Свойство аппроксимативной наблюдаемости позволяет сколь угодно точно оценивать состояние $x(t)$, при этом знание производных выходного сигнала не требуется. Операция квазидифференцирования выходного сигнала $y(t)$ переносится на функции $\delta_m(t)$, которые могут быть выбраны заранее, а значит заранее вычислены и их производные (в отличие от производных выходной функции, которые необходимо определить в процессе наблюдения).

Доказано, что система (1) аппроксимативно наблюдаема тогда и только тогда, когда она равномерно наблюдаема.

Библиографические ссылки

1. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
2. *Wolovich W.A.* On state estimation of observable systems // Preprint NASA Electronics Research Center. Cambridge. 1968. P. 110–220.
3. *Гайшун И.В.* Об асимптотическом оценивании состояний линейных нестационарных систем со скалярным выходом // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2006. Т. 12. № 2. С. 47–52.
4. *Астровский А.И., Гайшун И.В.* Линейные системы с квазидифференцируемыми коэффициентами: управляемость и наблюдаемость движений. Минск: Беларус. навука, 2013.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ГИБКОГО РОТОРА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ

Д.В. Баландин[1], Р.С. Бирюков[1,2], М.М. Коган[2]

[1] ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Гагарина 23, 603950 Нижний Новгород, Россия
dbalandin@yandex.ru

[2] ННГАСУ, Ильинская 65, 603950 Нижний Новгород, Россия
ruslan.biryukov@gmail.com, mkogan@nngasu.ru

Рассматривается гибкий вертикальный ротор, вращающийся в двух (верхнем и нижнем) электромагнитных подшипниках. Динамика такого ротора описывается системой дифференциальных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\ddot\alpha_1 - \mu_0\ddot y = -4\mu_0 u_1 + \lambda\Delta\alpha + \varepsilon\Delta\dot\alpha - \rho_0\bar\omega\dot\beta_1 - \varepsilon\bar\omega\Delta\beta + w_1,\\
&\ddot\alpha_2 + \mu_0\ddot y = 4\mu_0 u_2 - \lambda\Delta\alpha - \varepsilon\Delta\dot\alpha - \rho_0\bar\omega\dot\beta_2 + \varepsilon\bar\omega\Delta\beta + w_2,\\
&\ddot\beta_1 + \mu_0\ddot x = 4\mu_0 u_3 - \lambda\Delta\beta - \varepsilon\Delta\dot\beta + \rho_0\bar\omega\dot\alpha_1 - \varepsilon\bar\omega\Delta\alpha + w_3,\\
&\ddot\beta_2 - \mu_0\ddot x = -4\mu_0 u_4 + \lambda\Delta\beta + \varepsilon\Delta\dot\beta + \rho_0\bar\omega\dot\alpha_2 + \varepsilon\bar\omega\Delta\alpha + w_4,\\
&\ddot x + (\ddot\beta_1 - \ddot\beta_2)/8 = u_3 + u_4 + w_5,\\
&\ddot y + (\ddot\alpha_2 - \ddot\alpha_1)/8 = u_1 + u_2 + w_6,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$, $\Delta\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_1$, $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$, $\Delta\dot{\beta} = \dot{\beta}_1 - \dot{\beta}_2$, x и y — координаты центра масс ротора, α_1, β_1 и α_2, β_2 — угловые переменные, $u_1, \ldots, u_4$ — управляющие переменные, связанные с электромагнитными силами в подшипниках и $w_1, \ldots, w_6$ — внешние силы, действующие на ротор, — ограниченные по L_2-норме функции. Безразмерные параметры, фигурирующие в системе, имеют вид: $\mu_0 = 4ml_0^2/(J + ml_0^2)$, $\rho_0 = \sqrt{2m\delta_0/\gamma}\omega_0 J_z/(J + ml_0^2)$ (где l_0 — четверть длины ротора, J и J_z — главные моменты инерции ротора, ω_0 — основная частота изгибных колебаний ротора, γ – характерный масштаб управляющих электромагнитных сил, δ_0 — номинальный зазор в электромагнитных подшипниках), $\bar{\omega}$ – частота вращения ротора относительно вертикальной оси, приведенная к основной частоте ω_0 его изгибных колебаний, λ — коэффициент жесткости гибкого ротора и ε — коэффициент внутреннего трения материала ротора.

