *Барсегян В.Р.* Управление составных динамических систем и систем с многоточечными промежуточными условиями. М.: Наука, 2016.
4. *Barseghyan V.R.* Control of stage by stage changing linear dynamic systems// Yugoslav Journal of Operations Resarch. 2012. Vol. 22. № 1. P. 31-39.
5. *Барсегян В.Р., Шагинян С.Г., Барсегян Т.В.* Об одной задаче оптимальной стабилизации линейными составными системами// Известия НАН РА, Механика. 2014. Т. 67. № 4. С. 40-52.
6. *Альбрехт Э.Г., Шелементьев Г.С.* Лекции по теории стабилизации. Свердловск. 1972.
7. *Красовский Н.Н.* Проблемы стабилизации управляемых движений // Малкин Н.Г. Теория устойчивости движения. Доп. 4. М.: Наука, 1966. – С. 475-514.

ЗАДАЧА МУЛЬТИЛАТЕРАЦИИ ПО НЕСКОЛЬКИМ МОМЕНТАМ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛА

Д.А. Бедин

Институт математики и механики им Н.Н. Красовского УрО РАН

Софьи Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия

bedin@imm.uran.ru

Задача мультилатерации состоит в следующем: в некоторый неизвестный момент времени t объект, за которым ведётся наблюдение и который находится в точке r, передаёт радиосигнал. Этот сигнал принимают несколько станций с известными координатами $\{r_i\}_{i=1}^m$ в моменты времени t_i, измерение которых производится с случайными ошибками w_i. Можно записать следующее уравнение наблюдения (c — скорость света):

$$\begin{cases} t_i = t + \frac{1}{c}\|r - r_i\| + w_i\,, \\ i = 1, \ldots, m. \end{cases}$$

По измерениям $\{t_i\}_{i=1}^m$ необходимо выработать оценку положения $\hat{r}$, минимизируя ошибку оценивания, например $\mathbf{E}\{(r - \hat{r})^2\}$.