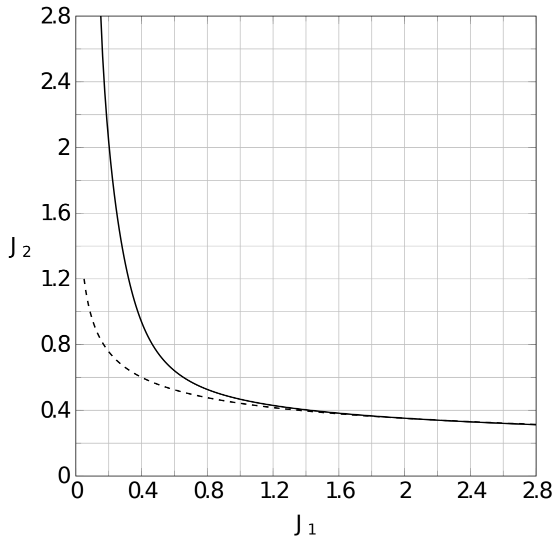
Функционалы, характеризующие качество процесса управления, определяются следующим образом:

$$J_1(u) = \sup_{w \neq 0} \frac{\max\limits_{k=1,\ldots,4} \{\sup\limits_{t \geqslant 0} |\sigma_k|\}}{\|w\|_2}, \qquad J_2(u) = \sup_{w \neq 0} \frac{\max\limits_{k=1,\ldots,4} \{\sup\limits_{t \geqslant 0} |u_k|\}}{\|w\|_2}, \quad (2)$$

где через σ_k, $k = 1, \ldots, 4$, обозначены смещения ротора в верхнем и нижнем электромагнитных подшипниках:

$$\sigma_1 = x + \beta_1/2, \quad \sigma_2 = y - \alpha_1/2, \quad \sigma_3 = x - \beta_2/2, \quad \sigma_4 = y + \alpha_2/2. \quad (3)$$

С использованием техники линейных матричных неравенств и результатов работ [1, 2] для системы (1) решена двухкритериальная задача синтеза (в форме линейной обратной связи по состоянию) управлений, минимизирующих по Парето функционалы J_1 и J_2.



На рисунке приведены оптимальные по Парето множества в плоскости критериев (J_1, J_2) для следующих значений параметров ротора: $J = 0.74$ кг $\cdot$ м^2, $J_z = 1.7 \cdot 10^{-2}$ кг $\cdot$ м^2, $l_0 = 0.125$ м, $m = 13.7$ кг, $\delta_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $\omega_0 = 314$ рад/с^2; безразмерные параметры гибкого ротора $\bar{\omega} = 1$, $\lambda = 5$, $\varepsilon = 0.1$. Сплошной линией изображена кривая, соответствующая Парето-оптимальным регуляторам для гибкого ротора, а штриховой линией — Парето-оптимальным регуляторам для жесткого ротора. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-10279).

Библиографические ссылки

1. *Баландин Д.В., Коган М.М.* Управление движением вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках // Изв. РАН. ТиСУ. 2011. № 5. С. 3–17.
2. *Баландин Д.В., Коган М.М.* Оптимальное по Парето обобщенное $\mathcal{H}_2$-управление и задачи виброзащиты // АиТ. 2017. № 8. С. 76–90.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ НАГРУЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.Р. Барсегян[1,2], Т.А. Симонян[2], Т.В. Барсегян[1]

[1] Институт механики НАН Армении
пр. Баграмяна 24/2, 0019 Ереван, Армения
barseghyan@sci.am

[2] Ереванский госуниверситет
ул. А.Манукяна 1, 0025 Ереван, Армения
simtom09@gmail.com

Введение. Изучение разнообразных динамических процессов управления приводит к заключению, что будущее течения многих процессов управления оказывается зависящим не только от настоящего, но и существенно определяется предысторией процесса. Математическое описание таких процессов управления осуществляется при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений с памятью различных видов, называемых также уравнениями с последействием или нагруженными дифференциальными уравнениями [1-2]. В работе исследуется задача оптимальной стабилизации систем линейных нагруженных дифференциальных уравнений. На основе метода функции Ляпунова предложен способ построения оптимального стабилизирующего управления.